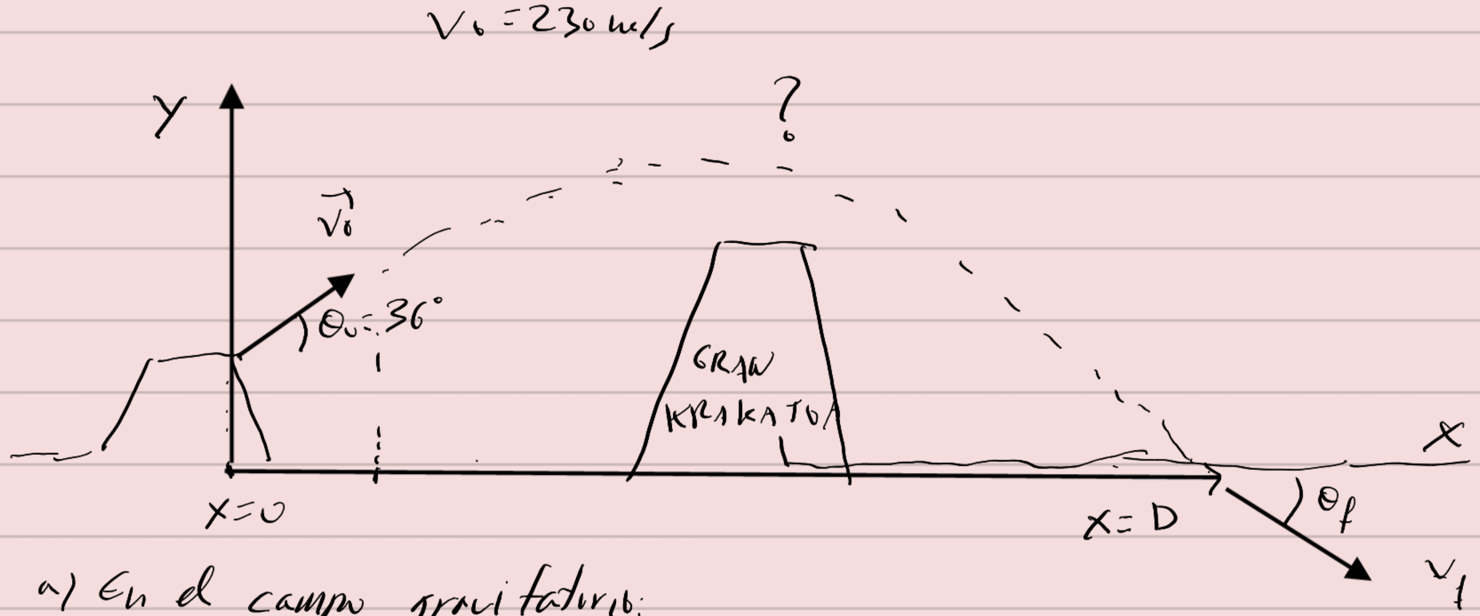
PRIMERA CONVOCATORIA DEL CURSO 2022/23 (27/01/2023)

Grado en Ingeniería de la Salud. Física 1. Grupos 1 y 2

Notas importantes: 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) **Razonar todos los pasos.** 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja; ejemplos: $\boxed{a_{\text{fin}} = \frac{1}{2} g\, t^2}$, $\boxed{a_{\text{fin}} = 3\,\text{m/s}^2}$. 4) **Hacer dibujos grandes (media página) indicando ángulos, proyecciones, etc.** 5) Usar $g = 10\,\text{m/s}^2$ para obtener resultados numéricos. En resultados simbólicos, dejar g también en forma simbólica. 6) Dar los números en formato decimal o ciéntifico si son muy grandes o pequeños, no como fracciones o combinaciones de raices. 7) Usar un número apropiado de cifras significativas.

PARTE 1. CINEMATICA Y DINÁMICA DE LA PARTICULA (5 puntos)

(1) (2.5 puntos) En la explosión del Krakatoa en 1883, la erupción se produjó principalmente desde el crater de Perbatán, a 120 m de altura sobre el nivel del mar. Suponiendo que una piedra pómez es expulsada con una velocidad $v_0 = 230\,\text{m/s}$ y con un ángulo respecto de la horizontal de 36° por encima de la horizontal. (a) Calcular en km a qué distancia horizontal llega la piedra al mar desde la cima de Perbatán. (b) ¿Es posible que haya pasado por encima del crater principal, el gran Krakatoa a 820 m de altura? (c) Calcular el vector velocidad $\vec{v}_f$ con que llega al mar.



a) En el campo gravitatorio:

(1) $v_y = v_{0y} - g t$ $\quad$ $y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$ (3)

(2) $v_x = v_{0x}$ $\quad$ $x = x_0 + v_{0x} t$ (4) $\quad$ En nuestro caso

$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$; $v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$; $y_0 = h_0 = 120\,\text{m}$; $y_f = 0$ (cae al agua)

$v_{0x} = 230 \cos 36° = 186{,}1\,\text{m/s}$; $v_{0y} = 135{,}2\,\text{m/s}$. $\quad x_f = D$?

