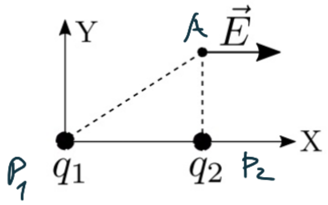
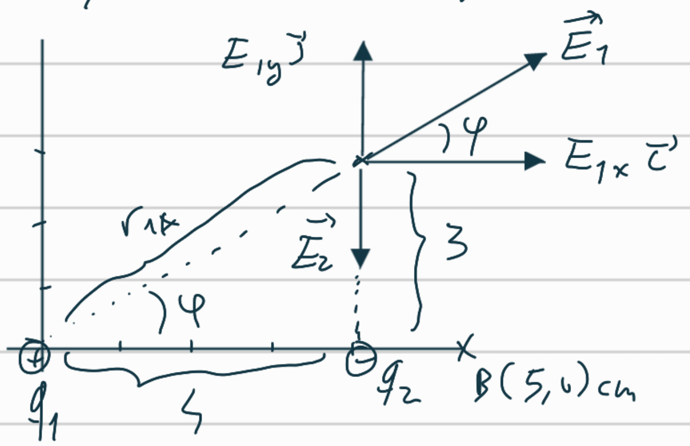
Física II. Grado en Ingeniería de la Salud. Primera Convocatoria (07/07/2021). Primer parcial.

1. (1.5 puntos) Las dos cargas puntuales q_1 y q_2 de la figura se encuentran situadas en el origen de coordenadas y en el punto $x = 4$ cm del eje X respectivamente. Sabiendo que el campo eléctrico que crean en el punto A=(4,3) cm del plano XY es $\vec{E} = 7200\,\hat{\imath}$ N/C, (a) Dibujar los campos vectoriales $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ indicando el signo de cada carga. (**b**) Obtener el valor de la carga q_1 situada en el origen de coordenadas. (c) En función de Q, q_1 y q_2 y k_e obtener el trabajo que realiza el campo si una carga Q en A se desplaza hasta un punto B=(5,0) cm.



(a) q_2 está en un punto $P_2=(4,0)$ cm y $A=(4,3)$ cm. El campo creado por q_2 en A será $\vec{E_2}=k_e\frac{q_2}{r_{2A}^3}\vec{r_{2A}}$ con $\vec{r_{2A}}=\vec{OA}-\vec{OP_2}=(4,3)-(4,0)$ cm $=(3,0)$ cm $=0.03\,m\,\vec{j}$. Es campo vertical, sin ninguna componente horizontal. Luego $\vec{E}=E\vec{i}$ sólo puede venir de $\vec{E_1}$ y por el sentido, tiene que ser q_1 positiva ($\vec{F}$ repulsiva sobre una carga prueba positiva). Como $\vec{E}$ no tiene componente vertical (Y), se tienen que cancelar las componentes verticales de ambos campos.



Por lo tanto $\vec{E_2}$ estará dirigido abajo como corresponde a una fuerza atractiva sobre una carga de prueba positiva. Luego q_2 es negativa

(b) $E_{1x}=E_1\cos(\varphi)=E_1\frac{4}{r_{1A}}$, como $r_{1A}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ cm, tenemos

$$E_{1x}=E_1\frac{4}{5}=7200\frac{N}{C}\Rightarrow E_1=7200\frac{5}{4}\frac{N}{C}=9000\frac{N}{C}=9\times10^3\frac{N}{C}.$$

Además $E_1=k_e\frac{q_1}{r_{1A}^2}=9\times10^3\Rightarrow q_1=\frac{9\times10^3\,r_{1A}^2}{k_e}=\frac{9\times10^3\times0.05^2}{9\times10^9}=2.5\times10^{-9}$ C

$\Rightarrow \boxed{q_1=2.5\,nC}$

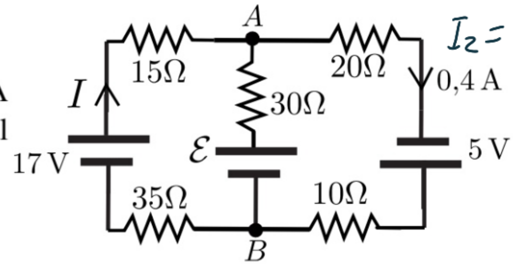
(c) $W_{AB}=Q(V_A-V_B)=Q\left(V_1(A)+V_2(A)-V_1(B)-V_2(B)\right)\Rightarrow$

$W_{AB}=Q\left(k_e\frac{q_1}{r_{1A}}+k_e\frac{q_2}{r_{2A}}-k_e\frac{q_1}{r_{1B}}-k_e\frac{q_2}{r_{2B}}\right)$. Con $r_{1A}=0.05$ m.

