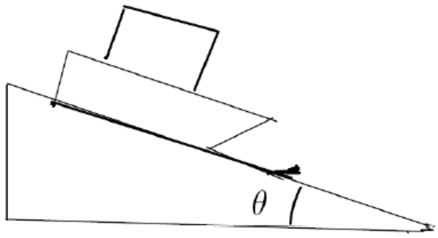
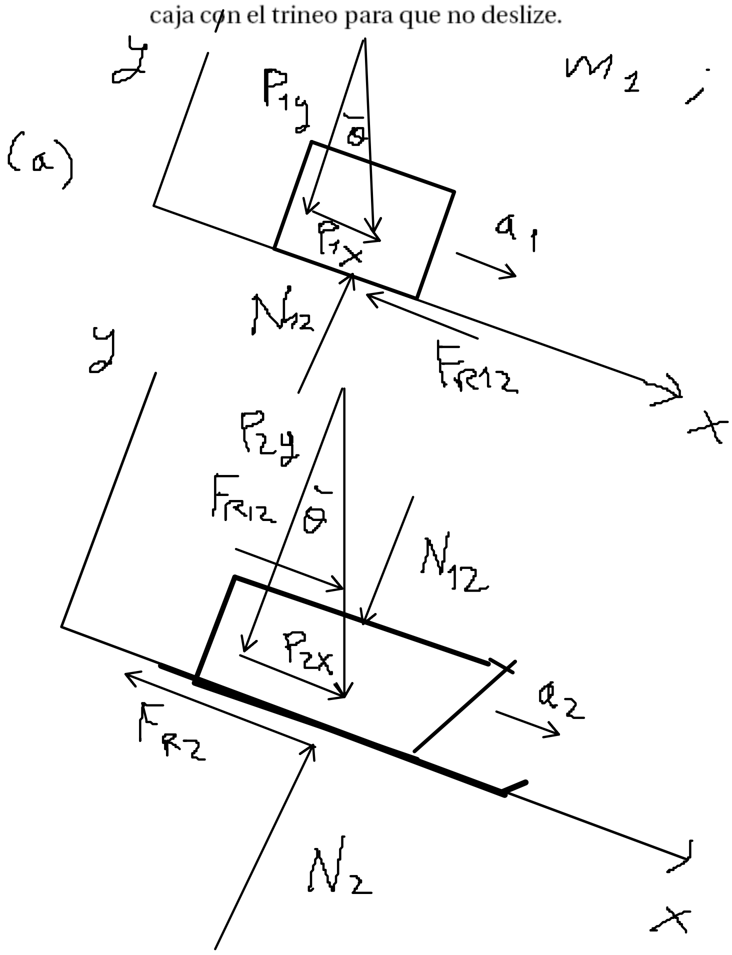
Convocatoria de octubre del curso 2023/24 (25/10/2023)

Grado en Ingeniería de la Salud. Física 1. Grupos 1 y 2

(2) (2.0 puntos) Un trineo se encuentra sobre una superficie que forma un ángulo θ con la horizontal, siendo el coeficiente de rozamiento dinámico entre el trineo y la nieve μ_d. Sobre el trineo se encuentra una caja, siendo el coeficiente de rozamiento estático entre la caja y el trineo μ_e. Si el trineo se encuentra deslizando sobre la nieve y la caja no desliza sobre el trineo: **(a)** realizar un diagramas de fuerzas para el trineo y otro para la caja. **(b)** Calcular la fuerza de rozamiento sobre la caja, indicando el sentido. **(c)** Calcular el mínimo valor del coeficiente de rozamiento estático de la caja con el trineo para que no deslize.



(a)



m_1 ; $P_1 = m_1 g$; $P_{1x} = m_1 g \operatorname{sen}\theta$

$P_{1y} = -m_1 g \cos\theta$

$P_2 = m_2 g$; $P_{2x} = m_2 g \operatorname{sen}\theta$

$P_{2y} = m_2 g \cos\theta$

(b) Para m_1: $\sum \vec{F}_i = m_1 \vec{a}_1$

y: $m_1 g \cos\theta - N_{12} = 0 \Rightarrow$

$N_{12} = m_1 g \cos\theta$ (1)

x: $m_1 g \cos(\theta) - F_{R12} = m_1 a_1$ (2)

Si F_{R12} sale positiva tendrá el sentido indicado.