Usando (3) $0 = h_0 + v_{0y} t_f - \frac{1}{2} g t_f^2 \Rightarrow t_f = \frac{-v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 + 2 g h_0}}{-g}$

$\Rightarrow t_f = \frac{v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 + 2 g h_0}}{g}$; sustituyendo y tomando el valor positivo

$t_f = 27.9\,\text{s} \Rightarrow D = x_f = v_{0x} t_f = 186.1 \times 27.9 \Rightarrow \boxed{D = 5.19\,\text{km}}$

(b) Calculamos la altura máxima, correspondiente a $v_y = 0$. De (1):

$t_M = \frac{v_{0y}}{g} = 13{,}5\,\text{s}$. No es $t_f/2$, pues $y_0 \neq 0$; $y_0 \neq y_f$

Sustituyendo en (3) $h_M = h_0 + v_{0y} t_M - \frac{1}{2} g t_M^2 \Rightarrow h_M = 1035\,\text{m} > 820\,\text{m}$.

Luego: $\boxed{\text{Es posible que pase por encima del gran Krakatoa}}$

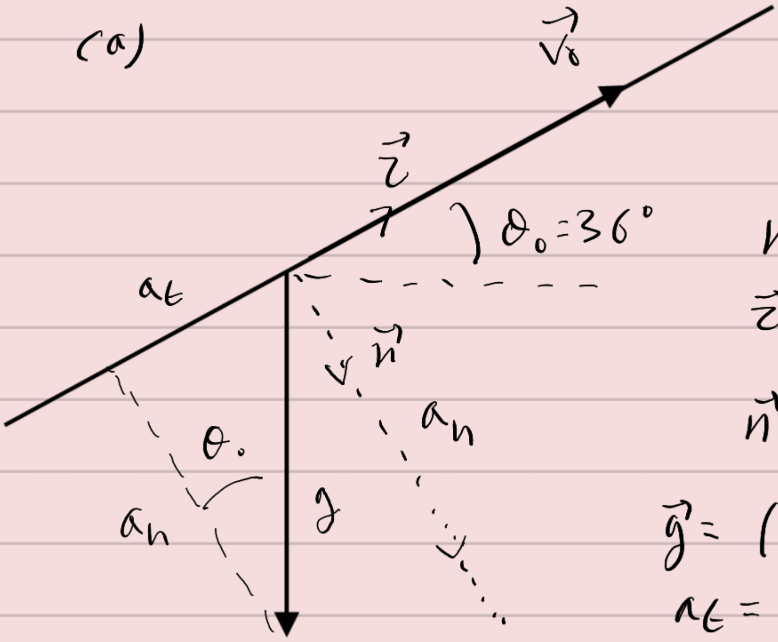
(c) Usamos (1) y (2) en t_f:

$$V_{fx} = V_{0x} = 186{,}1 \text{ m/s} \;;\; V_{fy} = V_{0y} - g\,t_f \Rightarrow V_{fy} = -143{,}8 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}_f = 186{,}1\,\vec{\imath} - 143{,}8\,\vec{\jmath} \text{ m/s}}$$

(2) (1.25 puntos) En el momento de la expulsión de la piedra del problema anterior (a) Calcular la aceleración tangencial y normal justo al salir del crater. (b) Calcular en km la posición del centro de curvatura, respecto a un sistema de coordenadas al nivel del mar y debajo del punto de expulsión.

(a)



Geométricamente

$a_t = -g\,\text{sen}\,\theta_0 = -10\,\text{sen}\,36°$

$a_n = g\cos\theta_0 = 10\cos 36°$

Vectorialmente:

$\vec{\tau} = \dfrac{\vec{v}_0}{v_0} = (\cos\theta_0, \text{sen}\,\theta_0)$

$\vec{n} = (\text{sen}\,\theta_0, -\cos\theta_0)$ (Vemos que $n_y < 0$ y $\vec{\tau}\cdot\vec{n} = 0$)

$\vec{g} = (0, -g)$

$$\left.\begin{aligned} a_t &= \vec{g}\cdot\vec{\tau} = -g\,\text{sen}\,\theta_0 \\ a_n &= \vec{g}\cdot\vec{n} = g\cos\theta \end{aligned}\right\} \text{c.q.d. operando}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_t = -5.88 \text{ m/s}^2 \;;\; a_n = 8.09 \text{ m/s}^2}$$

