

APELLIDOS:

NOMBRE:

Ejercicio 1: (3 puntos)

En el espacio afín euclídeo R^4 , respecto de un sistema de referencia métrico, se consideran los puntos: $P_1 = (1, 0, 1, 0)$ y $P_2 = (0, 1, 0, 1)$. Se pide:

- (1) Determinar las ecuaciones implícitas de dos hiperplanos paralelos que pasen respectivamente por P_1 y P_2 y cuya perpendicular común contenga la dirección $\overrightarrow{P_1P_2}$. ¿Son únicos?. Hallar la mínima distancia entre ambos hiperplanos.
- (2) Determinar las ecuaciones implícitas de dos planos paralelos que pasen respectivamente por P_1 y P_2 y cuya perpendicular común contenga la dirección $\overrightarrow{P_1P_2}$. ¿Son únicos?. Hallar la mínima distancia entre ambos planos.
- (3) Estudiar razonadamente las posiciones relativas de dos planos en R^4 .

Ejercicio 2: (3'5 puntos) En el espacio afín euclídeo \mathbb{R}^3 , respecto de un sistema de referencia métrico, se considera la recta

$$r : \begin{cases} x - y = 1 \\ z = 2 \end{cases} .$$

Para cada punto P , denotemos P^* la proyección ortogonal de P sobre r . Sea $\lambda \in \mathbb{R}$, definimos la aplicación $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(P) = P + \lambda \overrightarrow{PP^*}$.

- (1) Calcular unas ecuaciones de f .
- (2) Determinar los valores de λ para los cuales $f \in GA(\mathbb{R}^3)$.
- (3) Determinar los valores de λ para los cuales $f \in MO(\mathbb{R}^3)$. Para éstos, clasificar f y determinar sus elementos geométricos.

Ejercicio 3: (1'5 puntos) En el plano afín, se consideran los puntos:

$$A = (1, 0); B = (0, 1); C = (2, 3).$$

Calcular el ortocentro, el baricentro y el circuncentro del triángulo ABC y comprobar que están alineados.

Ejercicio 4: (2 puntos) En el espacio proyectivo real de dimensión 3, se consideran las rectas:

$$r : (2 : 0 : 3 : 0) + (1 : -1 : 1 : 0)$$

$$r_\lambda : (0 : 3 : 3 : \lambda) + (1 : 2 : 0 : 0)$$

- a) Estudiar, para los distintos valores de λ , la posición relativa de ambas rectas y la dimensión de $r + r_\lambda$.
- b) Calcular las ecuaciones implícitas del plano proyectivo π que las contiene en el caso de que r y r_λ sean coplanarias.