Primer Curso. Geometría **5 de septiembre de 2000**

Ejercicio 1.- En el plano afín consideramos 3 puntos O, A, B, y el sistema de referencia $R = \{O; \vec{OA}, \vec{OB}\}$. Definimos el conjunto C, formado por las aplicaciones afines f tales que A es punto doble de f y $\vec{BA}$, $\vec{OA}$ son direcciones dobles de f.

1. Calcular la matriz genérica de los elementos de C.
2. Comprobar si son afinidades todos los elementos de C. Dada una razón λ, ¿existe una homotecia en C con esa razón?.
3. Describir, dando sus elementos geométricos, los movimientos de C.

Ejercicio 2.- En el espacio afín euclídeo R^4, se consideran las variedades:

$$L_1 : 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0,\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 0$$

$$L_2 : (1,1,1,1)+ < (-2,1,1,0),(3,-2,0,1) >$$

Se pide:

1. Estudiar su posición relativa.
2. Hallar las ecuaciones paramétricas de la perpendicular común a ambas que pasa por $(1,1,1,1)$. ¿Es única?. Calcular la $d(L_1, L_2)$.
3. Usando las fórmulas de la dimensión, discutir las posibles posiciones relativas de dos planos en R^4.

Ejercicio 3.- Consideremos el espacio real euclídeo tridimensional y en él un sistema de referencia métrico.

1. Hallar las ecuaciones de la simetría especular σ_1 cuyo plano de puntos dobles es $x + y = 0$.
2. Hallar las ecuaciones de la simetría axial σ_2 de eje la recta $\{x - y = 0 \quad ; \quad z = 0\}$.
3. Clasificar y hallar los elementos geométricos del movimiento $\sigma_2\sigma_1$.
4. En general, ¿qué movimiento resulta de la composición de una simetría especular y una simetría axial cuyos plano y eje respectivos son perpendiculares?