Boletín 0.

Grado en Ingeniería de la Salud. Física I.

1. Cambio de unidades:(a) Expresar 9.81 m/s^2 en km/min^2. (b) Expresar 27 g/l en kg/m^3.

$$g = 9.81 \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}} \left(\frac{1\,km}{10^3 \cancel{m}}\right)\left(\frac{60\,\cancel{s}}{1\,min}\right)^2 = 9.81 \frac{3600}{1000} \frac{1\,km}{min^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{g = 35.3 \frac{km}{min^2}}$$

2. Hallar la ecuación de dimensión de las siguientes magnitudes: velocidad, aceleración, volumen, densidad,y presión.

Usando cualquier ecuación para la magnitud correspondiente.

$$v = \frac{l}{t} \Rightarrow [v] = \frac{[l]}{[t]} = \frac{L}{T} \Rightarrow \boxed{[v] = LT^{-1}}$$

$$a = \frac{v}{t} \Rightarrow [a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{LT^{-1}}{T} \Rightarrow \boxed{[a] = LT^{-2}}$$

$$V = l^3 \Rightarrow [V] = [l^3] = [l]^3 = L^3 \Rightarrow \boxed{[V] = L^3}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{M}{L^3} \Rightarrow \boxed{[\rho] = ML^{-3}}$$

$$P = \frac{F}{S} = \frac{ma}{l^2} \Rightarrow [P] = \frac{[m][a]}{[l]^2} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} \Rightarrow \boxed{[P] = ML^{-1}T^{-2}}$$

3. Utilizando el análisis dimensional, indicar si las siguientes ecuaciones pueden ser correctas o no (a es una aceleración, v es una velocidad, R es una distancia, y las constantes numéricas no tienen dimensiones): (a) $a = v^2/R^2$, (b) $a = v^2/2R^2$, (c) $a = v^2/R$, (d) $a = v/R^2$ y (e) $a = v^2/2R$.

(a) $a = \frac{v^2}{R^2}$; $[a] = LT^{-2}$, $\left[\frac{v^2}{R^2}\right] = \frac{(LT^{-1})^2}{L^2} = \frac{L^2T^{-2}}{L^2} = T^{-2} \neq LT^{-2}$ Imposible

(b) $a = \frac{v^2}{2R^2}$ tiene las mismas dimensiones que la anterior pues $[2] = 1$. Imposible

(c) $a = \frac{v^2}{R}$; $[a] = LT^{-2}$, $\left[\frac{v^2}{R}\right] = \frac{(LT^{-1})^2}{L} = \frac{L^2T^{-2}}{L} = LT^{-2} = [a]$ Posible

(d) $a = \frac{v}{R^2}$; $[a] = LT^{-2}$, $\left[\frac{v}{R^2}\right] = \frac{LT^{-1}}{L^2} = L^{-1}T^{-1} \neq [a]$ Imposible

(e) $a = \frac{v^2}{2R}$ Equivalente a (c) pues $[2] = 1$. Posible

4. Se calcula el área A de un paralelogramo con las medidas de la base $a = 7.23\,\text{cm}$ y la áltura $b = 4.4\,\text{cm}$ Suponiendo una incertidumbre mínima de una unidad de la última cifra significativa en a y h, cálcular el valor máximo y mínimo posible de A, estimar y obtener su valor con el número apropiado de cigras significativas. Resultado: $A_{\text{max}} = 32,58$; $A_{\text{min}} = 31,05\,\text{cm}$, por lo tanto $A = 32\,\text{cm}$.

$a = 7.23 \pm 0.01$ cm , $b = 4.4 \pm 0.1$ cm

$A = ab = 7.23 \times 4.4 \text{ cm}^2 \Rightarrow A = 31,812 \text{ cm}^2$

Valor máximo: $A_{max} = (7.23 + 0.01)(4.4 + 0.1) \text{ cm}^2 = 7.24 \times 4.5 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow A_{max} = 32,58$

Valor mínimo: $A_{min} = (7.23 - 0.01)(4.4 - 0.1) \text{ cm}^2 = 7.22 \times 4.3 \text{ cm}^2$

