

Apellidos

Nombre

Ejercicio 1. (2 puntos) Probar que un dominio euclídeo es un dominio de ideales principales.

Ejercicio 2. (4 puntos) Sean C_m, C_n grupos cíclicos de órdenes m, n respectivamente.

1. Probar que $C_m \times C_n$ es cíclico si y sólo si $\text{m.c.d.}(m, n) = 1$.
2. Dar una presentación por generadores y relaciones de $C_2 \times C_2$.

Ejercicio 3. (4 puntos) Consideremos la siguiente extensión de cuerpos: $\mathbf{Q} \subset K = \mathbf{Q}[\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}]$. Se pide:

1. Calcular el grado de la extensión $[K : \mathbf{Q}]$.
2. Probar que $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$ es un elemento *primitivo*, esto es, que $K = \mathbf{Q}[\alpha]$.
3. Dar la lista de todos los subcuerpos L verificando $\mathbf{Q} \subset L \subset K$ con $[L : \mathbf{Q}] = 2$.