ÁLGEBRA | **Examen de setiembre (repetición)** | **24-09-2001**

Apellidos **Nombre**

Ejercicio 1. (2 puntos)
Probar que un dominio de ideales principales verifica la condición de cadena ascendente.

Ejercicio 2. (4 puntos)

1. Sean G un grupo, $H \lhd G$, $|H| = 2$ y G/H cíclico. Probar que G es abeliano.
2. Sea $G = S_3$ y $H = (12)$. ¿Cuáles de las condiciones anteriores se verifican?
3. Razónese si $S = \{a, b\}$, $R = \{a^2, b^2, aba^{-1}b^{-1}\}$ definen una presentación de $\mathbf{Z}/\mathbf{Z}2 \times \mathbf{Z}/\mathbf{Z}2$.

Ejercicio 3. (4 puntos)

1. Sabiendo que el polinomio $X^4 + 4$ es producto de dos polinomios irreducibles de $\mathbf{Q}[X]$, ¿qué grado tienen estos polinomios?. Calculad dichos factores irreducibles.
2. Hallar $[\mathbf{Q}(\alpha) : \mathbf{Q}]$, donde α es el número complejo $\sqrt{2i}$.
3. Razonar si alguna de las igualdades siguientes es cierta:
   (a) $\mathbf{Q}(\alpha) = \mathbf{Q}(i)$
   (b) $\mathbf{Q}(\alpha) = \mathbf{Q}(\sqrt{2})$