(b) El sistema de coordenadas es el del problema anterior con $\vec{r}_0 = (0, h_0)$. $\vec{r}_c = \vec{r}_0 + \rho_0\vec{n}$, siendo ρ_0 el radio de curvatura en $t=0$, pues sabemos que el centro de curvatura está en la dirección de $\vec{n}$. Calculamos ρ_0:

$$a_n = \frac{v_0^2}{\rho_0} \Rightarrow \rho_0 = \frac{v_0^2}{a_n} \Rightarrow \rho_0 = 6.54 \text{ km} \quad \text{y}$$

$$\left.\begin{aligned} x_c &= 0 + \rho_0 n_x = -\rho_0\cos\theta_0 \\ y_c &= h_0 + \rho_0 n_y = h_0 + \rho_0\,\text{sen}\,\theta_0 \end{aligned}\right| \text{ Sustituyendo } \boxed{\begin{aligned} x_c &= 3{,}84 \text{ km} \\ y_c &= -5.17 \text{ km} \end{aligned}}$$

(3) (1.25 puntos) (a) Deducir el teorema del trabajo o de las fuerzas para una partícula. (b) Deducir como se modifica si hay tanto fuerzas conservativas y no conservativas. (c) ¿Qué sucede si las fuerzas no conservativas son de rozamiento?

(a) Si $\vec{F}$ es la resultante de las fuerzas sobre una partícula $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ y el trabajo que realiza a lo largo de un camino γ entre dos puntos es: $W = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{A,\gamma}^{B} m \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r} \Rightarrow$ (con $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$)

$$W = \int_{A,\gamma}^{B} m\, d\vec{v}\cdot\vec{v} = \int_{A,\gamma}^{B} m\,\vec{v}\cdot d\vec{v} =$$

$$= \int_{A,\gamma}^{B} m(v_x\,dv_x + v_y\,dv_y + v_z\,dv_z)$$. hay tenemos tres integrales de

la forma $\int_{A,\gamma}^{B} m v_x\,dv_x = \left[m\frac{v_x^2}{2}\right]_A^B = \frac{1}{2}m v_{B,x}^2 - \frac{1}{2}m v_{A,x}^2$ y

$$W = \frac{1}{2}m\left(v_{B,x}^2 + v_{B,y}^2 + v_{B,z}^2\right) - \frac{1}{2}m\left(v_{A,x}^2 + v_{A,y}^2 + v_{A,z}^2\right) = \frac{1}{2}m v_B^2 - \frac{1}{2}m v_A^2.$$

En definitiva $\boxed{W = E_{C,B} - E_{C,A}}$ El trabajo realizado por la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual al incremento de su energía cinética

(b) Escribimos $\vec{F} = \vec{F_C} + \vec{F_{NC}}$. Como $\vec{F_C}$ es conservativa deriva de una energía potencial U: $\int_{A,\gamma}^{B} \vec{F_C}\cdot d\vec{r} = U_A - U_B$ y no depende del camino.

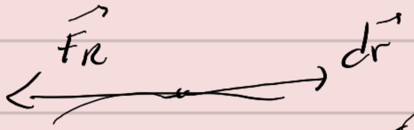
Entonces $\int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = E_{C,B} - E_{C,A} \Rightarrow \underbrace{\int_{A,\gamma}^{B} \vec{F_C}\cdot d\vec{r}}_{U_A - U_B} + \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F_{NC}}\cdot d\vec{r} = E_{C,B} - E_{C,A}$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\int_{A}^{B} \vec{F_{NC}}\cdot d\vec{r} = (E_{C,B} + U_B) - (E_{C,A} + U_A)}$$

El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual al incremento de la suma de la energía cinética y potencial.

(c) Si las fuerzas no conservativas son de rozamiento, se oponen al movimiento, por lo que



$\vec{F_R}\cdot d\vec{r} = |\vec{F_R}||d\vec{r}|\cos\pi = -|\vec{F_R}||d\vec{r}|$ y

$W_{NC} = W_R = \int \vec{F_R}\cdot d\vec{r}$ es negativo, escribimos $W_{NC} = -Q$, siendo

$Q > 0$ la energía perdida por rozamiento que se transforma en calor.

Entonces: $-Q = E_{C_B} + U_B - (E_{C_A} + U_A) \rightarrow$

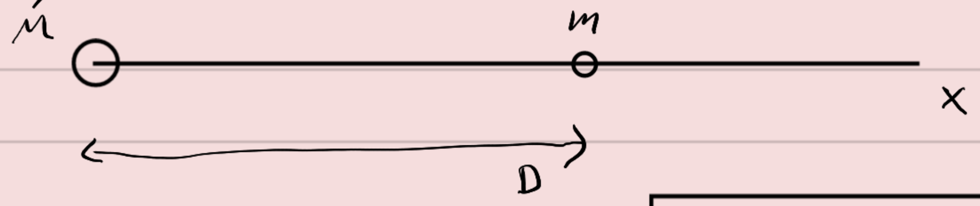
$$\boxed{E_{C_A} + U_A - (E_{C_B} + U_B) = Q}$$

la disminución de la energía cinética más potencial es igual a la energía perdida por rozamiento

PARTE 2. DINAMICA DE SISTEMAS Y FLUIDOS (5 puntos)

