Física 1
Grado en Ingeniería de la Salud
Primera convocatoria. 03-02-2016. Curso 2015-16. Grupos 1 y 2

Instrucciones y notas: razone todo lo que haga, no es suficiente con hacerlo.

Problema 1 (3P) En cierto sistema de unidades, las componentes de la posición y velocidad inicial de un cohete en el instante $t = 0$, son $x_0 = 0, y_0 = 0, v_{x,0} = 0; v_{y,0} = 1$. Las componentes de su aceleración hasta que vuelve a colisionar con el suelo vienen dadas por $a_x = 2; a_y = -2\,t$. **(a)** Obtener las componentes de la velocidad v_x, v_y y de la posición x, y en función del tiempo. **(b)** Obtener la ecuación de la trayectoria $y = y(x)$. **(c)** Calcular la altura máxima que alcanza así como la distancia horizontal recorrida hasta que vuelve al suelo. **(d)** Obtener la aceleración tangencial y normal en el punto de altura máxima y en el punto inicial.

Problema 2 (4P) Una barra de longitud L y masa M está apoyada en el suelo horizontal y en una pared, ambas de coeficiente de rozamiento estático μ_e, formando un ángulo ϕ con la horizontal. La barra está en equilibrio estático. El punto de contacto con el suelo se representa por B, el de contacto con la pared A y el centro de masas de la barra por C. **(a)** Calcular la suma de los momentos (torcas) de las fuerzas normales N_A, N_B y de rozamiento F_A, F_B así como del peso de la barra $P = Mg$ respecto de los puntos A, B y C. **(b)** Suponiendo que el punto de contacto con el suelo se encuentra a punto de deslizar ($F_B = \mu_e N_B$), calcular las fuerzas F_A, N_A, F_B y N_B. **(c)** Obtener los valores numéricos de F_A y N_A si $\mu_e = 0{,}45$, $\phi = 45°$, $M = 3\,\text{kg}$, $L = 2\,\text{m}$ y $g = 10\,\text{m/s}^2$ ¿Es posible que haya rozamiento estático en la pared? **(d)** Posteriormente se lanza la barra al aire y se observa que la velocidad de su centro de masas es $\vec{v}_{cm} = (4, 3)\,\text{m/s}$ y su velocidad angular es $w = 5\,\text{rad/s}$. Calcular las energías cinéticas de traslación y de rotación usando que el momento de inercia de una barra respecto a su centro de masas es $I = \frac{1}{12} M\, L^2$. Calcular igualmente la aceleración de su centro de masas $\vec{a}_{cm}$. Nota: x e y son la dirección horizontal y vertical.

Problema 3 (1.5P) Un objeto flota en el agua con un 80 % de su volumen por debajo de la superficie. En otro fluido B, flota con el 72 % de su volumen por debajo de la superficie. **(a)** Calcular la densidad del objeto ρ_0 y la del fluido ρ_B sabiendo que la densidad del agua es ρ_A=1 g/cm^3. **(b)** Si el objeto es un cubo de lado 1 m, obtener la presión manométrica y absoluta sobre su cara inferior cuando está flotando en el agua, así como la fuerza que ejerce el fluido sobre dicha cara. Usar como presión atmosférica p_{at}=1000 hPa.

Problema 4 (1.5P) **(a)** Escriba la expresión matemática ($y = f(x, t)$) de una onda sonora armónica que se propaga en el sentido negativo del eje x con una longitud de onda λ =0,3 m, una velocidad $c =$ 340 m/s y una amplitud A =0,03 mm. **(b)** Si la densidad del aire es de $\rho = 1,29\,\text{kg/m}^3$, deducir cuál es la energía cinética máxima por unidad de volumen. **(c)** Calcular su intensidad, su nivel de intensidad en decibelios y la potencia que atraviesa una superficie de 0,5 m^2 perpendicular a su dirección de propagación. $I_0 = 10^{-12}\,\text{W/m}^2$.

Problema 1

$x_0 = 0$; $v_{x,0} = 0$; $a_x = 2$

$y_0 = 0$; $v_{y,0} = 1$; $a_y = -2t$

(a) $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$; $\displaystyle\int_{v_{0x}}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x\, dt \Rightarrow v_x - \overset{=0}{v_{0x}} = 2t \Rightarrow \boxed{v_x = 2t}$

$a_y = \dfrac{dv_y}{dt} \Rightarrow \displaystyle\int_{v_{0y}}^{v_y} dv_y = \int_0^t -2t\, dt \Rightarrow v_y - \overset{=1}{v_{0,y}} = -t^2 \Rightarrow \boxed{v_y = 1 - t^2}$

$v_x = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow \displaystyle\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v_x\, dt = \int_0^t 2t\, dt \Rightarrow x - \overset{=0}{x_0} = t^2 \Rightarrow \boxed{x = t^2}$

$v_y = \dfrac{dy}{dt} \Rightarrow \displaystyle\int_{y_0}^{y} dy = \int_0^t v_y\, dt = \int_0^t (1 - t^2)\, dt \Rightarrow y - \overset{=0}{y_0} = t - t^3/3$

