Geometría **20 de Septiembre de 2004**

APELLIDOS: NOMBRE:

Ejercicio 1 (*5 puntos*) En el espacio afín euclídeo $\mathbb{R}^4$, respecto de un sistema de referencia métrico, se consideran el punto $P = (0, -2, 0, 0)$ y los planos de ecuaciones: $L_1 : x_1 - 2x_2 = 0, x_3 - x_4 = 0$ y $L_2 : x_2 + 2x_3 = 0, x_1 - x_2 + 2x_3 + 1 = 0$. Se pide:

1. Calcular la distancia de P a L_1 y a L_2.
2. Calcular una recta r paralela a L_1 y L_2 que pase por P y la distancia de r a los planos L_1 y L_2.
3. En el caso de que exista, calcular una perpendicular común a L_1 y L_2 que pase por P.
4. Sean $\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$ las respectivas clausuras proyectivas de L_1 y L_2 en el espacio proyectivo $\mathbb{P}_4(\mathbb{R})$. Calcular la posición relativa de $\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$, dando explícitamente la intersección y la suma de ambas.

Ejercicio 2 (*2 puntos*) Se considera $\mathbb{R}^3$ como espacio afín euclídeo con un sistema de referencia métrico. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ el movimiento de matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Se pide:

1. Clasificar f calculando sus elementos geométricos.
2. ¿Cual es el mínimo número posible de simetrías planas en el que se puede descomponer f? Razonar la respuesta.

Ejercicio 3 (*3 puntos*) Se considera $\mathbb{R}^2$ como espacio afín euclídeo.

1. Hallar los vértices de un triángulo que tiene baricentro en $(2, 3)$ y dos de los puntos medios de sus lados en $(3, 2)$ y $(4, 5)$.
2. Sean
$$\begin{aligned} &\mathcal{C} : x^2 + y^2 = 1 \\ &\mathcal{C}' : (x-3)^2 + y^2 = 4 \\ &r : x - y = 0 \\ &r' : x = 3 \end{aligned}$$
Determinar **razonadamente** todas las semejanzas f, que verifiquen simultáneamente $f(\mathcal{C}) = \mathcal{C}'$ y $f(r) = r'$.