

**Ejercicio 1.** (3 puntos)

1. Enumerar todos los movimientos de  $\mathbf{R}^3$ , clasificándolos por sus variedades de puntos dobles.
2. Dar *razonadamente* una lista de todos los movimientos de  $\mathbf{R}^3$  que dejan invariante el plano  $z = 0$  y la recta  $\{x = 0; y = 0\}$ . (No se piden ecuaciones, sino descripción de los movimientos).
3. De los movimientos descritos en el apartado anterior, considerar las ecuaciones de dos movimientos concretos diferentes y distintos de la identidad, y calcular su producto, clasificándolo y obteniendo sus elementos geométricos.

**Ejercicio 2.** (4 puntos)

1. Usando las fórmulas de la dimensión, estudiar las posiciones relativas de dos planos en  $\mathbf{R}^4$
2. Dadas 2 rectas paralelas en  $\mathbf{R}^4$ , ¿es posible que una de ellas corte en un punto a un plano dado y la otra no?. Razonar la respuesta.
3. Determinar, si es posible, dos rectas con dirección  $\langle (2, 1, -1, 0) \rangle$ , contenidas en el plano:

$$\pi_1 : 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \quad x_1 - 2x_2 + x_4 = 0$$

una de las cuales corte en un punto al plano

$$\pi_2 : 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2, \quad x_1 + 2x_3 - x_4 = 2$$

y la otra no. ¿Se pueden elegir dichas rectas de manera única?

4. Hallar la ecuación general de los hiperplanos que contienen a  $\pi_1$ . ¿Cuántos de ellos pasan por el punto  $P = (-1, 0, 2, 1)$ ?

**Ejercicio 3.** (3 puntos)

Se recomienda razonar geoméricamente en este ejercicio. Apenas son necesarios unos pocos cálculos.

1. Consideremos las rectas  $r \equiv x = y = 0$  y  $s \equiv x = z = 1$ . Sea  $P$  el punto  $P = (0, 1, 1)$ . Calcular cuántas rectas que pasan por  $P$  cortan a  $r$  y a  $s$ .
2. Sean  $\bar{r}$ ,  $\bar{s}$ ,  $\bar{P}$  las clausuras proyectivas de  $r$ ,  $s$  y  $P$  respectivamente. Calcular cuántas rectas que pasan por  $\bar{P}$  cortan a  $\bar{r}$  y a  $\bar{s}$ .
3. Comprobar que

$$(\bar{r} + \bar{P}) \cap \bar{s} = L_\infty(\bar{s}).$$

A la vista de esta igualdad, explicar las diferencias de los dos primeros apartados.