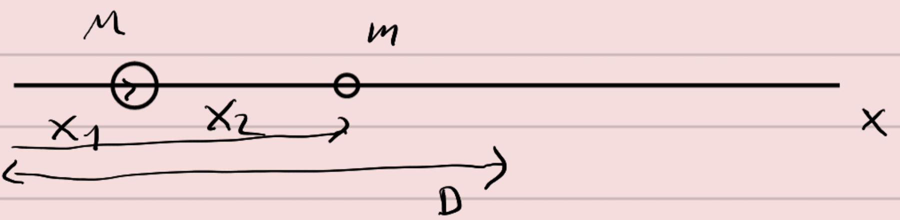
(4) (1.25 puntos) Sean dos masas M y m ($M > m$) que se atraen en el espacio con la fuerza de atracción gravitatoria de módulo $F = GMm/r^2$, siendo r la distancia entre ellas (a) Si inicialmente están en reposo a una distancia D obtener en qué posición se encuentra el centro de masas del sistema m-M. (b) Si se sueltan las dos masas M y m, ¿qué distancia se habrá desplazado cada una de ellas cuando la distancia entre las masas se haya reducido a la mitad?

(a)



$$x_{cm} = \frac{M\times 0 + mD}{M+m} \Rightarrow \boxed{x_{cm} = \frac{mD}{M+m}\,; \quad y_{cm} = 0}$$

(b)



$x_2 - x_1 = \frac{D}{2}$

Como la fuerza es interna, se conserva la cantidad de movimiento o momento lineal y el c.d.m se mueve con velocidad cte. Como inicialmente están en reposo, $v_{cm}=0$ y sigue siendo nula. Luego $x_{cm} = x_{cm,0} + \underbrace{v_{cm}}_{0} t = x_{cm,0}$. El C.M. no varía. Luego

$$x_{cm} = \frac{Mx_1 + mx_2}{M+m} = \frac{mD}{M+m} \Rightarrow Mx_1 + mx_2 = mD \quad (1)$$

$x_2 - x_1 = \frac{D}{2} \quad (2) \Rightarrow x_2 = \frac{D}{2} + x_1$; sustituyendo en (1)

$$Mx_1 + m\left(\frac{D}{2} + x_1\right) = mD \Rightarrow (M+m)x_1 = m\frac{D}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{m}{M+m}\frac{D}{2}$$

Como $x_1^0 = 0$, $\Delta x_1 = x_1 - x_1^0 \Rightarrow \boxed{\Delta x_1 = \frac{m}{M+m}\frac{D}{2}}$

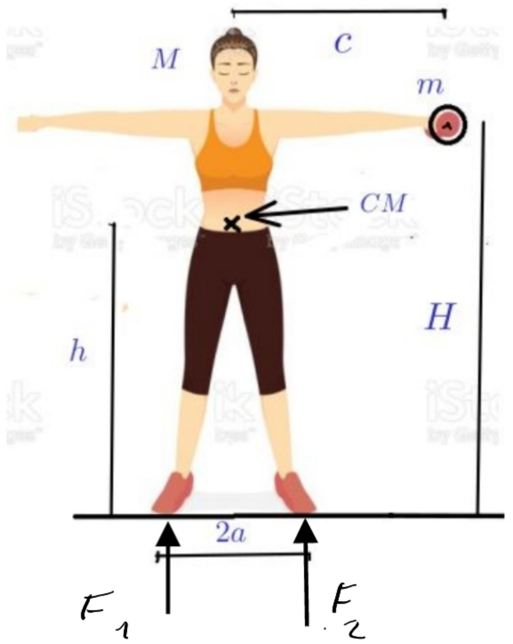
Sustituyendo x_1 en (2), $x_2 - \frac{m}{M+m}\frac{D}{2} = \frac{D}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{D}{2} + \frac{m}{M+m}\frac{D}{2}$.

Como $x_2^0 = D$; $\Delta x_2 = x_2 - x_2^0 = -\frac{D}{2} + \frac{m}{(M+m)}\frac{D}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta x_2 = -\frac{M}{M+m}\frac{D}{2}}$

Se mueve más la masa menor.

REALIZAR SOLO UNO DE LOS DOS PROBLEMAS SIGUIENTES (5A o' 5B).

