

Apellidos

Nombre

Ejercicio 1) *Valor 3 puntos*

Se considera en $\mathbf{P}_4(\mathbf{R})$ un sistema de referencia $\mathcal{R} = \{P_0, P_1, P_2, P_3, P_4; U\}$. Sea π el plano que pasa por los puntos P_0, P_2 y P_4 . Se pide:

1. Probar que todo plano que pasa por la recta $r = P_1P_3$ corta a π en un punto.
2. Si $V = \pi \cap (r + U)$, probar que $\mathcal{R}_\pi = \{P_0, P_2, P_4; V\}$ es un sistema de referencia en π . Hallar las coordenadas respecto de \mathcal{R} , del punto $(x_0 : x_1 : x_2)_{\mathcal{R}_\pi}$.
3. Si definimos la razón doble de 4 planos que pasan por r como la razón doble de sus puntos de corte con π , hallar el cuarto armónico de los planos L_1, L_2, L_3 , siendo $L_i = r + Q_i$, $i = 1, 2, 3$ y $Q_1 = (1 : 1 : 0 : 0 : 0)_{\mathcal{R}}$, $Q_2 = (0 : 0 : 1 : 1 : 0)_{\mathcal{R}}$ y $Q_3 = (2 : 1 : 1 : 0 : 0)_{\mathcal{R}}$.

Ejercicio 2) *Valor 3 puntos*

Sea $F : \mathbf{P}_2 \rightarrow \mathbf{P}_2$ una homología de eje e y centro (incidente) $O \in e$. Se pide:

1. Supongamos que e tiene por ecuación $x_0 = 0$. ¿Qué forma tiene la matriz de F ?
2. Dado un punto $P \notin e$, probar que la razón doble $|OPF(P)F^2(P)|$ es independiente del punto P elegido.
3. Si G es otra homología de eje e pero de centro (no incidente) $O' \notin e$, ¿qué podemos decir de la composición $G \circ F$? ¿Es también una homología? En caso afirmativo, ¿de qué tipo?

Ejercicio 3) *Valor 4 puntos*

Se da la cuádrica Q cuyo lugar tiene la ecuación siguiente en el espacio proyectivo tridimensional real:

$$x_0^2 - 2x_0x_1 + 2x_0x_2 + 2x_1x_3 - x_2^2 = 0.$$

Se pide:

1. Averiguar si el punto $(0 : 2 : 2 : 1)$ pertenece al lugar y, en caso afirmativo, hallar el plano tangente L a Q en él.
2. Clasificar la cónica intersección de L y Q .
3. Clasificar Q en el espacio proyectivo.
4. Consideremos el espacio afín que resulta de quitar al proyectivo el hiperplano $x_0 = 0$. Dar la clasificación afín de la cuádrica afín Q_a .
5. Hallar centro, ejes y planos principales de Q_a .
6. Hallar el cono asintótico de Q_a .