Vemos en el dibujo que $r_{1B}=5$ cm $=r_{1A}$ y que $r_{2A}=3$ cm y $r_{2B}=1$ cm. Luego

$W_{AB}=k_eQq_2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{1}\right)\frac{1}{cm}=k_eQq_2\left(\frac{1-3}{3}\right)\Rightarrow \boxed{W_{AB}=\frac{-2}{3\,cm}k_eQq_2=-\frac{200}{3\,m}k_eQq_2}$

2. (1.5 puntos) En el circuito de la figura, conocida la intensidad de 0.4 A que circula por la pila de 5 V, determinar: (**a**) la diferencia de potencial $V_A - V_B$; (**b**) la intensidad, I, que circula por la pila de 17 V.



(a) Usando la ley de Kirchhoff del potencial en un camino entre dos puntos $V_A - V_B = \sum R_i I_i - (\sum \xi_i)$. I_i, ξ_i con signo (+) si tienen el sentido $A \to B$ y (−) en caso contrario. Para la rama de la derecha, llamando $I_2 = 0.5A$:

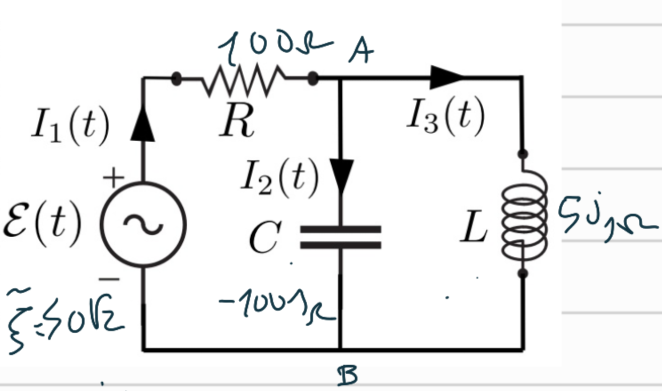
$$V_A - V_B = (20+10) I_2 - (5V) = 30 \times 0.5 - 5 \Rightarrow \boxed{V_A - V_B = 7\ V}$$

b) Aplicando la misma ley en la rama de la izquierda:

$$V_A - V_B = -(15+35) I_1 - (-17) \Rightarrow 7 = -50 I_1 + 17 \Rightarrow I_1 = \frac{10}{50} \Rightarrow$$

$$\boxed{I_1 = 0.2\ A}$$

3. (3 puntos) En el circuito de la figura, $\mathcal{E}(t) = 40\sqrt{2}\cos(1000\,t)$ V, $R = 100\,\Omega$, y siendo las reactancias $X_L = 50\,\Omega$ para la bobina y $X_C = 100\,\Omega$ para el condensador. (**a**) Plantear las ecuaciones de Kirchhoff fasoriales para las dos mallas (no es necesario resolverlas). (**b**) Determinar la impedancia equivalente de la asociación de los tres elementos y utilizar dicho resultado para calcular la intensidad $I_1(t)$. (**c**) Utilizando el valor obtenido de $I_1(t)$, calcular la potencia media (activa) suministrada por el generador así como la energía que suministra cada hora. (**d**) Obetener los fasores correspondientes a las tres intensidades y representarlos en un diagrama fasorial junto a $\widetilde{\mathcal{E}}$.



Calculamos fasores e impedancias: $\tilde{\xi} = 50\sqrt{2}\,e^{j0}$ V, $\tilde{Z}_L = 50j\,\Omega$, $\tilde{Z}_c = -100j\,\Omega$, $\tilde{Z}_R = R = 100\,\Omega$

(a) La ley de Kirchhoff para una malla es:

$$\sum \xi_i = \sum \tilde{Z}_i I_i$$

, escribiendo $+I_i$, $+\xi_i$ si tienen el sentido de la malla y $-I_i$, $-\xi_i$ en caso contrario. Tomamos sentido horario en ambas mallas.

Malla izda: $\tilde{\xi} = \tilde{Z}_R \tilde{I}_1 + \tilde{Z}_c \tilde{I}_2 \Rightarrow \boxed{50\sqrt{2}\,V = 100\,\Omega\,\tilde{I}_1 - 100j\,\Omega\,I_2}$

Malla dcha: $0 = \tilde{Z}_L \tilde{I}_3 - \tilde{Z}_c \tilde{I}_2 \Rightarrow 0 = 50j\,\Omega\,I_3 - (-100j)\,\tilde{I}_2$

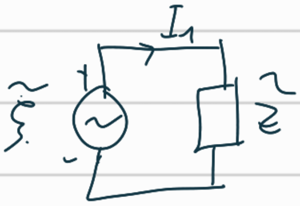
$\Rightarrow \boxed{0 = 50j\,\Omega\,I_3 + 100j\,\Omega\,\tilde{I}_2}$

(b) Asociamos $\tilde{Z}_C$ y $\tilde{Z}_L$ en paralelo: $\frac{1}{\tilde{Z}_{CL}} = \frac{1}{\tilde{Z}_c} + \frac{1}{\tilde{Z}_L} = \frac{1}{-100j} + \frac{1}{50j}$

$\Rightarrow \frac{1}{\tilde{Z}_{CL}} = \frac{1}{50j}\left(-\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{50j}\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \tilde{Z}_{CL} = 100j\,\Omega$;

como $\tilde{Z}_{CL}$ está en serie con $\tilde{Z}_R \Rightarrow \tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_L \Rightarrow \tilde{Z} = 100 + 100j$ (Ω)

o bien con $1+j = \sqrt{2}\,e^{j\pi/4} \Rightarrow \boxed{\tilde{Z} = 100(1+j) = 100\sqrt{2}\,e^{j\pi/4}\,\Omega}$