$\Rightarrow \boxed{y = t - t^3/3}$

(b) $y = y(x)$: $x = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{x} \Rightarrow$

$y = t - t^3/3 = \sqrt{x} - \dfrac{(\sqrt{x})^3}{3} \Rightarrow \boxed{y = \sqrt{x}\left(1 - \dfrac{x}{3}\right)}$

(c) Alcance. $y = 0 \Rightarrow x = 0$ origen o $1 - \dfrac{x}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

(~~d~~ Altura máxima: $v_y = 0 \Rightarrow 1 - t^2 = 0 \Rightarrow t_H = 1 \Rightarrow$

$y_H = t_H - \dfrac{t_H^3}{3} = 1 - \dfrac{1}{3} \Rightarrow \boxed{y_H = 2/3}$

(d) En el punto inicial

$\vec{v}_0 = (0,1)$; $\vec{a} = (2, -2t)_{t=0} = (2, 0)$

$\boxed{a_n = 2 ; \ a_t = 0}$ $\boxed{(t=0)}$

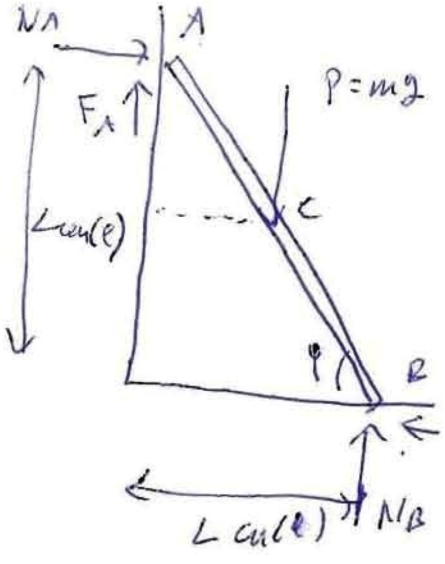
En el punto de altura máxima $\vec{v} \parallel x$

$|a_y| = a_n$; $a_t = a_x$, se obtiene para $t = 1$

$a_x(t=1) = 2 \Rightarrow \boxed{a_t = 2}$

$a_y(t=1) = -2 \Rightarrow \boxed{a_n = 2}$

Problema 2



a) Respecto al punto A $\circlearrowright +$

$$\sum \tau = -N_B L\cos(\varphi) + F_B L\operatorname{sen}(\varphi) + mg\frac{L}{2}\cos(\varphi)$$

Resp al punto B

$$\sum \tau_i = F_A L\cos(\varphi) + N_A L\operatorname{sen}(\varphi) - mg\frac{L}{2}\cos(\varphi)$$

Resp al punto C

$$\sum \tau_i = N_A\frac{L}{2}\operatorname{sen}(\varphi) + F_A\frac{L}{2}\cos(\varphi) + F_B\frac{L}{2}\operatorname{sen}(\varphi) - N_B\frac{L}{2}\cos(\varphi)$$

b) $F_B = \mu_e N_B$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad N_A - F_B = 0$

$\sum F_y = 0 \quad N_B + F_A - mg = 0$

$\sum \tau_i = 0$, resp al punto A:

$$-N_B L\cos(\varphi) + \mu_e N_B L\operatorname{sen}(\varphi) + mg\frac{L}{2}\cos(\varphi) = 0$$

$$N_B(\mu_e\operatorname{sen}(\varphi) - \cos(\varphi)) = -\frac{mg}{2}\cos(\varphi)$$

$$N_B = \frac{-mg\cos(\varphi)}{2(\mu_e\operatorname{sen}(\varphi) - \cos(\varphi))} = \frac{-mg}{2(\mu_e tg(\varphi) - 1)} \Rightarrow \boxed{N_B = \frac{mg}{2(1-\mu_e tg(\varphi))}}$$

$$F_B = N_A = \mu_e N_B \Rightarrow \boxed{F_B = \frac{\mu_e mg}{2(1-\mu_e tg(\varphi))} = N_A} \quad F_A = mg - N_B$$

$$\Rightarrow \boxed{F_A = mg\left(1 - \frac{\mu_e}{2(1-\mu_e tg(\varphi))}\right)}$$

(c) $\mu_e = 0{,}45$; $\varphi = 45°$ $\Rightarrow tg(\varphi) = 1$; $P = mg = 3\times10 = 30\ kg\,m/s^2 = 30\,N$

$L = 2\,m$

$$N_A = \frac{0{,}45\times 30\,N}{2(1-0{,}45)} \Rightarrow \boxed{N_A = 12{,}27\,N} \quad N_B = \frac{30}{2(1-0{,}45)} = 27{,}27\,N$$

$$F_A = mg - N_B = 30 - 27{,}27 \Rightarrow \boxed{F_A = 2{,}72\,N} \quad \frac{F_A}{N_A} = 0{,}22 < \mu_e = 0{,}45$$

correcto

Problema 2 (h.))

