ALGEBRA IV **Extra. Febrero (Álg. Conm. y Geom. Alge.)1^{era} parte** **26-02-2002**

Apellidos **Nombre**

Ejercicio 1.- Sea P un punto de una curva plana, afín, irreducible, C, (sobre un cuerpo $\mathbf{k}$), sea $\mathcal{O}$ el anillo local de C en P y $\mathfrak{m}$ el ideal maximal de C en P. Probar que $\dim_{\mathbf{k}} \frac{\mathfrak{m}^{\nu}}{\mathfrak{m}^{\nu+1}} = mult_P(C)$ para valores de ν suficientemente grandes. Deducir de ello que si $\mathcal{O}$ es un a.v.d. entonces P es un punto liso de P.

Ejercicio 2.- En el plano complejo proyectivo se considera una curva C irreducible. Hallar, en función de $g^*(C)$ y de $pmno(C)$, una cota superior para el número de transformaciones cuadráticas necesarias para llevar C a una curva con sólo puntos múltiples ordinarios.

Ejercicio 3.- Sea $V \subset \mathbf{C}^3$ la variedad definida por los polinomios $\{x^3 - y^4, y^2 - z^3\}$ y sea $P = (0,0,0)$. Notemos $\mathfrak{m}$ el ideal maximal de V en P. Hallar $\dim_{\mathbf{C}} \frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{m}^2}$ y $\dim_{\mathbf{C}} \frac{\mathfrak{m}^2}{\mathfrak{m}^3}$. Hallar los puntos singulares de V. Probar que V es irreducible.

$\boxed{\text{Ej. } 1 = 3 \text{ pts., Ej. } 2 = 3{,}5 \text{ pts., Ej. } 3 = 3{,}5 \text{ pts.}}$