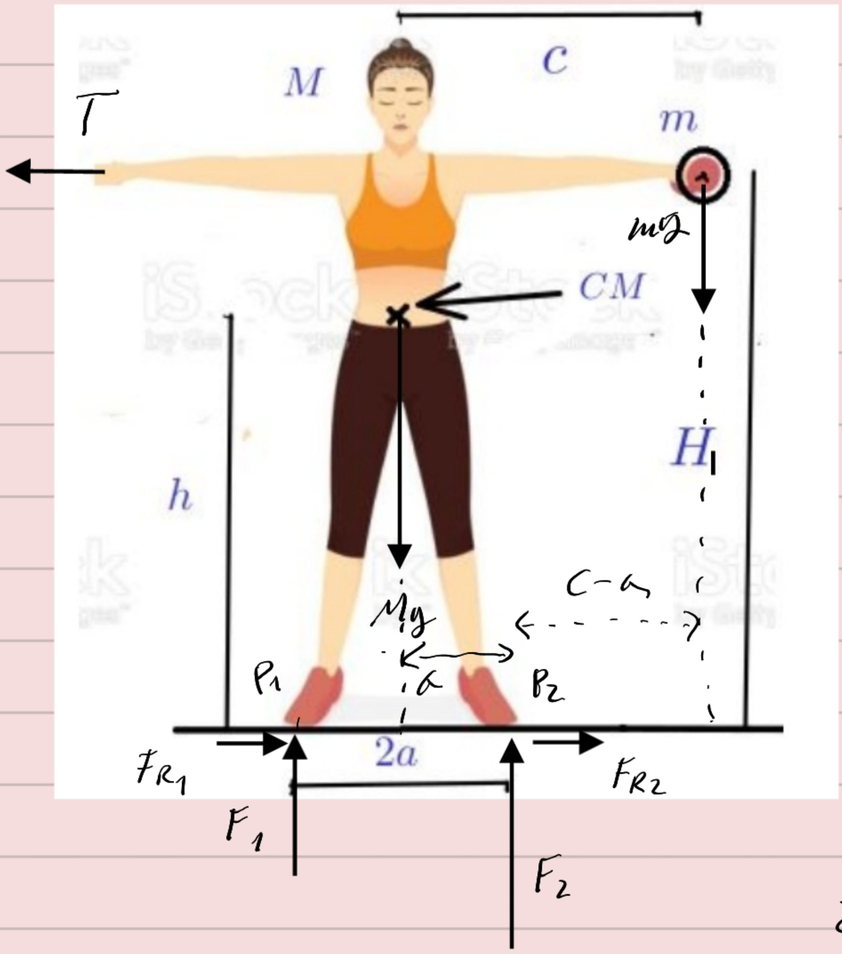
(5A) (2.5 puntos) La gimnasta de la figura tiene una masa $M = 60\,\text{kg}$ y se apoya sobre las puntas de los pies, separadas una distancia $2a = 0.30\,\text{m}$. Su centro de masas se encuentra a una altura $h = 1.2\,\text{m}$. Con una mano sostiene rígidamente una pesa de masa m, a una altura $H = 1.6\,\text{m}$ y separada del eje vertical del cuerpo una distancia $c = 1.1\,\text{m}$. (a) Obtener el valor de la fuerza vertical que ejerce con la punta de cada pie sobre el suelo, F_1 (izquierda) y F_2 (derecha) en función de los otros parámetros del problema y de la gravedad g. (b) Obtener el valor de la masa de la pesa m_V que hace que la gimnasta esté a punto de caer. [Nota: suponer que el apoyo de los pies es puntual y que la gimnasta es capaz de mantener su postura rígida.] (c) Si $m = 2m_V$, y la gimnasta agarra una cinta horizontal con la mano izquierda, ¿qué tensión mínima tendrá la cinta para que la gimnasta no caiga?



(a) Para que esté en equilibrio $\sum_i F_{ix} = 0$; $\sum F_{iy} = 0$; $\sum \tau_z = 0$

En (a) No hay fuerzas horizontales, excepto de rozamiento en los pies.

$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 - Mg - mg = 0$ (1) ; $F_{R_2} + F_{R_1} = 0$



Calculamos los momentos de fuerzas τ_i como $F d$, siendo d, la distancia de la línea de acción al centro de momentos.

En equilibrio, podemos tomar cualquier punto como centro de momentos, tomamos P_2 y $+\circlearrowright$

$\tau(mg) = +F d = mg(c-a)$ $+\circlearrowright$

$\tau(Mg) = -F d = -Mg a$ $\circlearrowleft$

$\tau(N_1) = +F d = N_1 2a$ $+\circlearrowright$

$\tau(N_2) = F \cdot \underbrace{d}_{0} = 0$

$\tau(F_{R_2}) = F \underbrace{d}_{0} = 0$

$\tau(F_{R_1}) = F \underbrace{d}_{=0} = 0$

Luego $\sum \tau = 0 \Rightarrow mg(c-a) - Mga + F_1 2a = 0$ (2)

Despejamos F_1 y sustituimos en (1)

$$F_1 = \frac{Mga - mg(c-a)}{2a} \Rightarrow \boxed{F_1 = \frac{(M+m)g}{2} - \frac{mgc}{2a}}$$

$$F_2 = (M+m)g - N_1 \Rightarrow \boxed{F_2 = \frac{(M+m)g}{2} + \frac{mgc}{2a}}$$