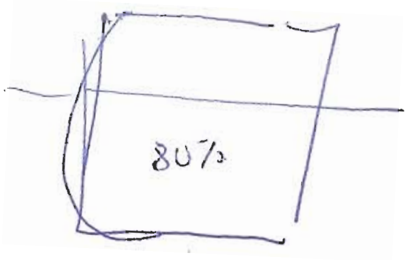
(d)) $I = \frac{1}{12} m L^2$

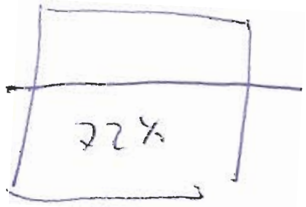
$E_{c_t} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 3\,kg\,(4^2+3^2) = \frac{1}{2} 3 \times (16+9) \Rightarrow \boxed{E_{ct} = 37{,}5\,J}$

$E_{cR} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} m L^2\right)\omega^2 = \frac{1}{24}\, 3 \times 2^2 \times 5^2 \Rightarrow \boxed{E_{cR} = 12{,}5\,J}$

$\vec{a}_{cm} = (0, -g) \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{cm} = (0, -10)\,m/s^2}$

Problema 3





LIQUIDO

a) Agua

$B = \rho_A \, g \, V_D$

$P = \rho_0 \, g \, V_0$

En equilibrio $B = P \Rightarrow \rho_A g V_D = \rho_0 g V_0$

$\Rightarrow \dfrac{V_D}{V_0} = \dfrac{\rho_0}{\rho_A} \Rightarrow \rho_0 = \dfrac{V_D}{V_0} \rho_A = 0{,}8 \times 1 g/cm^3 \Rightarrow \boxed{\rho_0 = 0{,}8 \ g/cm^3}$

Liquido

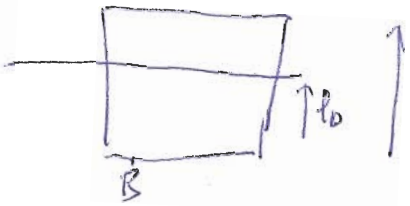
$B' = \rho_L \, g \, V_D'$

$P = \rho_0 \, g \, V_0$

$\Rightarrow \dfrac{V_D'}{V_0} = \dfrac{\rho_0}{\rho_L} \Rightarrow \rho_L = \dfrac{V_0 \rho_0}{V_D'} = \dfrac{\rho_0}{\frac{V_D'}{V_0}} = \dfrac{\rho_0}{0{,}72} \Rightarrow$

$\rho_L = \dfrac{0{,}8}{0{,}72} g/cm^3 \Rightarrow \boxed{\rho_L = 1{,}11 \ g/cm^3}$

b)



$l_D = h = 0{,}8 \times 1m = \underline{0{,}8 m}$

$P_m = P_B - P_{at} = \rho_A \, g \, h = 10^3 \frac{kg}{m^3} \ 10 \ m/s^2 \ 0{,}8 m \Rightarrow$

$\boxed{P_m = 8000 \ Pa}$

$P_{ab} = P_{at} + P_m = 10^5 + 8000 \ Pa = 10800 \ Pa$

$\boxed{P_{ab} = 10800 \ Pa}$

$F = P_{ab} S = 10800 \times 1 m^2 \Rightarrow \boxed{F = 10800 N}$

Problema 5

(a) $y(x,t) = A\cos(kx+\omega t)$

$\lambda = 0{,}3\,m \qquad k = \frac{2\pi}{0{,}3}\,m^{-1} \Rightarrow \boxed{k = 20{,}95\,m^{-1}}$

$c = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{340\,m/s}{0{,}3\,m} = 1{,}13\times10^{3}\,Hz$

$\omega = 2\pi f = 7{,}12\,rad/s \times 10^3 \rightarrow \boxed{\omega = 7{,}2\times10^3\,rad/s}$

$$\boxed{y(x,t) = 0{,}03\times10^{-3}\,m\cos(20{,}94\,x - 7{,}2\times10^3\,t)}$$

(b) $V_y = -\omega A\,sen(kx+\omega t) \Rightarrow V_{y,max} = \omega A$

$\rho_{c,max} = \frac{1}{2}\rho V_{y,max}^2 = \frac{1}{2}\rho\,\omega^2 A^2$, sustituyendo

$\rho_{c,max} = \frac{1}{2}\,1{,}29\,\frac{kg}{m^3}\,(7{,}2\times10^3)^2\,\frac{rad^2}{s^2}\,(0{,}03\times10^{-3})^2\,m^2 =$

$= \frac{1}{2}\,1{,}29\times7{,}2^2\times0{,}03^2 \rightarrow \boxed{\rho_{c,max} = 0{,}03\,J/m^3}$

(c) $I = \rho_{c,max}\,c = 0{,}03\times340 \Rightarrow \boxed{I = 10{,}23\,W/m^2}$

$\beta = 10\log\frac{10{,}23}{10^{-12}} \qquad \boxed{\beta = 130\,dB}$

$P = I\,S = \cancel{\ }\ 10{,}23\times0{,}5 \Rightarrow \boxed{P = 5{,}11\,W}$