

**Notas importantes:** 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) **Razonar todos los pasos.** 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja: ejemplos:

$a_{\text{fin}} = (1/2)g t^2$ ,  $a_{\text{fin}} = 3 \text{ m/s}^2$ . 4) En resultados simbólicos, dejar  $g$  también en forma simbólica. 5) Dar los números en formato decimal o científico si son muy grandes o pequeños, no como fracciones o combinaciones de raíces salvo muy simples. 6) Usar un número apropiado de cifras significativas.

RESPONDA SOLAMENTE **CUATRO** DE LAS PREGUNTAS SIGUIENTES.

(1) (a) Deduzca la dirección y sentido del momento  $\vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$  de una fuerza respecto a un punto  $O$ . El vector  $\vec{r}$  tiene su origen en el punto  $O$  y su extremo en el punto de aplicación de  $\vec{F}$ . (b) Deduzca que su módulo  $\tau$  puede expresarse como  $\tau = r_{\perp} F$ , siendo  $r_{\perp}$  la componente de  $\vec{r}$  perpendicular a  $\vec{F}$ . (c) Defina la línea de acción de la fuerza  $\vec{F}$  y relacione  $\tau$  con dicha línea. (d) Deduzca que  $\tau$  puede expresarse como  $\tau = r F_{\perp}$ , siendo  $F_{\perp}$  la componente de  $\vec{F}$  perpendicular a  $\vec{r}$ . (e) Ilustre las propiedades anteriores con los dibujos que sean necesarios.

(2) (a) Un arquero lanza una flecha para acertar en una diana cuyo centro está en el punto  $B$  a una altura  $h_B$ . El punto de partida de la flecha es el punto  $A$  y se encuentra a una altura  $h_A = 1.5 \text{ m}$ . La distancia horizontal entre  $A$  y  $B$  es  $x_{AB} = 20 \text{ m}$ . La flecha sale con una velocidad  $v_0 = 23 \text{ m/s}$  y un ángulo  $\alpha = 30^\circ$  con respecto a la horizontal. (a) Calcular la altura  $h_B$  a la que se encuentra la diana (use  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (b) Obtener  $h_B$  en función de  $v_0$  y  $\alpha$ ,  $g$  y  $x_{AB}$ .

(3) Un coche de masa  $M$  circula a velocidad constante y sin deslizar por una carretera que tiene coeficiente de rozamiento estático  $\mu_e$  con los neumáticos. La carretera está peraltada formando un ángulo  $\beta$  con la horizontal a lo largo de una curva de radio  $R$ . (a) Realizar dos dibujos donde se muestre claramente todas las fuerzas y aceleraciones, uno desde arriba y otro desde detrás del coche. (b) Obtener la expresión de la velocidad máxima a la que puede circular el coche sin derrapar.

(4) Una barra  $AB$  de longitud  $L = 3 \text{ m}$  y masa  $M = 20 \text{ kg}$  descansa sobre una pared sin rozamiento formando un ángulo  $\beta = 30^\circ$  con la horizontal. También el suelo carece de rozamiento y para evitar que la barra deslice se ha colocado la cuerda  $OA$ . (a) Calcule la tensión  $T$  de la cuerda. (b) Si la cuerda se rompe de golpe y por lo tanto la tensión  $T$  se anula, calcule, en ese instante, la aceleración del centro de masas de la barra  $\vec{a}_{\text{CM}}$ . (c) Igualmente, calcule la aceleración angular  $\alpha$  de la barra respecto del centro de masas en el mismo instante. (c) Calcule la energía cinética total de la barra cuando choque contra el suelo. Dato: momento de inercia de la barra respecto del centro de masas:  $I = \frac{1}{12} ML^2$ .

(5) A través del tubo de la figura fluye agua que sale a la atmosfera por  $C$ . Las secciones del tubo son  $S_A = 4.0 \text{ cm}^2$  y  $S_B = S_A/4$ . La presión manométrica en  $A$  en el centro del tubo es  $1.20 \text{ atm}$  y el caudal  $I = 0.8 \text{ litros/s}$ . Los tubos verticales están abiertos al aire. (a) Determinar la altura de las interfases líquido-aire en los dos tubos verticales. (b) Calcular la velocidad de salida  $v_C$ . Aproxime:  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , densidad del agua  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Nota: Las alturas salen bastante altas y por eso en la práctica no se usa agua para medir presiones.

