PRÁCTICA: MOMENTOS DE INERCIA Y PÉNDULO FÍSICO

Parte I: MOMENTOS DE INERCIA

Objetivo: Determinar experimentalmente el momento de inercia de un disco respecto a su centro de gravedad y respecto a distintos ejes paralelos al anterior, y comprobar la validez experimental del Teorema de Steiner

Fundamento teórico:

Cuando un sólido rígido se encuentra girando en torno a un eje fijo, la ecuación fundamental de la dinámica, aplicada a la componente según la dirección del eje de giro, viene dada por:

$$M = I\alpha \qquad (1)$$

donde M es el momento resultante de las fuerzas externas respecto al eje de giro, I es el momento de inercia del sólido respecto a dicho eje y α la aceleración angular del sólido.

Por otro lado, el momento M ejercido por un resorte espiral de torsión en el rango de deformación elástica está relacionado con la deformación angular ϕ del resorte, de forma análoga a como se relaciona la fuerza F aplicada a un resorte que se estira o comprime con la deformación x (elongación) de la longitud del resorte. Dicha relación es la ley de Hooke, que para el caso de este último resorte queda expresada por $F = -kx$, donde k es la constante elástica del resorte y donde el signo menos indica que es una fuerza recuperadora. Esta ley aplicada al caso del resorte espiral de torsión se expresa de forma análoga por la expresión:

$$M = -D\phi \qquad (2)$$

donde D es la constante de recuperación angular del resorte y donde el signo menos indica igualmente que, en este caso, M es un momento recuperador.

Así, para un sólido rígido sometido a la acción de dicho resorte, sustituyendo la expresión (2) en la
ecuación (1) y pasando todo al primer miembro, tendremos:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{D}{I}\phi = 0$$

que corresponde a la ecuación de un movimiento armónico simple. En la expresión anterior, el coeficiente D/I es igual al cuadrado de la frecuencia angular y por tanto, el período de oscilación T es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \qquad (3)$$

Esta última relación nos permitirá calcular el momento de inercia I, conociendo los valores del período de oscilación T, y de la constante elástica D del resorte.

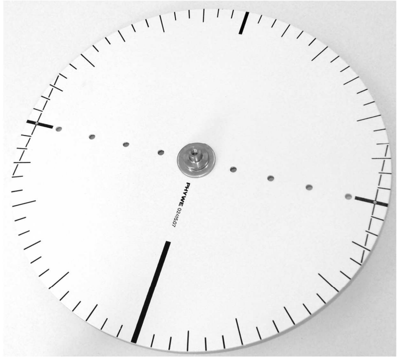
Por otro lado, el **Teorema de Steiner** nos da la relación existente entre el momento de inercia de un sólido rígido respecto a un eje que pase por un punto A cualquiera del sólido, I_A , y el momento de inercia del sólido respecto a un eje, paralelo al anterior, que pase por su centro de gravedad G del sólido, I_G. Su expresión es:

$$I_A = I_G + md^2 \qquad (4)$$

donde m es la masa del sólido y d la distancia entre ambos ejes.

Material: - 1 Sistema provisto de un eje de oscilación angular accionado mediante un resorte espiral - 1 Gato sujeción
- 1 Disco taladrado
- 1 Cronómetro



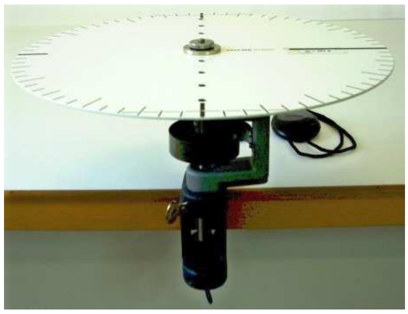



Datos: *Constante elástica del resorte*: D = (0,022 ± 0,001) N·m/rad
Masa del disco taladrado: m = (0,392 ± 0,001) kg
Distancia entre orifícios del disco: a = (0,029 ± 0,001) m
Radio del disco: R = (0,149 ± 0,001) m

