

Apellidos

Nombre

Ejercicio 1) *Valor 3 puntos*

Sean A , B y C tres puntos alineados distintos de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

- Se trazan dos rectas cualesquiera r_1 , r_2 que pasan por A .
- Se traza una recta cualquiera s que pasa por B .
- Se trazan sucesivamente los siguientes puntos:

$$P = r_1 \cap s, \quad Q = r_2 \cap s, \quad R = r_1 \cap QC, \quad S = r_2 \cap RB, \\ E = AB \cap PS, \quad T = r_1 \cap QE, \quad D = AB \cap TS.$$

- (1) (0.9 puntos) Demuestre que $|ABCE| = -1$ y $|AEBD| = -1$.
- (2) (0.9 puntos) Demuestre que $|ABCD| = -2$.
- (3) (0.9 puntos) Deduzca de lo anterior un procedimiento para, dados dos puntos A y B del plano afín \mathbb{R}^2 , construir con escuadra y cartabón un punto D tal que $(DAB) = -2$, es decir, $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DA}$.
- (4) (0.3 puntos) Dos ciudades A y B están situadas del mismo lado de una carretera rectilínea (de bordes paralelos) que las une. Un juez ha puesto fin a un pleito entre ambas ciudades, para colocar un hospital entre ambas. El juez ha ordenado que el hospital debe establecerse en un punto de la carretera tal que la distancia sea inversamente proporcional al tamaño de la ciudad. Como A tiene el doble de habitantes que B , deduzca un procedimiento geométrico para hallar el punto en el que deben colocar el hospital, sabiendo que sólo disponen de una regla capaz de trazar rectas que pasan por dos puntos.
Indicación: Es útil apoyarse en la carretera

Ejercicio 2) *Valor 3.5 puntos*

- (1) Calcule la ecuación de todas las parábolas de eje $x + y = 0$ y tangentes a las rectas $x = 0$ e $y = 0$.
- (2) De ellas, ¿cuántas y cuáles pasan por $(-1, 1)$?
- (3) Halle el foco y directriz (polar del foco) de las parábolas del apartado anterior.

Ejercicio 3) *Valor 3.5 puntos*

Dada la cuádrica afín de ecuación $4xz - y^2 + 3z^2 = 1$, se pide:

- (1) Clasificarla.
- (2) Calcular su centro, direcciones principales, planos principales y ejes.
- (3) Deducir si es una cuádrica de revolución, hallando el eje de revolución, en su caso.
- (4) Calcular el cono asintótico.