

Apellidos

Nombre

**Ejercicio 1** (*Valor: 2 puntos*)

En el espacio proyectivo real tridimensional  $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$  se consideran los puntos de coordenadas  $P_1 = (-2 : 0 : 2 : 0)$ ,  $P_2 = (-2 : -1 : 2 : 0)$ ,  $P_3 = (-4 : -1 : 4 : 0)$  y  $P_4 = (-12 : -1 : 12 : 0)$ . Se pide:

- Calcular la razón doble  $|P_1P_2P_3P_4|$ .
- Sea  $O = (0 : 1 : 0 : 1)$  y la recta  $r : \begin{cases} x_2 + x_3 = 0 \\ x_0 + x_2 = 0 \end{cases}$  Para  $1 \leq i \leq 4$  obtener  $Q_i = (O + P_i) \cap r$  y calcular  $|Q_1Q_2Q_4Q_3|$

**Ejercicio 2** (*Valor: 2 puntos*)

Se considera el siguiente dibujo como una parte del plano afín

Dados tres puntos P;Q;R construir S con PQRS = 1/2

**Ejercicio 3** (*Valor: 3 puntos*)

A) Consideremos la hipérbola de ecuación  $xy = 1$ . Calcular sus ejes y sus vértices. Compruebe que la recta tangente a la hipérbola en cada uno de los vértices es perpendicular al eje al que pertenece dicho vértice. Hacer un dibujo explicativo.

B) Como aplicación del hecho anterior, calcular la ecuación de la hipérbola de vértices  $A = (2, 0)$  y  $B = (0, 2)$ , que pasa por el punto  $C = (3, -2)$

**Ejercicio 4** (*Valor: 3 puntos*)

Se considera la familia de cuádricas afines reales:

$$Q_\lambda : x^2 - 4y^2 + 2\lambda z - 1 = 0$$

Se pide:

- Clasificar  $Q_\lambda$  según los valores de  $\lambda \in \mathbb{R}$ . ¿Alguna es de revolución?
- Hallar los centros, planos principales y ejes, cuando existan, para todas las cuádricas  $Q_\lambda$  de la familia.
- Clasificar la cónica afín resultante de cortar la cuádrica afín  $Q_0$  (para  $\lambda = 0$ ), con el plano  $y = z$ . Hallar su centro y focos. Para esto último, se pide hallar los puntos cíclicos de la cónica, las tangentes desde ellos, cuyos puntos de corte definen los focos.