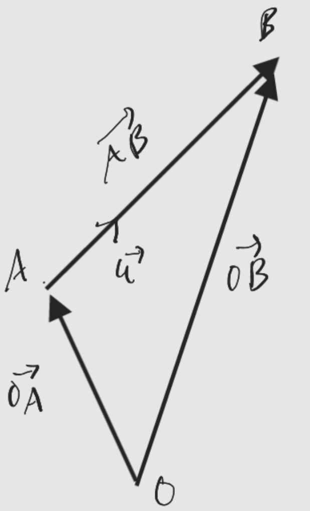
$\Rightarrow A_{min} = 31.046$

Incertidumbre de A: $\Delta A = \dfrac{A_{max} - A_{min}}{2} = \dfrac{32.58 - 31.046}{2} = 0.767.$

Asignando a ΔA una sola cifra significativa $\Delta A = 0.8 \Rightarrow$

$A = 31.8 \pm 0.8 \text{ cm}^2$, muy próximo a $A = 32 \pm 1 \text{ cm}^2$, que es la regla práctica que usamos de mantener las cifras significativas del factor que tiene menos (b, con dos).

5. Encontrar el vector unitario en la dirección dada por los puntos de coordenadas $A = (3, 2, 0)\,\text{cm}$ y $B = (6, 8, 2)\,\text{cm}$.



Hay dos opciones, obtenemos el sentido $\vec{AB}$.

$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} \Rightarrow \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (6,8,2)\text{ cm} - (3,2,0)\text{ cm}$

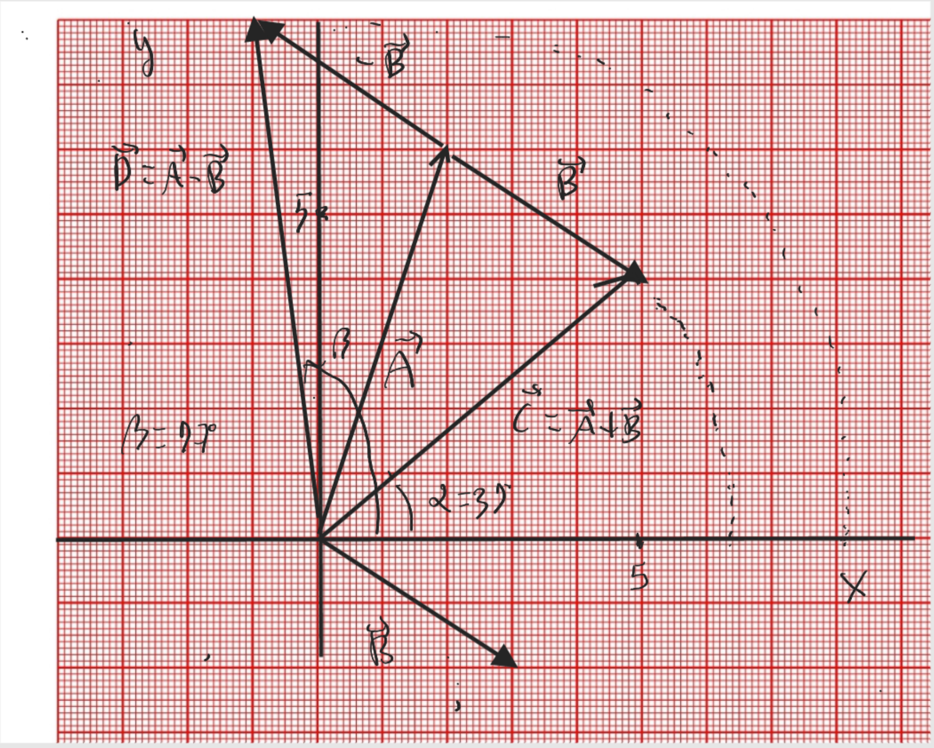
$\Rightarrow \vec{AB} = (3, 6, 2) \text{ cm} \Rightarrow$

$\vec{u} = \dfrac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \dfrac{(3,6,2)}{\sqrt{3^2+6^2+2^2}} = \dfrac{(3,6,2)}{\sqrt{49}} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{u} = \left(\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{2}{7}\right) = (0.429, 0.858, 0.286)}$$

La otra opción es $\vec{u}\,' = -\vec{u}$

6. Dados los vectores $A = 2.0\vec{\imath} + 6.0\vec{\jmath}$ y $\vec{B} = 3.0\vec{\imath} - 2.0\vec{\jmath}$ (a) Determinar el módulo y ángulo con el eje x del vector suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ y del vector diferencia $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ gráficamente (haciendo un dibujo a escala y utilizando reglas y transportador). (b) Calcular de nuevo los vectores $\vec{C}$ y $\vec{D}$ utilizando las componentes cartesianas de los vectores res $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Comprobar que el resultado es el mismo (considerando el margen de error) que el obtenido en el apartado anterior.



