Geometría **17 de Septiembre de 2003**

APELLIDOS:	NOMBRE:

Ejercicio 1 (*4 puntos*) En el espacio afín euclídeo $\mathbb{R}^3$, respecto de un sistema de referencia métrico, se consideran las rectas de ecuaciones: $r : x = 2z + 1, y = z - 1$ y $s : x = y = 0$. Se pide:

1. Estudiar la posición relativa de las rectas r y s.
2. Escribir la ecuación general de todos los planos que contienen a la recta r.
3. Clasificar el movimiento f de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 3x' &= \ \ 4 + x + 2y + 2z \\ 3y' &= -7 + 2x - 2y + z \\ 3z' &= -1 + 2x + y - 2z \end{aligned}$$

   determinando sus elementos geométricos. Hallar las imágenes $f(r)$ y $f(s)$ por el movimiento.
4. ¿Puede descomponerse f como producto de dos simetrías planas cuyos planos de simetría contengan a la recta r?. Razonar la respuesta, determinando las ecuaciones de los planos.

Ejercicio 2 (*3 puntos*) Se considera $\mathbb{R}^2$ como espacio afín euclídeo.

1. De un triángulo ABC se conoce $C = (3, 6)$, y las ecuaciones de la bisectriz $x - y + 1 = 0$ y de la mediana $2x - 5y + 10 = 0$ trazadas desde diferentes vértices. Hallar los vértices.
2. Determinar **razonadamente** la matriz de una semejanza que sea una simetría con dilatación de centro $C = (1, 2)$, eje $r : x + y = 3$, y razón 2.

Ejercicio 3 (*3 puntos*) En el espacio afín de dimensión 4, se consideran las variedades M y N, cuyas ecuaciones implícitas son las siguientes:

$$M \equiv \begin{cases} x_1 + x_3 - 2 &= 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 + 1 &= 0 \end{cases} \qquad N \equiv \begin{cases} x_1 - 2x_3 + 1 &= 0 \\ x_2 + x_4 &= 0 \end{cases}$$

1. Hallar las ecuaciones paramétricas de M y N y calcular su posición relativa.
2. Hallar las ecuaciones paramétricas (en el espacio proyectivo) de las clausuras proyectivas $\overline{M}$ y $\overline{N}$ y calcular su posición relativa.
3. Hallar las ecuaciones paramétricas (en el espacio proyectivo) de las variedades $\overline{M}_\infty$ y $\overline{N}_\infty$ (formadas por los puntos en el hiperplano del infinito de $\overline{M}$ y $\overline{N}$) y calcular su posición relativa.