

Notas importantes: 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) **Razonar todos los pasos.** 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja: ejemplos:

$a_{\text{fin}} = \frac{1}{2} g t^2$, $a_{\text{fin}} = 3 \text{ m/s}^2$. 4) Usar $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ para obtener resultados numéricos. En resultados simbólicos, dejar g también en forma simbólica. 5) Dar los números en formato decimal o científico si son muy grandes o pequeños, no como fracciones o combinaciones de raíces salvo muy simples. 6) Usar un número apropiado de cifras significativas.

RESPONDA A SOLAMENTE **TRES** DE LAS PREGUNTAS SIGUIENTES. SE INDICA LA PUNTUACIÓN RELATIVA.

(1) (3 puntos) Para una masa m unida a un muelle que cumple la ley de Hooke $F = -kx$: (a) Obtener la ecuación de movimiento $x = x(t)$, deducir la expresión de la energía potencial $U = U(x)$, energía cinética $E_c = E_c(x)$ y energía mecánica $E = E(x)$ en función de x (b) Si $k = 10 \text{ N/m}$ y la amplitud es $A = 0.2 \text{ m}$ obtener U , E_c y E cuando $x = 0.1 \text{ m}$.

(2) (3 puntos) Una vagoneta en una vagoneta de una montaña rusa de un parque de atracciones realiza un rizo vertical de radio R . En el punto más alto (punto A) del rizo tiene una velocidad de módulo v_A y la vagoneta está invertida. En ese punto los pasajeros tienen la sensación de tener un cuarto de su peso. (a) Calcular la velocidad de la vagoneta en su punto más alto. (b) Calcular la velocidad de la vagoneta v_B cuando vuelve a su punto más bajo (punto B) y el peso aparente de un pasajero de masa m en B . Dar los resultados en función de g , R y m . **Nota:** Las ruedas de la vagoneta hacen que se pueda despreciar el rozamiento de la misma con la rampa.

(3) (4 puntos) Una esfera de masa M y radio R se encuentra rodando sin deslizar sobre un plano horizontal con velocidad angular ω . (a) Obtener su energía cinética suponiendo que gira respecto al punto de contacto O . (b) Calcular la energía cinética orbital o de traslación y la energía cinética interna o de rotación. Se efectúa una fuerza de módulo F sobre un eje que pasa por su centro de masas y que forma un ángulo β con la horizontal menor de 45° (esta fuerza no es capaz de levantar la bola). (c) Obtener la aceleración angular usando el teorema del momento angular respecto al punto de contacto O . (d) Obtener la aceleración angular usando el teorema del momento angular respecto del centro de masas. **Notas:** (c) y (d) se pueden expresar como que el centro de momentos es el punto O o el CM respectivamente. El momento de inercia de una esfera respecto a un eje que pasa por su centro de masas es $I_{cm} = \frac{2}{5} MR^2$.

(4) (4 puntos) Una barra delgada de masa M y longitud L puede girar en torno a un eje de giro que pasa por su extremo. Inicialmente está en reposo verticalmente, por encima del eje. Se separa ligeramente de su posición de equilibrio de forma que comienza a girar sobre el eje. (a) Calcular la velocidad angular ω y la aceleración angular α cuando la barra pasa por la horizontal. (b) Igualmente calcular la aceleración (vector) \vec{a}_{CM} de su centro de masas. (c) Calcular la aceleración angular α para un ángulo ϕ con respecto a la posición inicial. (d) Calcular la velocidad angular ω para el mismo ángulo ϕ . **Dato:** El momento de inercia de una barra respecto a su centro de masas $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$.