Para m_2: $\sum \vec{F}_i = m_2 \vec{a}_2$.

En el eje Y: $N_2 - N_{12} - m_2 g \cos\theta = 0 \Rightarrow N_2 = N_{12} + m_2 g \cos\theta$. Usando (1)
$N_2 = (m_1 + m_2) g \cos\theta$ (3), como es lógico, el suelo soporta la componente y del peso total.

En el eje x: $m_2 g \operatorname{sen}\theta + F_{R12} - F_{R2} = m_2 a_2$ (4)

Si m_1 no desliza sobre m_2, $a_1 = a_2$, que llamamos "a".

Sumando (2) y (4): $(m_1 + m_2) g \operatorname{sen}\theta - F_{R2} = (m_1 + m_2) a$ (5), como m_2 desliza, $F_{R2} = \mu_d N_2$ al ser rozamiento dinámico, y

$F_{R_2} = \mu_d (m_1+m_2) g \cos\theta$, sustituyendo en (5):

$(m_1+m_2) g \,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_d (m_1+m_2) g \cos\theta = (m_1+m_2) a$. Luego,

$a = g\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_d g \cos\theta$, que sustituimos en (2):

$m_1 g\,\mathrm{sen}\,\theta - F_{R_{12}} = m_1 (\cancel{g\,\mathrm{sen}\,\theta} - \mu_d g \cos\theta)$ y

$$\boxed{F_{R_{12}} = \mu_d\, m_1 g \cos\theta}$$

Como sale positiva, tiene el sentido elegido, hacia arriba y hacia la izquierda, intentando frenar el deslizamiento de m_1 respecto a m_2 hacia abajo.

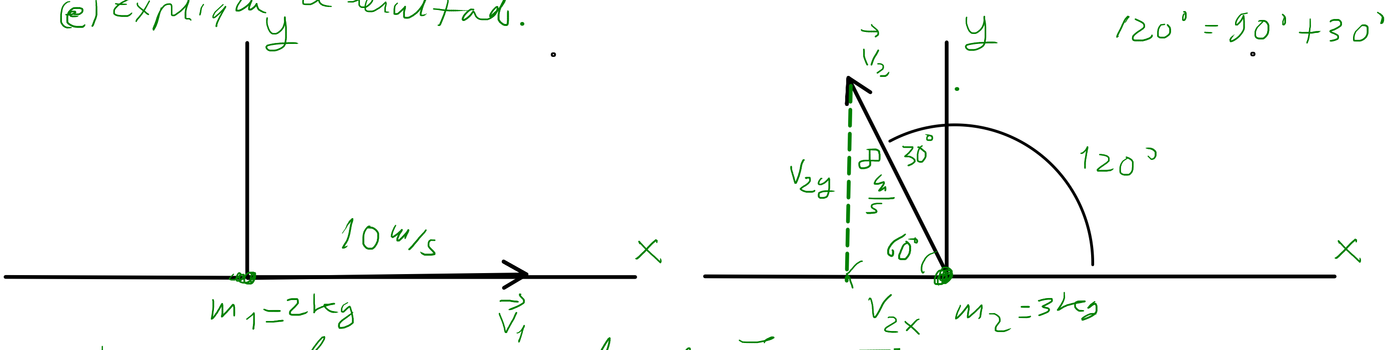
(c) Sabemos que $F_{R_{12}} \leq \mu_e N_{12} = \mu_e m_1 g \cos\theta$, luego

$\mu_d m_1 g \cos\theta \leq \mu_e m_1 g \cos\theta \Rightarrow \mu_d \leq \mu_e$; y el menor valor de μ_e es: $\boxed{\mu_{e,min} = \mu_d}$

(3) (2.0 puntos) En un tiempo t_0, dos partículas en interacción con masas $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ y $m_2 = 3\,\mathrm{kg}$ se mueven con respecto a un observador con velocidades $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$, con $v_1 = 10\,\mathrm{m/s}$ a lo largo del eje X en sentido positivo y $v_2 = 8\,\mathrm{m/s}$, formando un ángulo de 120° con respecto a la dirección positiva del eje X. (**a**) Expresar cada velocidad en forma vectorial. (**b**) Obtener la velocidad $\vec{v}_{cm}$ de su centro de masas. (**c**) Encuentre las velocidades de cada partícula con respecto a su centro de masas. (**d**) Obtenga el momento lineal de cada partícula en el sistema centro de masas. ~~(e) Encuentre la velocidad relativa de cada partícula respecto al centro de masas.~~

Nota: se recomienda dejar indicada la raiz cuadrada que aparece y no calcular su valor numérico.