Midiendo $\alpha = 39°$, $\beta = 97°$

$|\vec{C}| = 6.4$, $|\vec{D}| = 8.1 \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{C} = 6.4 \angle 39°, \quad \vec{D} = 8.1 \angle 93°}$$

(b) $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (2+3, 6+(-2)) \Rightarrow$

$\vec{C} = (5, 4)$, $|\vec{C}| = \sqrt{5^2 + 4^2}$

$\alpha = \mathrm{atan}\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{C} = 6{,}4 \angle 39°}$

$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = (2-3, 6-(-2)) \Rightarrow$

$\vec{D} = (-1, 8)$, $|\vec{D}| = \sqrt{1^2 + 8^2} = 8.1$

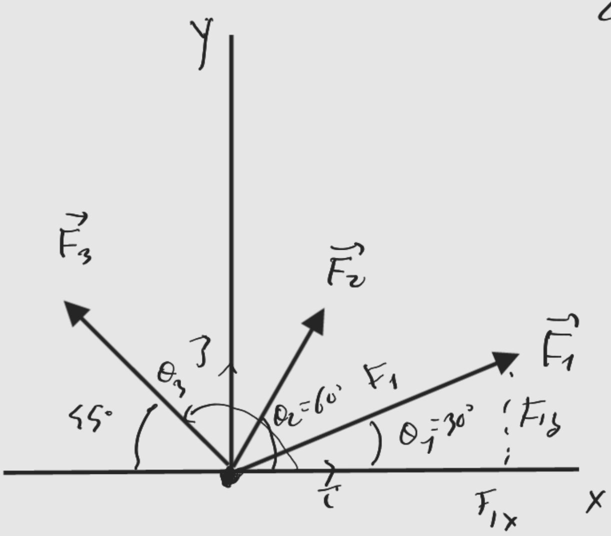
$\beta = \mathrm{atan}\left(\frac{8}{-1}\right) \Rightarrow \beta_1 = -83°$

$\beta_2 = 180 - 83° = 97°$

Vemos que β es β_2 pues está en el segundo cuadrante

$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = 8.1 \angle 97°}$

7. Sobre una partícula actúan tres fuerzas (coplanarias) de 37, 25 y 30 N que forman con la horizontal ángulos de 30°, 60° y 135° respectivamente. Calcular la fuerza total que actúa sobre ella. Nota: La fuerza es una magnitud vectorial.



Calculamos sus componentes:

$\vec{F_1} = 37\cos(30°)\vec{i} + 37\sin(30°)\vec{j}$ N. $\Rightarrow$

$\vec{F_1} = 37\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 37\frac{1}{2}\vec{j}$ N.

$\vec{F_2} = 25\cos(60°)\vec{i} + 25\sin(60°)\vec{j}$ N $\Rightarrow$

$\vec{F_2} = 25\frac{1}{2}\vec{i} + 25\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ N

$\vec{F_3} = 30\cos 135°\,\vec{i} + 30\sin 135°\,\vec{i}$ N. $\Rightarrow$

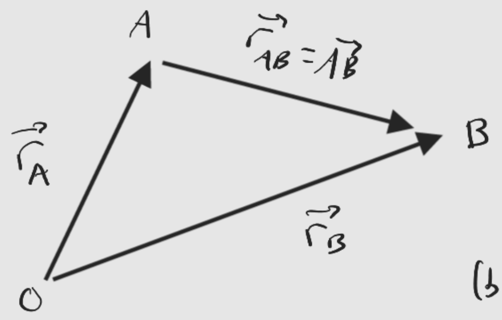
$\vec{F_3} = -30\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + 30\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$ N

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \left(37\frac{\sqrt{3}}{2} + 25\frac{1}{2} - 30\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{i} +$

$+ \left(37\frac{1}{2} + 25\frac{\sqrt{3}}{2} + 30\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{j} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{F} = 23{,}3\vec{i} + 61{,}4\vec{j} \text{ N.}}$$

8. En un instante dado, la partícula A se encuentra en la posición dada por el vector . $\vec{r}_A = 2\vec{\mathrm{i}} + 3\vec{\mathrm{j}} - 2\vec{\mathrm{k}}$ m y la partícula B en la posición dada por . $\vec{r}_B = -2\vec{\mathrm{i}} + \vec{\mathrm{j}} + 3\vec{\mathrm{k}}$ m. (a) Determinar el vector posición de la partícula B respecto de la partícula A: $\vec{r}_{AB} = \overrightarrow{AB}$. (vector posición de la partícula B si el origen de coordenadas estuviera en la partícula A) (b) Determinar el vector posición de la partícula A respecto de la partícula B: ($\vec{r}_{BA} = \overrightarrow{BA}$).



