ALGEBRA I (Primero de Estadística).Tipo A 27-1-2000

Nombre y apellidos ....

Ejercicio 1.– (4 pt.) Dadas las variedades lineales de $\mathbb{R}^4$:

$$F = L\{(1,1,1,0),(0,0,0,1),(0,1,0,0)\} \qquad G: \left.\begin{array}{rrl} x & +2t & =0 \\ 3x & -t & =0 \end{array}\right\}$$

1. Hallar la dimensión, una base y unas ecuaciones implícitas independientes de: $F+G$ y $F\cap G$.
2. Calcular las variedades $G^{\perp}$ y $F^{\perp}$ y una base ortonormal de $G^{\perp}$.
3. Dados los vectores $\mathbf{a}=(0,3,2,0)$ y $\mathbf{b}=(5,4,1,-2)$ hallar $\Pi_G(\mathbf{a})$, $\Pi_G(\mathbf{b})$, $\Pi_{G^{\perp}}(\mathbf{a})$ y $\Pi_{G^{\perp}}(\mathbf{b})$. ¿Cuál es el vector de G que menos dista de $\mathbf{a}$?
4. Estudiar la siguiente afirmación, dando una demostración en caso de ser cierta o un contraejemplo en caso contrario.

$$(F+G)^{\perp} = F^{\perp} + G^{\perp}$$

Ejercicio 2.– (2.5 pt.) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 8 & 8 & 2 \\ \alpha & 8 & 17 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 14 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 17 \\ 19 \end{pmatrix}$$

1. Discutir los valores de α para los que la matriz A tiene factorización de LR y calcular dicha factorización.
2. Discutir los valores de α para los que la matriz A tiene factorización de Cholesky y calcular dicha factorización en los casos posibles.
3. Para $\alpha = 0$ resolver el sistema de ecuaciones $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizando factorización LR.

Ejercicio 3.– (3.5 pt.) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Buscar la pseudosolución óptima de los sistemas de ecuaciones $A\mathbf{x} = \mathbf{a}$, $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ y $A\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$. Interpretar los resultados obtenidos.