GEOMETRÍA. Convocatoria de junio 17-6-02

APELLIDOS:	NOMBRE:

NOTA: Las coordenadas y ecuaciones en los ejercicios siguientes se dan sobre sistemas de referencias métricos.

Ejercicio 1:(*3 puntos*)
En el espacio afín euclídeo $\mathbb{R}^4$, se consideran las variedades:

$$L_1 : x_1 - x_4 = 0,\ x_3 = 0$$

$$L_2 : (1,1,1,1) + < (1,0,0,1) >$$

Se pide:

(1) Estudiar su posición relativa.
(2) Calcular la distancia entre ambas.
(3) Hallar la ecuación implícita de los hiperplanos que pasan por L_2 y son paralelos a L_1.

Ejercicio 2:(*3'5 puntos*)

(1) Comprobar que los triángulos $A = (0,0)$, $B = (2,0)$, $C = (1,2)$ y $A' = (0,-2)$, $B' = (-1,0)$, $C' = (1,0)$ son iguales. Determinar razonadamente todos los movimientos que transforman ABC en $A'B'C'$.
(2) En $\mathbb{R}^3$ sea g el movimiento de matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Clasificarlo y determinar sus elementos geométricos.
b) Si h es la homotecia de centro $(4,2,0)$ y razón 2, determinar la matriz de la semejanza $f = hg$ y calcular su centro.

Ejercicio 3:(*3'5 puntos*) Sean L_1 y L_2 dos planos en el espacio euclídeo de dimensión 6 y sean $\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$ sus respectivas clausuras proyectivas en el espacio proyectivo.

(1) Calcular las dimensiones de $\overline{L_1} + \overline{L_2}$ y $\overline{L_1} \cap \overline{L_2}$ en cada uno de los siguientes casos:
   (a) Los dos planos L_1 y L_2 se cruzan.
   (b) Los dos planos L_1 y L_2 son paralelos.
   (c) Los dos planos L_1 y L_2 se cortan en un punto.
(2) Supongamos que L_1 y L_2 tienen una única perpendicular común L. Si L es paralela a la recta

$$x_1 - 1 = x_2 - 2 = x_3 - 3 = x_4 - 4 = x_5 - 5 = x_6 - 6$$

y sus pies en L_1 y L_2 son los puntos $(1,0,0,0,0,0)$ y $(0,2,0,0,0,0)$, calcular $L_1 + L_2$ y $L_1 \cap L_2$.