(e) Explique el resultado.



Obtenemos las componentes de $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ en m/s.

$\vec{V}_1 = 10\vec{i}$; $\vec{V}_2 = -8\underbrace{\cos(60°)}_{1/2}\vec{i} + 8\underbrace{\sin(60°)}_{\sqrt{3}/2}\vec{j} \Rightarrow \vec{V}_2 = -4\vec{i} + 4\sqrt{3}\,\vec{j}$

(a) $\vec{V}_{cm} = \dfrac{m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{2\times 10\,\vec{i} - 3\times 4\,\vec{i} + 3\times 4\sqrt{3}\,\vec{j}}{2+3} \Rightarrow$

$\boxed{\vec{V}_{cm} = 1.6\,\vec{i} + 2.4\sqrt{3}\,\vec{j}\ \mathrm{m/s}}$

(b) $\vec{V}_1' = \vec{V}_1 - \vec{V}_{cm} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{V}_1' = 8.4\,\vec{i} - 2.4\sqrt{3}\,\vec{j}\ \mathrm{m/s}}$

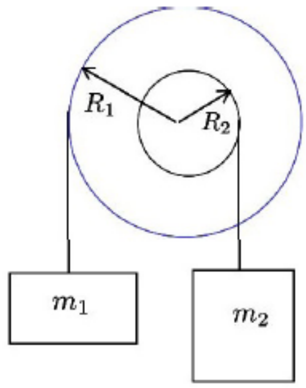
$\vec{V}_2' = \vec{V}_2 - \vec{V}_{cm} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{V}_2' = -5.6\,\vec{i} + 1.6\sqrt{3}\,\vec{j}\ \mathrm{m/s}}$

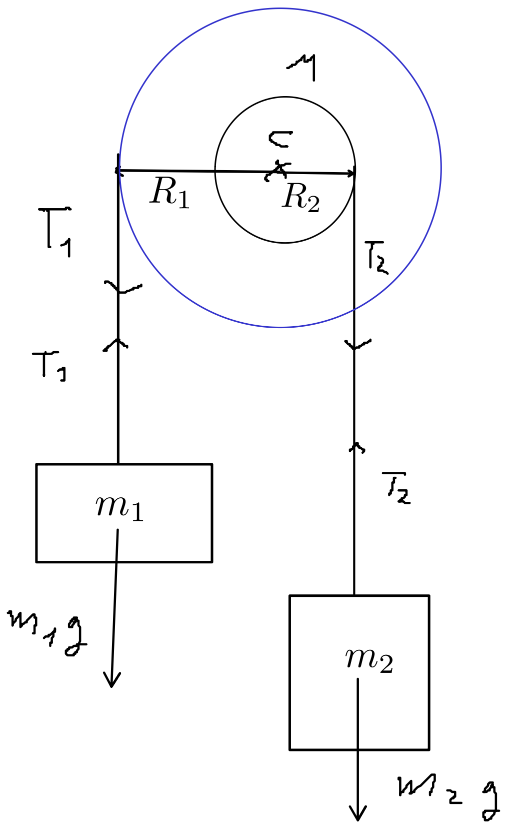
(c) $\vec{P}_1' = m_1\vec{V}_1' = 2\,\mathrm{kg}\,\vec{V}_1' \Rightarrow$ $\boxed{\vec{P}_1' = 16.8\,\vec{i} - 4.8\sqrt{3}\,\vec{j}\ \mathrm{kg\,m/s^2}}$

$\vec{P}_2' = m_2\vec{V}_2' = 3\,\mathrm{kg}\,\vec{V}_2' \Rightarrow$ $\boxed{\vec{P}_2' = -16.8\,\vec{i} + 4.8\sqrt{3}\,\vec{j}\ \mathrm{kg\,m/s^2}}$

(e) Vemos que $\vec{P}'_{sis} = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' = 0$. Esto es lógico porque $\vec{V}'_{cm} = 0$, ya que el cm no se mueve respecto a sí mismo, y $\vec{P}'_{sis} = M\vec{V}'_{cm} = 0$.