Vemos que $\vec{r}_A + \vec{r}_{AB} = \vec{r}_B \Rightarrow$

(a)

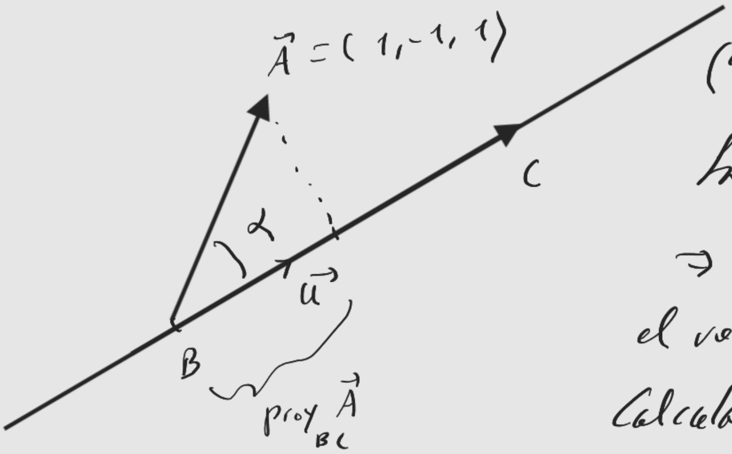
$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (-2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k})\,m - (2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})\,m$

$\Rightarrow \boxed{\vec{r}_{AB} = -4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}\ m}$

(b) $\vec{r}_{BA} = \vec{BA} = -\vec{AB} = -\vec{r}_{AB} \Rightarrow$

$\boxed{\vec{r}_{BA} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}\ m}$

9. (a) Hallar la proyección del vector . $\vec{A} = \vec{\mathrm{i}} - \vec{\mathrm{j}} + \vec{\mathrm{k}}$ sobre la recta que pasa por los puntos $(1,4,1)$ y $(5,2,8)$. (b)Determinar el ángulo que forma este vector con la recta anterior (hay dos soluciones, en función del sentido que consideremos en la recta, de manera que si en un caso el ángulo es α, en el otro es $\pi - \alpha$). (c) Calcular los vectores $\vec{A}_\parallel$ y $\vec{A}_\perp$ (vectores en la dirección de la recta, $\vec{A}_\parallel$, y perpendicular a ella , $\vec{A}_\perp$, de manera que $\vec{A} = \vec{A}_\parallel + \vec{A}_\perp$).



Llamamos $B = (1,4,1)$, $C = (5,2,8)$.

(a) Proyectamos sobre la dirección y sentido $\vec{BC}$.

La proyección es $\text{proy}_{BC}\vec{A} = A\cos\alpha = \dfrac{A|BC|\cos\alpha}{|BC|}$

$\Rightarrow \vec{A} = A\,|\vec{u}_{BC}|\cos\alpha = \vec{A}\cdot\vec{u}_{BC}$, siendo $\vec{u}_{BC}$ el vector unitario $\vec{u}_{BC} = \dfrac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|}$.

Calculamos $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = (5,2,8) - (1,4,1) = (4,-2,7)$

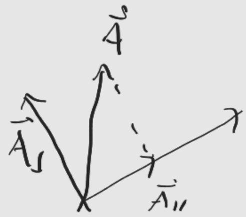
y $|\vec{BC}| = \sqrt{4^2 + 2^2 + 7^2} = 8{,}31 \Rightarrow$

$\text{proy}_{BC}\vec{A} = \vec{A}\cdot\dfrac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} = \dfrac{1\times 4 + (-1)\times(-2) + 1\times 7}{8.31} \Rightarrow \boxed{\text{proy}_{BC}\vec{A} = 1.56}$

(b) α : como $\text{proy}_{BC}\vec{A} = A\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\text{proy}_{BC}\vec{A}}{A} = \dfrac{1.56}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 0.904 \Rightarrow$

$\boxed{\alpha = 25{,}3^\circ}$

(c) $\vec{A}_\parallel = (\text{proy}_{BC}\vec{A})\,\vec{u}_{BC} = 1.56\,\dfrac{(4,-2,7)}{8.31} \Rightarrow \boxed{\vec{A}_\parallel = (0.751, -0.375, 1.31)}$