(b) Cuanto mayor es m, mayor es N_2 y menor N_1 según las ecuaciones anteriores, pero N_1 no puede ser negativa (el suelo sólo empuja), luego el valor menor de N_1 es $N_1 = 0 \Rightarrow$

$$F_1 = 0 = \frac{(M+m_v)g}{\cancel{2}} - \frac{m_v g c}{\cancel{2}a} \Rightarrow M + m_v - m_v\frac{c}{a} = 0 \Rightarrow M = m_v\left(\frac{c}{a} - 1\right)$$

y $\boxed{m_v = M\frac{a}{c-a}}$ (masa m máxima para no caer). Numéricamente: $\boxed{m_v = 9.57\,Kg}$

(c) Añadimos la fuerza horizontal T que hace la cuerda elástica, su momento de fuerzas respecto a P_2 es $\tau(T) = +Fd = TH$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = (M + 2m_v)g \Rightarrow F_1 + F_2 = M\left(1 + \frac{2a}{c-a}\right)g = M\left(\frac{c+a}{c-a}\right)g$ (3)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{R_1} + F_{R_2} - T = 0$ (4)

$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow 2m_v g(c-a) - Mga + F_1' 2a - TH = 0$ (5)

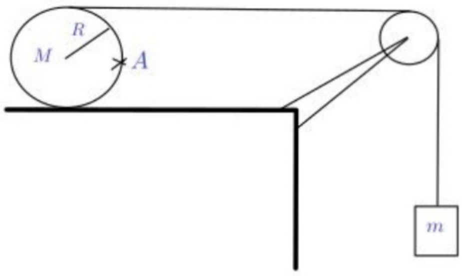
Pero sabemos que $m_v g(c-a) - Mga = 0$ y que $F_1' = 0$, pues T es la tensión mínima para que no caiga.

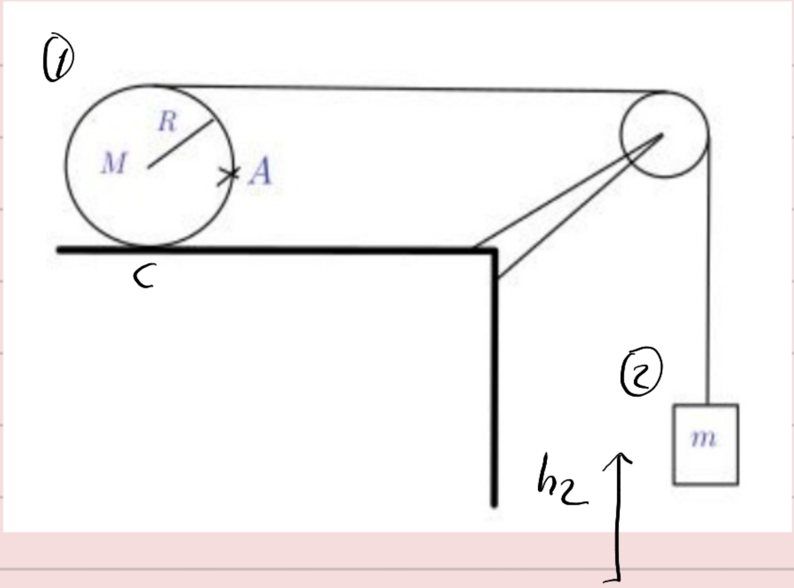
Luego $m_v g(c-a) - TH = 0$ y $TH = m_v g(c-a)$, es decir, el momento de f. de T iguala al momento de f. extra de $2m_v g$ respecto a $m_v g$. Despejando

$$\boxed{T = \frac{m_v g(c-a)}{H}}$$

Numéricamente: $\boxed{T = 56.25\,N = 5.625\,Kg^*}$

(5B) (2.5 puntos) En el sistema de la figura, inicialmente en reposo, $M = 1.0\,\text{kg}$, $m = 0.2\,\text{kg}$ y $R = 0.2\,\text{m}$ y la polea tiene una masa despreciable. El coeficiente de rozamiento estático entre el disco y la mesa es $\mu = 0.95$. (a) Obtener las energía cinética orbital (traslación) e interna (rotación) del disco cuando la masa m ha descendido $L = 0.8\,\text{m}$. (b) Obtener el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento y por la fuerza que la cuerda hace sobre el disco. (c) Las componentes del vector velocidad $\vec{v}_A$ del punto A en dicho instante.





En la rodadura el punto de contacto C tiene velocidad instantánea nula por lo que el trabajo de rozamiento es nulo $dW_R = \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \vec{F}_R \cdot \vec{v}_C\, dt = 0$, $\vec{v}_C = 0$. En la polea tampoco hay rozamiento, por lo que se conserva la energía mecánica.