Método operativo:

a) Completar en primer lugar el epígrafe 1 de la Hoja de RESULTADOS Y CUESTIONES.

b) Colocar en el soporte de oscilación giratoria, el disco taladrado, de forma que éste oscile en torno al eje que pasa por su centro de gravedad y medir con el cronómetro el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones. Para ello, girar el cuerpo aproximadamente 180º (media vuelta), **en el sentido de compresión del resorte** y soltarlo.



c) Realizar la medida anterior un total de 4 veces y anotar los resultados en la Tabla del epígrafe 2 de la Hoja de RESULTADOS Y CUESTIONES.

d) Colocar ahora el disco de forma que oscile en torno a otro eje de rotación paralelo al anterior. Para ello, situar el eje en el orificio más cercano al existente en el centro del disco y, siguiendo el procedimiento ya descrito, determinar el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones. Esta medida ha de realizarse sólo una vez.

e) Repetir el apartado anterior utilizando el resto de orificios no centrados y anotar los resultados en la Tabla correspondiente del epígrafe 5 de la Hoja de RESULTADOS Y CUESTIONES.

AL FINALIZAR LA PRÁCTICA EL SOPORTE DE OSCILACIÓN DEBE QUEDAR SUJETO A LA MESA Y SIN NINGÚN CUERPO COLOCADO EN ÉL. EL DISCO TALADRADO Y EL CRONÓMETRO DEBEN QUEDAR SOBRE LA MESA Y EL DISCO TALADRADO CON EL TORNILLO EN SU AGUJERO CENTRAL.

PRÁCTICA: MOMENTOS DE INERCIA Y PÉNDULO FÍSICO

Parte II: PÉNDULO FÍSICO

Objetivo: Estudiar el movimiento de un péndulo físico como ejemplo del movimiento armónico simple y determinar el radio de giro de un cuerpo.

Fundamento teórico:

Un sólido rígido cualquiera, suspendido verticalmente de un eje horizontal alrededor del cual puede oscilar por la acción de la gravedad, constituye un péndulo físico o péndulo compuesto.

Si se desplaza de su posición de equilibrio un pequeño ángulo y se le suelta, el péndulo oscila con movimiento armónico simple de período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mgd}} \qquad (5)$$

donde m es la masa del cuerpo, I_A el momento de inercia respecto al eje de oscilación que pasa por A, y d es la distancia desde el eje de oscilación al centro de gravedad.

Haciendo uso del teorema de Steiner podemos expresar el momento de inercia anterior como:

$$I_A = I_G + md^2 \qquad (4)$$

donde I_G es el momento de inercia respecto de un eje, paralelo al anterior, que pasa por su centro de gravedad G. Este momento de inercia siempre es proporcional a la masa a través de la expresión:

$$I_G = mk^2 \qquad (6)$$

donde a k se le denomina *radio de giro*.

Sustituyendo la expresión (6) en (4), tendremos:

$$I_A = mk^2 + md^2$$

Sustituyendo esta ecuación en la expresión (5) del período obtenemos:

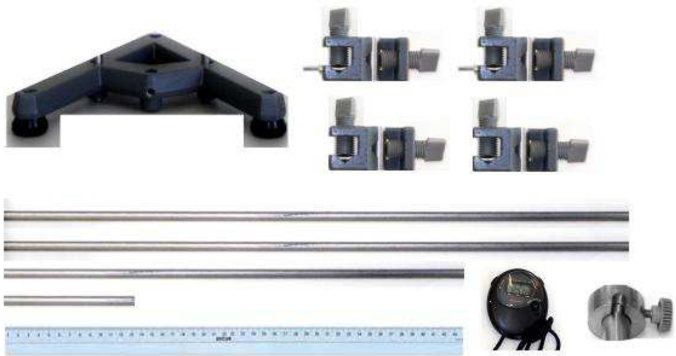
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + d^2}{gd}}$$

Escribiendo de forma conveniente esta ecuación llegamos a:

$$dT^2 = \frac{4\pi^2}{g}d^2 + \frac{4\pi^2}{g}k^2 \qquad (7)$$

Por tanto si representamos en un sistema de ejes cartesianos los valores dT^2 en ordenadas y los de d^2 en abscisas, obtendremos una recta cuya pendiente nos permite hallar el valor de g y la ordenada en el origen el valor k del radio de giro del cuerpo.

