ALGEBRA IV **Extra. Diciembre (Álg. Conm. y Geom. Alge.)** **03-12-2001**

Apellidos **Nombre**

Ejercicio 1.- Sean C_1 y C_2 dos curvas planas, afines, complejas, lisas, tales que $C_1 \cap C_2 \neq \emptyset$. Sea $C = C_1 \cup C_2$. Se pide:
a) Sea $P \in C_1 \cap C_2$. Hallar el número mínimo de generadores de $\mathfrak{m}_P(C)$. Hallar la dimensión del $\mathbf{C}$-espacio vectorial $\frac{\mathfrak{m}_P(C)}{\mathfrak{m}_P^2(C)}$.
b) Sea P un punto de C_1 que no está en C_2. Hallar el número mínimo de generadores de $\mathfrak{m}_P(C)$. Describir un procedimiento para calcular un sistema de generadores de $\mathfrak{m}_P(C)$. ¿Es $\mathcal{O}_P(C)$ un anillo de valoración discreta?

Ejercicio 2.- En el plano complejo proyectivo se considera la curva C definida por el polinomio $X_0^3X_2^2 - X_1^5$. Se pide:
a) Hallar los puntos singulares de C y sus multiplicidades. Hallar $g^*(C)$.
b) Previo cambio de coordenadas adecuado, realizar una transformación cuadrática centrada en $P_2 = (0:0:1)$. Sea D la curva transformada estricta obtenida. Hallar una ecuación de D. Calcular $g^*(D)$. ¿Tiene D puntos múltiples no ordinarios?

Ejercicio 3.-
3.1) Hallar el género de la curva definida por $X_1^2X_0X_2 - X_2^4 - X_0^4 = 0$. ¿Existe alguna curva lisa, plana, de género 2?
3.2) Sea C una cúbica, compleja, proyectiva, lisa y sea P un punto de C. Se pide:
a) Hallar la dimensión de $\mathcal{L}(2P)$ y describir un procedimiento para hallar una base de ese espacio vectorial complejo.
b) Hallar la dimensión de $\mathcal{L}(mP)$ (para $m \geq 3$) y describir un procedimiento para hallar una base de ese espacio vectorial complejo.

$\boxed{\text{Ej. } 1 = 3 \text{ pts., Ej. } 2 = 4 \text{ pts., Ej. } 3 = 3 \text{ pts.}}$