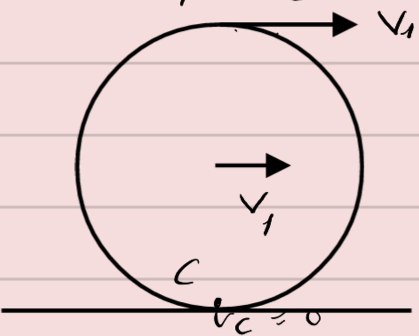
El disco ① tiene energía de rotación y traslación. La masa ② m solo de traslación. El disco ① no cambia de altura, por lo que no tenemos en cuenta su energía potencial. Luego $E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + m_2 g h_2$. Tomamos como referencia inicial $h_2 = 0$. Entonces:

$E_i = 0$

$E_f = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - m_2 g L$ ó

(1) $m_2 g L = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$, es decir la energía potencial se transforma en cinética.

Tenemos que relacionar v_1 (velocidad del cm de ①) ω_1 y v_2. Observando el disco, este rota de forma instantánea respecto a C. Luego



$v_1' = \omega_1 2R$; $v_1 = \omega_1 R$.

v_1' es la velocidad de la cuerda unida a m, luego $v_1' = v_2$, luego:

$v_2 = \omega_1 2R = 2v_1$; $\omega_1 = \frac{v_1}{R}$. Además para un disco I respecto al cm es $I_1 = \frac{1}{2} MR^2$. Sustituyendo en (1) con $m_1 = M$ y $m_2 = m$.

$$mgL = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M \cancel{R^2}\right)\frac{v_1^2}{\cancel{R^2}} + \frac{1}{2} m (2v_1)^2 \Rightarrow$$

$$mgL = \left(\frac{3}{4} M + 2m\right) v_1^2 \quad y \quad v_1 = \sqrt{\frac{mgL}{\frac{3}{4} M + 2m}}$$

Sustituyendo valores: $\boxed{v_1 = 1.17 \text{ m/s}}$

obtenemos $E_{CT1} = \frac{1}{2} M v_1^2$; $E_{CR1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} MR^2\right)\frac{v_1^2}{R^2} = \frac{1}{4} M v_1^2$

$$E_{C2} = \frac{1}{2} m (2v_1)^2 = 2 m v_1^2 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} E_{CT1} = 0.696 \text{ J} \\ E_{CR1} = 0.348 \text{ J} \\ E_{CT2} = 0.556 \text{ J} \end{array}}$$

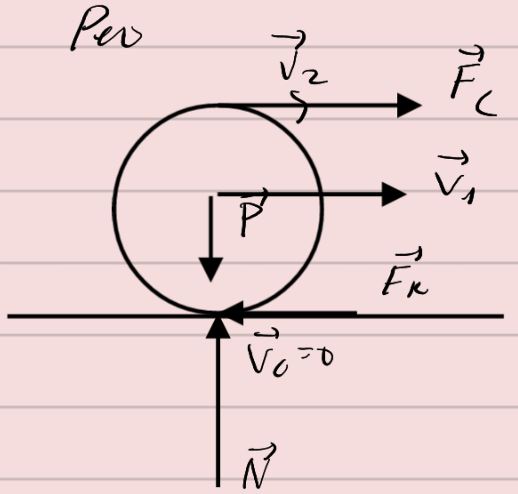
Su suma es igual a $m_2 g L = 1.6$ J

(b) Ya hemos visto que la fuerza de rozamiento no realiza trabajo pues el punto de contacto del disco con la superficie tiene velocidad cero.

La fuerza de la cuerda sobre el disco realiza un trabajo W_C, por el teorema del trabajo..

$$W_T = \Delta E_{C1} = E_{C1} = E_{CR1} + E_{CT1} = (0.696 + 0.348) \text{ J} = 1.044 \text{ J}$$

Pero

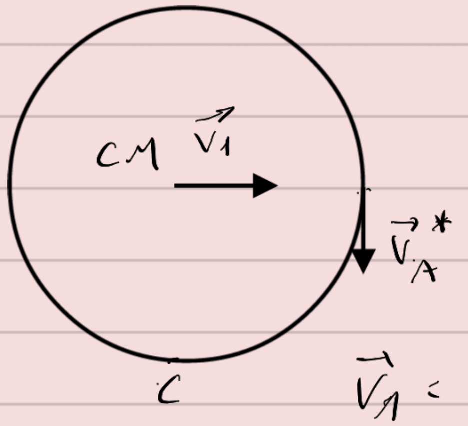


$\vec{N}$ y $\vec{F}_R$ aplicados en C no realizan trabajo pues $\vec{v}_C = 0$.

