Física 1

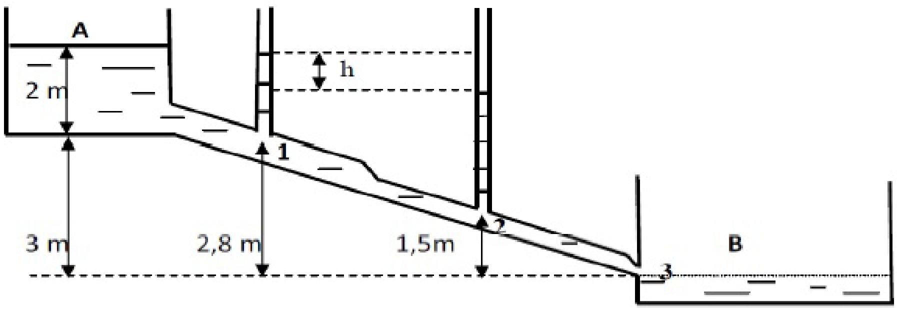
Grado en Ingeniería de la Salud

Segundo parcial. 14-01-2016. Curso 2015-16. Grupo 1.

Instrucciones y notas: razone todo lo que haga, no es suficiente con hacerlo. Varias cuestiones de cada problema se pueden hacer independientemente.

Problema 1 (a) Enuncie y demuestre el teorema de Arquimedes **(b)** Un modelo simple considera un continente como un bloque en forma de prisma de densidad ρ_C=2800 kg/m^3) que flota en el manto rocoso circundante que se puede consider como un fluido de densidad ρ_M=3400 kg/m^3). Suponiendo que el continente tenga 35 km de espesor, que es el promedio de la corteza terrestre) calcule la altura del continente sobre la manto rocoso que lo rodea.

Problema 2 Los depósitos A y B, de grandes dimensiones y abiertos a la atmósfera, están conectados por una tubería de sección variable. El nivel de agua en el depósito A es de 2 m y el desnivel entre ambos depósitos es de 3 m. El radio en el tramo de tubería 1 es 3 cm, reduciéndose a la mitad en el punto 2 y a un tercio en el punto 3. Considerar que g=10 m/s, y_1=2.8 m, y_2=1.5 m y y_3=0 m. Calcular las velocidades del fluido en los puntos 1 y 2, y la diferencia de altura h entre los tubos 1 y 2 (estos tubos están abiertos a la atmósfera). Nota: densidad del agua ρ=1 g/cm^3.

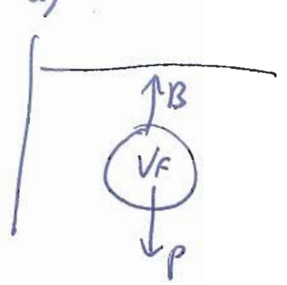


Problema 3 Una onda viene descrita por la ecuación $y = Acos(kx + \omega t + \phi_0)$, tiene una amplitud $A = 0{,}02$ mm, frecuencia $f = 2$ kHz y se propaga con una velocidad $v = 340$ m/s. La fase inicial es $\phi_0 = \pi/2$ rad. (**a**) Calcular la longitud de onda λ, el número de ondas k, la frecuencia angular ω y el sentido de propagación. (**b**) Demostrar que cumple la ecuación diferencial de ondas. (**c**) Calcular la velocidad de oscilación y la aceleración en el instante $t = 0$ y la posición $x = 0$. (**d**) Si corresponde a una onda mecánica plana en un medio de densidad $\rho = 1{,}29$ kg/m^3, determinar cual es la intensidad de la onda I y la potencia P que atraviesa una superficie $S = 1$ m^2 perpendicular a su dirección de propagación.

Problema 4 Un altavoz suspendido de un cable emite sonido con la misma intensidad en todas direcciones, produciendo una onda sonora esférica que tiene una intensidad $I_1 = 3{,}46$ W/m^2 a una distancia $R_1 = 5$ m del altavoz. (**a**) Calcular el nivel de intensidad sonora en decibelios a la distancia R_1. (**b**) Calcular la potencia del altavoz. (**c**) Calcular la potencia que atraviesa una superfice concéntrica con el altavoz a una superficie $R_2 = 10$ m de distancia del mismo. (**d**) Calcular la intensidad del sonido y su nivel de intensidad en decibelios a una distancia $R_2 = 10$ m. Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Problema 1

a) En equilibrio un volumen V_f de fluido está sometido a dos fuerzas, el peso $P_f = \rho_f g V_f$ y el empuje B, por lo tanto $B = P_f$ es decir



$$B = \rho_f g V_f$$

Si en lugar del fluido tenemos otro cuerpo de volumen V_f, como el resto del fluido está en el mismo estado, experimenta las mismas fuerzas y por el principio de acción y reacción realiza las mismas fuerzas sobre V_f cuya resultante es

$B = \rho_f g V_f$.

