Apellidos **Nombre**

Ejercicio 1 *(Valor: ? puntos)*

En el espacio proyectivo real tridimensional $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$ se consideran las rectas:

$$r : \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 = 0 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \qquad t : \begin{cases} x_0 - x_2 = 0 \\ x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

1. Determinar la posición relativa de r, s y t.
2. Dado el punto $P = (1 : 0 : 1 : 0)$, hallar la ecuación de la recta que pasa por P y se apoya en r y s.
3. Hallar la ecuación el lugar geométrico de los puntos de las rectas que se apoyan en las tres rectas dadas. El resultado es una cuádrica que hay que clasificar.

Ejercicio 2 *(Valor: ? puntos)*

Sea $\{A, B, C, D\}$ un cuadrivértice de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ y $O = AB \cap CD$, $P = AC \cap BD$ dos puntos diagonales. Sea E un punto de AB distinto de B y $Q = AD \cap EC$. Hallar la razón doble $|OAEB|$ cuando $\{O, P, Q\}$ están alineados.

Ejercicio 3 *(Valor: ? puntos)*

Calcular la ecuación de la(s) cónica(s) que pasa(n) por el punto $A = (0 : 1 : 2)$ y tangentes a las rectas $r_1 : x_0 = 0$, $r_2 : x_1 = 0$, $r_3 : x_2 = 0$ y $r_4 : x_0 - x_1 + x_2 = 0$.

Ejercicio 4 *(Valor: ? puntos)*

Consideremos la cuádrica afín Q de ecuación

$$x^2 + 2xz + y^2 + z^2 - 1 = 0$$

1. Clasificarla. Calcular su centro, planos principales y ejes.
2. El problema de las secciones circulares de una cuádrica. Vamos a encontrar un plano (en realidad una infinidad de ellos) que corte a Q en una circunferencia, procediendo del siguiente modo: consideremos el haz de cónicas en H_∞ generado por Q_∞ y Ω (cuya matriz es la identidad) y calculemos las cónicas degeneradas de dicho haz. Una de ellas es un par de rectas reales cuya ecuación se pide. Ahora sea π un plano que pase por una de ellas, calcular la matriz de la restricción $Q_{|\pi}$ y comprobar que es una circunferencia.

$\boxed{\text{A}}$