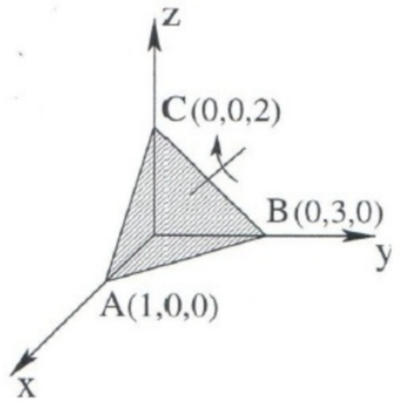
Como $\vec{A} = \vec{A}_\parallel + \vec{A}_\perp \Rightarrow \vec{A}_\perp = \vec{A} - \vec{A}_\parallel = (1,-1,1) - (0.751, -0.375, 1.32)$

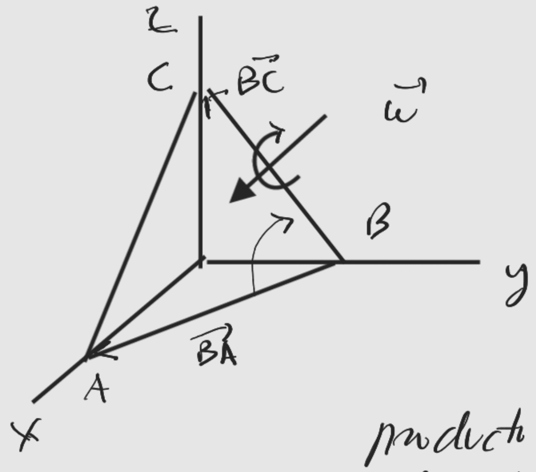
$\Rightarrow \boxed{\vec{A}_\perp = (0.249, -0.625, -0.32)}$

Si cambiamos $\vec{BC}$ por $\vec{CB}$, $\vec{u}' = -\vec{u}$, $\alpha' = 180 - 25.3 = 154.7$

$\vec{A}'_\parallel = \vec{A}$ y $\vec{A}'_\perp = \vec{A}_\perp$

10. La placa triangular de la figura gira con una velocidad angular de $\omega = 4.0$ rad/s alrededor de un eje perpendicular a ella, en el sentido indicado. Calcular el vector velocidad angular $\vec{\omega}$ (vector de módulo ω, dirección la del eje de giro, y sentido dado por el sentido de giro). Todas las coordenadas están en metros.





El sentido de $\vec{\omega}$ es el de avance de un tornillo que gira según se indica, por lo tanto hacia afuera de la placa.

Un vector perpendicular al triángulo ABC es perpendicular a cualquier par de sus lados y por lo tanto a su producto vectorial. Únicamente hay que tener en cuenta que el sentido del primer vector al segundo corresponda a $\vec{\omega}$.

Por ejemplo $\vec{BA} \times \vec{BC}$. Obtendremos un vector unitario $\vec{n} = \dfrac{\vec{BA} \times \vec{BC}}{|\vec{BA} \times \vec{BC}|}$

y $\vec{\omega} = \omega \vec{n}$

Calculamos $\vec{BA}$ y $\vec{BC}$: $\vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = (1,0,0) - (0,3,0) = (1,-3,0)$

$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = (0,0,2) - (0,3,0) = (0,-3,2)$

Para obtener $\vec{v} = \vec{BA} \times \vec{BC}$ usamos que $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$ y $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ etc.

$$\vec{v} = \vec{BA} \times \vec{BC} = (\vec{i} - 3\vec{j}) \times (-3\vec{j} + 2\vec{k}) = -3\,\vec{i} \times \vec{j} + 2\,\vec{i} \times \vec{k} - 6\,\vec{j} \times \vec{k} = -3\vec{k} - 2\vec{j} - 6\vec{i}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v} = -6\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k} \qquad \vec{n} = \frac{-6\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}}{\sqrt{6^2 + 2^2 + 3^2}} = -\frac{6}{7}\vec{i} - \frac{2}{7}\vec{j} - \frac{3}{7}\vec{k}$$

y $\vec{\omega} = 4.0 \text{ rad/s } \vec{n} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{\omega} = -3.42\vec{i} - 1.14\vec{j} - 1.71\vec{k} \text{ rad/s}}$