Como conclusión, el teorema de Arquímedes dice:

Un cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza en la dirección, pero con sentido opuesto, a la gravedad, y cuyo módulo es igual al peso del fluido que desaloja, tanto si está sumergido por completo como parcialmente.

b) Aplicación

$$P_c = \rho_c g V_c = \rho_c g S H$$

$$B = \rho_M g V_{SUB} = \rho_M g S(H-h)$$

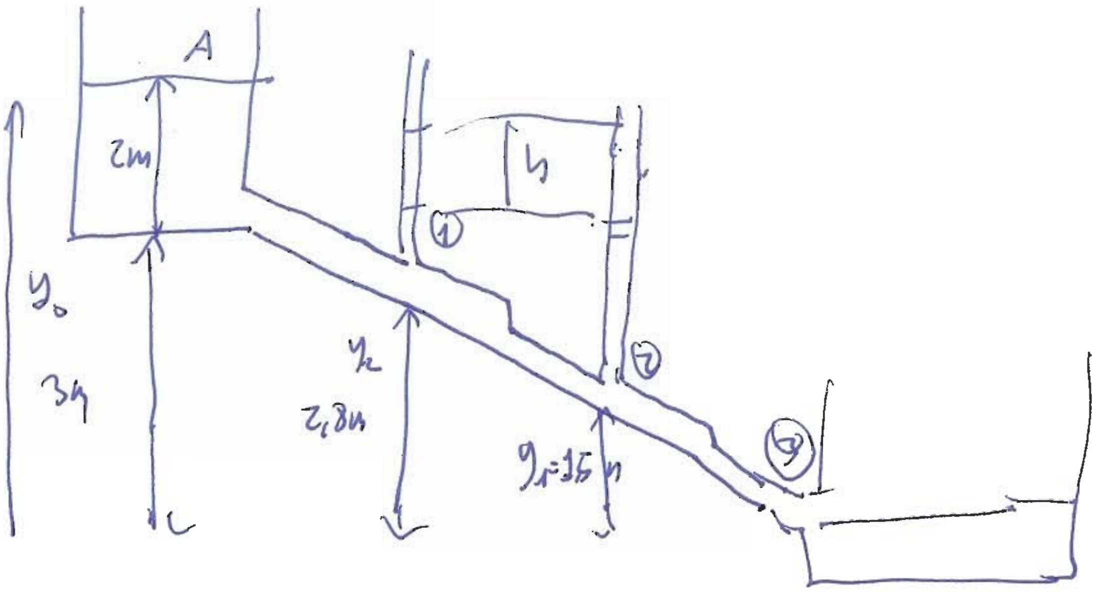
Igualando

$$\rho_c \cancel{g} \cancel{S} H = \rho_M \cancel{g} \cancel{S}(H-h) \Rightarrow \rho_c H = \rho_M (H-h) \Rightarrow$$

$$\rho_c H = \rho_M H - \rho_M h \Rightarrow \rho_M h = H(\rho_M - \rho_c) \Rightarrow h = H \frac{\rho_M - \rho_c}{\rho_M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 35\,km \left(\frac{3500 - 2800}{3500}\right) = 6{,}2\,km \Rightarrow \boxed{h = 6{,}2\,km}$$ Altura próxima a la de las montañas más altas

Problema 2 (1)



Por el teorema de Torricelli: $v_3=\sqrt{2g\,y_0} = \sqrt{2\times10\times5} \Rightarrow \boxed{v_3 = 10\ m/s}$

$R_1=3$ cm $\quad A_1 = \pi R_1^2 =$

$R_2 = \frac{3}{2}$ cm $\quad A_2 = \pi\left(\frac{R_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}A_1$

$R_3 = \frac{3}{3}$ cm $\quad A_3 = \pi\left(\frac{R_1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}A_1$

Calculo de velocidades. $v_1 A_1 = v_3 A_3 \Rightarrow v_1 = v_3\frac{A_3}{A_1} = 10\ m/s\ \frac{\frac{1}{9}A_1}{A_1}$

$\boxed{v_1 = \frac{1}{9}v_3 = \frac{10}{9}\ m/s}$ $\quad v_2 = v_3\frac{A_3}{A_2} = v_3\frac{\frac{1}{9}A_1}{\frac{1}{4}A_1} \Rightarrow$

$\boxed{v_2 = \frac{4}{9}v_3 = \frac{40}{9}\ m/s}$

Aplicamos el teorema de Bernoulli a los puntos 1 y 3, además

$P_1 = P_{at} + \rho g h_1$; $P_3 = P_a$.