Material:
- 1 Base soporte
- 2 Varillas de 1 m
- 4 Nueces dobles
- 1 Nuez soporte para péndulo
- 2 Ejes con perfil prismático
- 1 Varilla de 75 cm
- 1 Varilla de 25 cm
- 1 Regla graduada
- 1 Cronómetro

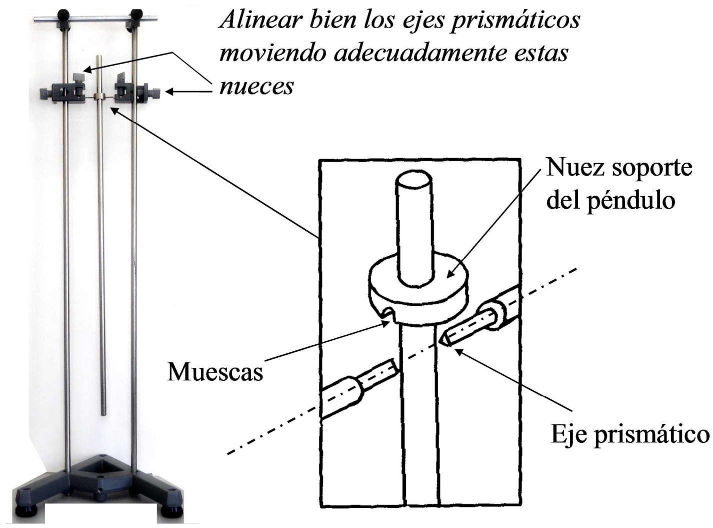


Método operativo:

a) Colocar la nuez soporte para el péndulo sobre uno de los extremos de la varilla de 75 cm, que es nuestro péndulo físico objeto de estudio.

b) Medir la distancia *d* desde el centro de gravedad de la varilla a una de las muescas de la nuez soporte que se usará para suspender el péndulo sobre el eje de giro. Considerar a todos los efectos el centro de gravedad situado siempre en el centro geométrico de la varilla.

c) Colocar el péndulo sobre los ejes de perfil prismático. [*Esta operación requiere la máxima destreza por parte del alumnado con el fin de que la nuez soporte del péndulo descanse de forma equilibrada sobre los dos ejes prismáticos que están unidos a las varillas soportes. Para ello quizá sea preciso ajustar la altura y orientación de las nueces que sujetan a los ejes prismáticos sobre las varillas soportes*]



d) Hacer oscilar el péndulo separándolo un ángulo pequeño de la vertical. Medir el tiempo *t* que tarde en realizar 30 oscilaciones completas.

e) Calcular el período *T* de las oscilaciones, que resultará de dividir el tiempo medido anteriormente entre el número de oscilaciones consideradas.

f) Repetir al menos 5 veces más los apartados anteriores, pero acercando en cada medida la nuez soporte para el péndulo hacia el centro de gravedad de la varilla 5 cm en cada ocasión, y anotar los resultados en la Tabla del epígrafe 1 de la Hoja de RESULTADOS Y CUESTIONES.

NOMBRE: .... GRUPO PRÁCTICAS: ....

GRADO EN: ……………………………………………………………………..…………………………………….