$\vec{P}$ tampoco, $dW_P = \vec{P} \cdot d\vec{l}_1 = \vec{P} \cdot \vec{v}_1 \, dt = 0$, ya que $\vec{P} \perp \vec{v}_1$. Luego solamente $\vec{F}_C$ realiza trabajo y $W_T = W_C \Rightarrow$

$$\boxed{W_C = 1.044 \text{ J}}$$

(c)



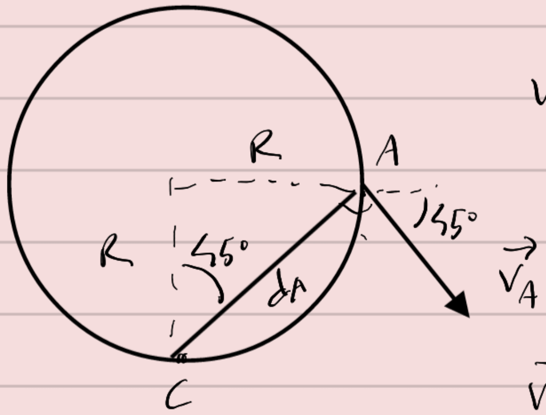
$\vec{V}_A = \vec{V}_{CM} + \vec{V}_A^*$

$\vec{V}_A^*$, velocidad relativa al CM es un movimiento de rotación respecto al CM, luego $V_A^* = R W_1 = V_1$

$\vec{V}_A^* = -V_1 \vec{j} \Rightarrow$

$\vec{V}_A = V_1 \vec{i} - V_1 \vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{V}_A = 1.18 \vec{i} - 1.18 \vec{j}}$

También se puede deducir directamente, como C tiene velocidad cero.



$d_A = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2} R$

$V_A = d_A W_1 = \sqrt{2} R W_1 = \sqrt{2} V_1$

$\vec{V}_A = V_A \cos(45°) \vec{i} - V_A \sin(45°) \vec{j} =$

$= \sqrt{2} V_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - \sqrt{2} V_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \Rightarrow$

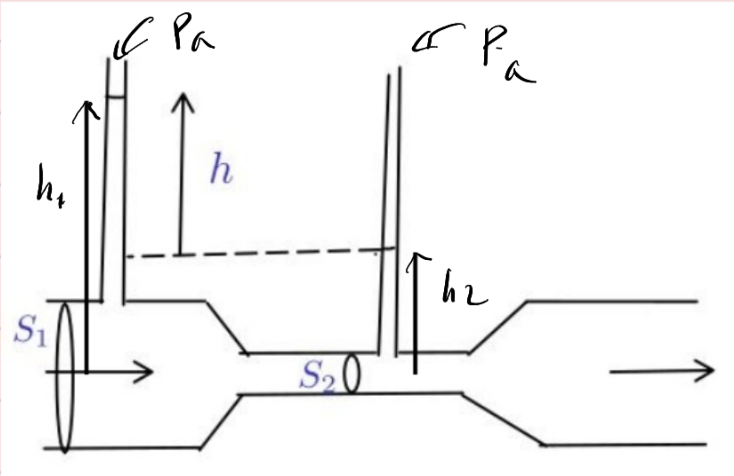
$\underline{\vec{V}_A = V_1 \vec{i} - V_1 \vec{j}}$ c.q.d.

FLUIDOS: CONTESTAR SOLO UNA DE LAS DOS PREGUNTAS SIGUIENTES.

(6A) (1.25 puntos) (a) A partir de la ecuación fundamental de la estática de fluidos, deducir la diferencia de presión entre dos puntos a distinta altura si la densidad del fluido es constante. (b) Deducir el teorema de Arquímedes para un cuerpo completamente sumergido en un fluido incompresible de densidad ρ. Puede suponer que el cuerpo tiene la forma que le parezca conveniente.

Ver teoría.

(6B) (1.25 puntos) En la situación mostrada en la figura se sabe que la sección $S_1 = 0.008\text{m}^2$, $S_2 = S_1/2$ y que h =50 cm (h es la diferencia de altura del fluido en los tubitos verticales). Calcular el caudal del fluido que pasa por la tubería.



$h_1 - h_2 = h$

En la superficie libre de los tubos tenemos la presión atmosférica P_a, que relacionamos con las presiones P_1 y P_2 por la estática de fluidos ya que no hay movimiento vertical y P_1 y P_2 tienen que soportar el peso de la presión atmosférica y del fluido en el tubo.

$P_1 = P_a + \rho g h_1$; $P_2 = P_a + \rho g h_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g h$

En la línea de corriente que va del centro de S_1 al centro de S_2 se cumple la ecuación de Bernouilli:

$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2}$, $y_1 = y_2$ pues los dos centros están a la misma altura. Sustituyendo $P_1 = P_2 + \rho g h$

$\cancel{P_2} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \cancel{P_2} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$. Por la ecuación de continuidad

$v_1 S_1 = v_2 S_2 = v_2 \frac{S_1}{2} \Rightarrow v_2 = 2 v_1$. Sustituimos:

$\rho g h + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho 4 v_1^2 \Rightarrow g h = \frac{3}{2} v_1^2$ y

$v_1 = \sqrt{\frac{2}{3} g h}$. El caudal es $I = S_1 v_1$, luego:

$$\boxed{I = S_1 \sqrt{\frac{2}{3} g h}}$$

Sustituyendo valores ($g = 10 \, \text{m/s}^2$):

$I = 0.008 \, \text{m}^2 \sqrt{\frac{2}{3} \, 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \, 0.5 \, \text{m}} \Rightarrow$

$$\boxed{I = 0.0146 \, \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$