$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 + \rho g \cancel{y_3}^{\,0} \Rightarrow$

$\cancel{P_{at}} + \rho g h_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \cancel{P_{at}} + \frac{1}{2}\rho v_3^2. \Rightarrow$

$\cancel{\rho} g(h_1+y_1) + \frac{1}{2}\cancel{\rho}\left(\frac{1}{9}\right)^2 v_3^2 = \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_3^2 \Rightarrow$

$g(h_1+y_1) = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{9^2}\right)v_3^2 \Rightarrow h_1+y_1 = \frac{1}{2g}\left(\frac{9^2-1}{9^2}\right)10^2 \Rightarrow \boxed{h_1+y_1 = 4,94\ m}$

Problema (2) (2)

Analogamente:

~~$P_2 + \rho g h_2$~~

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho V_3^2 + \rho g \cancel{y_3} \Rightarrow$$

$$\cancel{P_{at}} + \rho g h_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{4}{9}\right)^2 V_3^2 = \cancel{P_{at}} + \frac{1}{2}\rho V_3^2 \Rightarrow$$

$$\cancel{\rho} g (h_2 + y_2) = \frac{1}{2}\cancel{\rho}\left(1 - \left(\frac{4}{9}\right)^2\right) V_3^2$$

$$h_2 + y_2 = \frac{1}{2g}\left(\frac{9^2 - 4^2}{9^2}\right) 10^2 \Rightarrow h_2 + y_2 = 4{,}0\,m.$$

$$h = (h_1 + y_1) - (h_2 + y_2) = 4{,}94 - 4{,}0\,m \Rightarrow \boxed{h = 0{,}94\,m}$$

Problema (3) (1) $y = A\,sen(kx + \omega t + \phi_0)$.

$A = 0{,}02\ mm$ $f = 2kHz$, $V = 350\ m/s$, $\phi_0 = \pi/2$ rad

a) λ, k, ω, sentido

$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} = \frac{350\ m/s}{2\times 10^3\ s^{-1}} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}17\,m}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}17\,m} \Rightarrow \boxed{k = 36{,}9\ m^{-1}}$ $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \Rightarrow \boxed{\omega = 4\times 10^3\pi\ rad/s = 12{,}57\times 10^3\ rad/s}$

Sentido, debido al + en $kx + \omega t$, se propaga en sentido negativo del eje x., pues si $\varphi = kx + \omega t + \phi_0$ es cte, por ejemplo, $\varphi = 0$ que da amplitud máxima.

$0 = kx + \omega t + \phi_0$, derivando respecto al tiempo

$0 = k\frac{dx}{dt} + \omega \Rightarrow \underline{\frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{k}\ \text{negativo.}}$

b) $\frac{\partial y}{\partial x} = -kA\,sen(kx + \omega t + \phi_0)$; $\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\,sen(kx + \omega t + \phi_0)$

$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\,cos(kx + \omega t + \phi_0)$; $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\,sen(kx + \omega t + \phi_0)$

o bien $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y$; $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y \rightarrow$

$\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -y$; $\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -y \Rightarrow \frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow$

$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\ \ \text{con}\ \ V = \frac{\omega}{k}}$ Como queríamos demostrar

c) $V_{osc} = \frac{\partial y}{\partial t}\Big|_{x=0,\ t=0} = -\omega A\,sen(kx + \omega t + \phi_0) = -\omega A\,sen\frac{\pi}{2} = -\omega A \Rightarrow$

$V_{osc} = -12{,}57\times \cancel{10^3}\ rad/s\ \ 0{,}02\times \cancel{10^{-3}}\ m \Rightarrow \boxed{V_{osc} = 0{,}25\ m/s}$

Problema 3 (2)

(d) $I = \frac{1}{2}\rho\,\omega^2 A^2 v$, $P = IS \Rightarrow$

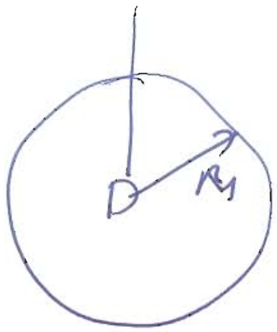
$I = \frac{1}{2}\,1{,}29\,(2\pi \times 2\times10^3)^2(0{,}02\times10^{-3})^2\,350$ (todo en el SI)

$\Rightarrow \boxed{I = \cancel{55{,}6}\ W/m^2 \quad 13{,}9\ W/m^2}$

$\cancel{13{,}9}$

$\cancel{0{,}695}$ $P = IS = 13{,}9\times1 \Rightarrow$ $P = 13{,}9\,W$

Problema 5



$I_1 = 3,46\ W/m^2 \qquad R_1 = 5m$

(a) $\beta_1 = 10 \log \dfrac{I_1}{10^{-12}\ W/m^2} = 10 \log \dfrac{3,46}{10^{-12}}$

$\Rightarrow \boxed{\beta_1 = 125\ dB}$

(b) $P = I_1 S_1 = 3,46 \frac{W}{m^2}\, 4\pi (5m)^2 \rightarrow \boxed{P = 1087\ W}$

(c) $\boxed{P = I_2 S_2 = I_1 S_1 = 1087\ W}$

(d) $I_1 S_1 = I_2 S_2 \rightarrow I_2 = \dfrac{S_1}{S_2} I_1 = \dfrac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2} I_1 \Rightarrow$

$I_2 = \left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)^2 I_1 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 I_1 = \dfrac{1}{4} I_1 \Rightarrow \boxed{I_2 = 0,865\ \frac{W}{m^2}}$

$\beta_2 = 10 \log \dfrac{I_2}{10^{-12}} = 10 \log \dfrac{0,865}{10^{-12}} \Rightarrow$

$\boxed{\beta_1 = 119\ dB}$