PRÁCTICA: MOMENTOS DE INERCIA Y PÉNDULO FÍSICO

Parte I: MOMENTOS DE INERCIA

RESULTADOS Y CUESTIONES:

1) Anotar los datos del resorte y del disco taladrado:

Constante elástica del resorte: D = (…………….… ± ……………) ....

Masa disco taladrado: m = (……………. ± ……………) ....

Distancia entre orificios del disco: a = (. ………..…. ± ……………) ....

Radio del disco: R = (..…………..…. ± ……………) ....

2) Para el caso del eje de giro situado en el centro del disco completar la Tabla adjunta, donde N expresa el número de oscilaciones, y t_1, t_2, t_3, t_4 los tiempos totales medidos.

N	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)

3) Obtener el período T y calcular, utilizando la ecuación (3), el momento de inercia del disco respecto del eje que pasa por su centro de gravedad, I_G.

4) Buscar, usando bibliografía, la expresión teórica del Momento de Inercia de un disco respecto de su centro de gravedad y calcular, a partir de ella, el Momento de Inercia del disco utilizado en la experiencia [*No hallar en este caso la incertidumbre*]. Comparar este resultado con el valor experimental obtenido en el apartado anterior. ¿A qué atribuyes la diferencia?

5) Operando de manera análoga a la de los apartados 2 y 3, completar la Tabla adjunta para cada uno de los ejes de oscilación utilizados que pasan por los respectivos orificios del disco, donde d expresa la distancia desde el eje en cuestión al centro del disco e I_A el momento de inercia respecto del eje de giro, que debe ser calculado utilizando la ecuación (3). [*En la primera fila correspondiente al Eje 0 se deben anotar los datos obtenidos en el apartado 3 anterior*]

	d (m)	d^2 (m^2)	N	t (s)	T (s)	I_A ($kg \cdot m^2$)
Eje 0	0	0				
Eje 1						
Eje 2						
Eje 3						
Eje 4						

6) Representar en una gráfica los diferentes valores de I_A obtenidos frente d^2.

7) Obtener por el método de los mínimos cuadrados el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen de la recta que mejor se ajusta a los puntos representados en la gráfica anterior.

8) Trazar sobre el gráfico la recta de regresión obtenida.

9) Comparar la pendiente y la ordenada en el origen obtenidas con lo que predice el teorema de Steiner, [ecuación (4)] y comentar los resultados obtenidos.

NOMBRE: .... GRUPO PRÁCTICAS: ....

GRADO EN: …………………………………………………………………..…………………………………….

PRÁCTICA: MOMENTOS DE INERCIA Y PÉNDULO FÍSICO

Parte II: PÉNDULO FÍSICO

RESULTADOS Y CUESTIONES:

1) Completar la tabla adjunta.

d (cm)	t (s)	T (s)	T^2 (s^2)	dT^2 ($cm \cdot s^2$)	d^2 (cm^2)

2) Representar gráficamente dT^2 (ordenada) frente a d^2 (abscisa).

3) Obtener por el método de los mínimos cuadrados el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen de la recta que mejor se ajusta a los puntos representados en la gráfica anterior.

4) Trazar sobre el gráfico la recta de regresión obtenida.

5) Haciendo uso de la ecuación (7) determinar el valor de la aceleración de la gravedad g a partir del valor de la pendiente obtenida.

6) Teniendo en cuenta la ecuación (7) hallar el valor del radio de giro k a partir del valor de la ordenada en el origen obtenida.

7) Buscar, utilizando bibliografía, la expresión teórica del momento de inercia de una barra delgada respecto de un eje que pasa por su centro de gravedad, y deducir de ella la expresión teórica de su radio de giro.

8) Calcular a partir de la expresión del radio de giro obtenida en el apartado anterior, el valor del radio de giro teórico de la barra utilizada. [*No hallar en este caso la incertidumbre*].

9) Comparar los resultados obtenidos en las cuestiones 6 y 8 y comentarlos, destacando aquellos aspectos que creas han contribuido especialmente a sus diferencias.