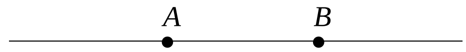
AMPLIACIÓN DE GEOMETRÍA **Examen Septiembre** **5 de Septiembre de 2.002**

**Apellidos** **Nombre**

**Ejercicio 1.** (Los dos apartados son independientes.)

(1) Consideremos la recta afín $r$ que pasa por dos puntos $A$ y $B$; como en el dibujo siguiente.




Describir un procedimiento para calcular el punto medio; usando sólamente escuadra y cartabón. Justificarlo; esto es, enunciar los resultados que permiten utilizar el método anterior.

(2) Consideremos el plano $\mathbf{P}_2(\mathbf{R})$ en el que se ha fijado un sistema de referencia, y en él, la recta $x_2 = 0$ y la cónica de ecuación $x_1^2 - x_0x_1 - x_0x_2 = 0$. Con estos datos, la aplicación $f : L \to L$ dada por

$$f(P) = \mathrm{pol}_Q(P) \cap L$$

es una homografía. Consideremos también el sistema de referencia *en* $L$ dado por

$$\mathcal{R} = \big\{(1 : 0 : 0), (1 : 1 : 0); (0 : 1 : 0))\big\}.$$

Calcular la clase-matriz de $f$ *respecto de* $\mathcal{R}$ y demostrar que $f$ es involutiva.

**Ejercicio 2.** Consideremos la familia de cuádricas en $\mathbf{R}^3$, de ecuación

$$Q_\lambda : x^2 - z^2 + x + y + z + \lambda(x + y + z) = 0, \qquad \lambda \in \mathbf{R}.$$

(1) ¿Cuántas cuádricas degeneradas hay en la familia? Clasificarlas.

(2) ¿Es el plano $\pi : x + y + z = 0$ tangente a todas las cuádricas no degeneradas de la familia?

(3) Clasificar $(Q_\lambda)_\infty$ para cada valor de $\lambda$.

(4) *Sin hacer cálculos,* clasificar las cuádricas $Q_\lambda$.

(5) Calcular los centros y ejes de cada una de las cuádricas no degeneradas de la familia.

**Ejercicio 3.**

(1) Sea $Q$ una cónica afín no degenerada en $\mathbf{R}^2$. Defina el concepto de asíntota de $Q$. Deduzca, según sea $\mathcal{V}(Q_\infty)$, el número de asíntotas de $Q$.

(2) Calcule las ecuaciones de las cónicas que tienen la asíntota $x = 1$ y el foco $(0, 0)$.

(3) Verifique que la ecuación $1-2x-2y+2x^2+2xy = 0$ es de una cónica del apartado anterior, hallando sus asíntotas y sus focos.

*Baremo: Ejercicio 1, 3 puntos; ejercicio 2, 3.5 puntos; ejercicio 3, 3.5 puntos.*