ALGEBRA II (Primero de Estadística). Tipo A 18-6-2001

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– (3.5 pt.) Se considera la aplicación lineal $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(\mathbf{x}) = \alpha\mathbf{x}$ si $\mathbf{x} \in L_1$
donde $L_1 = x + y + z = 0$ y $f(1, 1, 1, 1) = (1, 1, 1, 1)$.

1. Calcular la matriz de f en términos de la base canónica.
2. Estudiar en función de los valores de α si se trata de una biyección, de una aplicación ortogonal, una proyección o de una proyección ortogonal.
3. Estudiar si la aplicación es diagonalizable. Calcular una base de autovectores.
4. Razonar si la siguiente afirmación es cierta: Si la aplicación lineal f es diagonalizable entonces lo es su aplicación inversa.

Ejercicio 2.– (3 pt) Los votantes de una ciudad se distribuyen en tres partidos, A, B y C. Se observa que al cabo de un periodo de mandato, una cuarta parte de los votos de A pasan a ser de B y la mitad pasan a C. La mitad de los votantes de B pasan a votar a C mientras que el resto permanece fiel a su opción política.

¿Cuál es la evolución de los votantes a largo plazo?. ¿Cuál es el número de votantes de cada partido después de cuatro elecciones?

Ejercicio 3.– (3.5 pt.) En el espacio afín $\mathbb{R}^4$ se consideran los planos dados por:

$$\pi_1 = \left\{ \begin{array}{c} x - z - t - 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{array} \right. \qquad \pi_2 = (1, 0, 1, 0) + < (1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 1) >$$

1. Estudiar las posiciones relativas de π_1 y π_2.
2. Calcular, si es posible, una recta que sea paralela al plano π_1, contenida en el plano π_2 y que pase por el punto $P : (2, 0, 1, 1)$.
3. Calcular una perpendicular común a π_1 y π_2.
4. Dados dos planos L_1 y L_2 en el espacio afín de dimensión cuatro estudiar las posibles dimensiones de $L_1 + L_2$ según sus posiciones relativas.

ALGEBRA II (Primero de Estadística). Tipo B 18-6-2001

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 4.– (3.5 pt.) En el espacio afín $\mathbb{R}^4$ se consideran los planos dados por:

$$\pi_1 = \left\{ \begin{array}{c} t - y - z - 1 = 0 \\ x - y = 0 \end{array} \right. \qquad \pi_2 = (0, 1, 0, 1) + < (0, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 0) >$$

1. Estudiar las posiciones relativas de π_1 y π_2.
2. Calcular, si es posible, una recta que sea paralela al plano π_1, contenida en el plano π_2 y que pase por el punto $P : (0, 1, 1, 2)$.
3. Calcular una perpendicular común a π_1 y π_2.

4. Dados recta y plano L_1 y L_2 en el espacio afín de dimensión cuatro estudiar las posibles dimensiones de $L_1 + L_2$ según sus posiciones relativas.

Ejercicio 5.– (3.5 pt.) Se considera la aplicación lineal $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(\mathbf{x}) = \alpha\mathbf{x}$ si $\mathbf{x} \in L_1$
donde $L_1 = t + x + y = 0$ y $f(1,1,1,1) = (1,1,1,1)$.

1. Calcular la matriz de f en términos de la base canónica.
2. Estudiar en función de los valores de α si se trata de una biyección, de una aplicación ortogonal, una proyección o de una proyección ortogonal.
3. Estudiar si la aplicación es diagonalizable. Calcular una base de autovectores.
4. Razonar si la siguiente afirmación es cierta: Si la aplicación lineal f es diagonalizable entonces lo es su aplicación inversa.

Ejercicio 6.– (3 pt) Los votantes de una ciudad se distribuyen en tres partidos, A, B y C. Se observa que al cabo de un periodo de mandato, una cuarta parte de los votos de A pasan a ser de B y la mitad pasan a C. La mitad de los votantes de B pasan a votar a C mientras que el resto permanece fiel a su opción política.

¿Cuál es la evolución de los votantes a largo plazo?. ¿Cuál es el número de votantes de cada partido después de cuatro elecciones?