(4) (2.0 puntos) En el sistema de la figura, la doble polea está formada por dos poleas rígidamente unidas sobre su eje común, siendo $R_1 = 3R_2$ y la masa total de la polea es $M = 2m_1$. **(a)** Calcular el valor de m_2 en función de m_1 para que el sistema esté en equilibrio. **(b)** Si $m_2 = 4m_1$, obtener la aceleración angular de la doble polea. **(c)** Obtener la aceleración tangencial y normal en el punto de contacto de la cuerda con la polea 2 si parte del reposo después de un tiempo t. Dar los resultados en función de R_2, m_1 y g.
Considere la polea como un único disco y use que el momento de inercia de un disco de masa M y radio R viene dado por $I = \frac{1}{2}MR^2$.





(a) En equilibrio:

m_1: $m_1 g - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 g$

m_2: $m_2 g - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g$

Polea: $\sum \tau = 0$, $\sum \vec{F}_i = 0$

Tomando los momentos de fuerza positivos en sentido horario:

$T_2 R_2 - T_1 R_1 = 0$, sustituyendo y usando que $R_1 = 3R_2$:

$m_2 g R_2 - m_1 g 3R_1 = 0 \Rightarrow m_2 - 3m_1 = 0 \Rightarrow$

$m_2 = 3m_1$ en equilibrio.

(b) Si $m_2 = 4m_1$, tenderá a acelerarse m_2 hacia abajo, m_1 hacia arriba y la polea en sentido horario. La aceleración lineal de m_1 y m_2 corresponden a las aceleraciones tangenciales del punto de la polea en contacto con el cable: $a_1 = a_{t_1} = \alpha R_1$, $a_2 = a_{t_2} = \alpha R_2$. Las ecuaciones dinámicas son ahora, (T_2 y T_1 cambian respecto a (a)):

m_2: $m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow 4m_1 g - T_2 = 4m_1 R_2 \alpha$ (1)

m_1: $T_1 - m_1 g = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 - m_1 g = m_1 R_1 \alpha \Rightarrow T_1 - m_1 g = m_1 3R_2 \alpha$ (2)

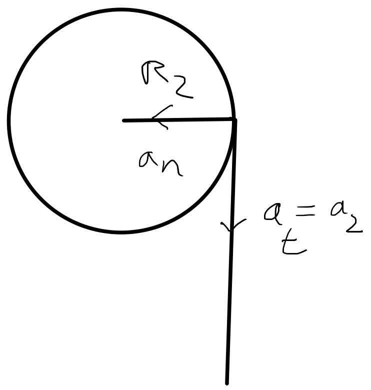
Polea: $\sum \tau_{i,C} = I_C \alpha \Rightarrow T_2 R_2 - T_1 R_1 = \frac{1}{2} M R_1^2 \alpha \Rightarrow T_2 R_2 - T_1 3R_2 = \frac{1}{2}(2m_1)(3R_2)^2 \Rightarrow$

$T_2 R_2 - T_1 3R_2 = m_1 9 R_2^2 \alpha$ (3)

Multiplicamos (1) por R_2, (2) por $R_1 = 3R_2$ y sumamos a (3), los términos con tensiones se anulan:

$$4m_1 g R_2 - \cancel{T_2 R_2} = 4 m_1 R_2^2 \alpha$$
$$\cancel{T_1 3R_2} - m_1 g 3R_2 = m_1 3^2 R_2^2 \alpha$$
$$\cancel{T_2 R_2} - \cancel{T_1 3R_1} = m_1 9 R_2^2 \alpha$$
$$\cancel{m_1} g \cancel{R_2} = 22 \cancel{m_1} R_2^{\cancel{2}} \alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{g}{22 R_2}}$$

(c) En el punto de contacto la aceleración de la masa 2 es la del cable.



$a_t = a_2 = R_2 \alpha \Rightarrow$

$$\boxed{a_t = \frac{g}{22}}$$

También $V_2 = R_2 \omega$

$$a_n = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{R_2^{\cancel{2}} \omega^2}{R_2}$$

. Como α es cte,

$$\omega = \underset{\overset{\|}{0}}{\omega_0} + \alpha t \Rightarrow a_n = R_2 \alpha^2 t^2 \Rightarrow$$

$$a_n = R_2 \frac{g^2}{22^2 R_2^2} t^2 \Rightarrow \boxed{a_n = \frac{g^2 t^2}{22^2 R_2}}$$