Aplicando KKV a la malla resultante $\tilde{\xi} = \tilde{Z}\tilde{I}_1 \Rightarrow$

$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{\xi}}{\tilde{Z}} = \frac{50\sqrt{2}}{100\sqrt{2}\,e^{j\pi/4}} = 0.5\,e^{-j\pi/4} \Rightarrow \tilde{I}_1 = 0.5\,e^{-j\pi/4}$ A.

o bien, como $e^{-j\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-j) \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_1 = 0.5\,e^{-j\pi/4}\,A = 0.25\sqrt{2}\,(1-j)\,A} \Rightarrow$

$\boxed{I_1(t) = 0.5\cos(1000t - \pi/2)\,A,\ t\text{ en s}}$

(c) La potencia suministrada por el generador es: $P = \frac{1}{2}\xi_0 I_{01}\cos(\varphi_{0I} - \varphi_{0V})$.

Sustituyendo $P = \frac{1}{2}\,50\sqrt{2} \times 0.5 \cdot \cos(-45° - 0) = \frac{50 \times \sqrt{2} \times 0.5}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 8\,W$.

$\Rightarrow \boxed{P = 8\,W}$.

En una hora $t = 60 \times 60 = 3600\,s$, $U = Pt$

$\Rightarrow \boxed{U = 8\,W \times 3600\,s \Rightarrow U = 28.8\,kJ}$

Otra forma, como la potencia generada es igual a la consumida y solo consume la resistencia $P = P_R = \frac{1}{2} I_{0,R}^2 R = \frac{1}{2}\, 0.4^2 \times 100 = 8\,W$

(b) Para obtener $\tilde{I}_2$ e $\tilde{I}_3$, llamando A y B a los extremos de la asociación en paralelo L-C, $\tilde{I}_2 = \frac{\tilde{V}_{AB}}{\tilde{Z}_C}$ e $\tilde{I}_3 = \frac{\tilde{V}_{AB}}{\tilde{Z}_L}$. Calculamos $\tilde{V}_{AB}$:

$$\tilde{V}_{AB} = \tilde{I}_1 \tilde{Z}_{CL} = 0.4e^{-j\pi/4} \times 100j = 0.4\,e^{-j\pi/4} \times 100\,e^{j\pi/2} \Rightarrow \underline{\tilde{V}_{AB} = 40\,e^{j\pi/4}\,V} \Rightarrow$$

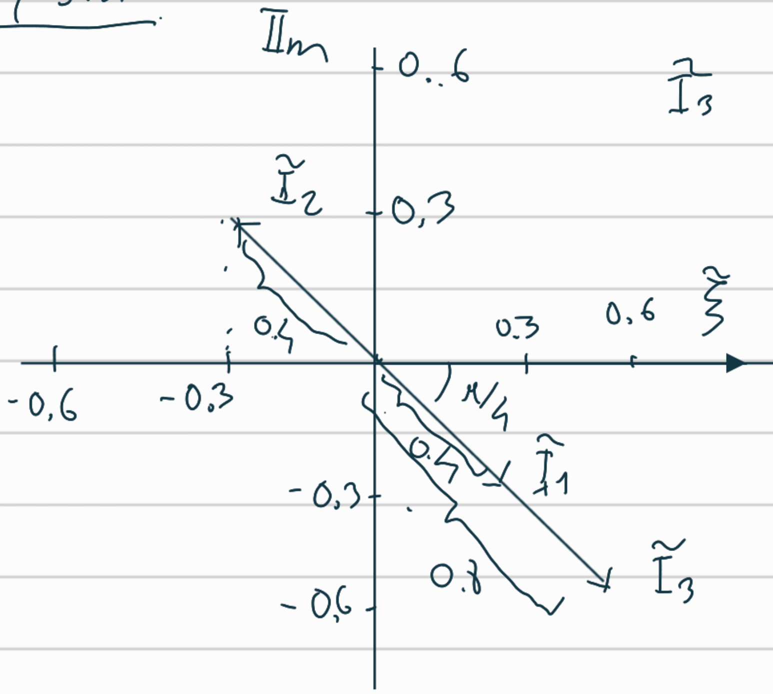
$$\tilde{I}_2 = \frac{40e^{j\pi/4}}{-100j} = \frac{40e^{j\pi/4}}{100\,e^{-j\pi/2}} = 0.4\,e^{j3\pi/4} \quad \text{luego} \quad \boxed{\tilde{I}_2 = 0.4\,e^{j3\pi/4}\,A}.$$

Analogamente:

$$\tilde{I}_3 = \frac{40\,e^{j\pi/4}}{50j} = \frac{40e^{j\pi/4}}{50e^{j\pi/2}} \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_3 = 0.8e^{-j\pi/4}\,A}$$

<u>Diagrama fasorial</u>

I



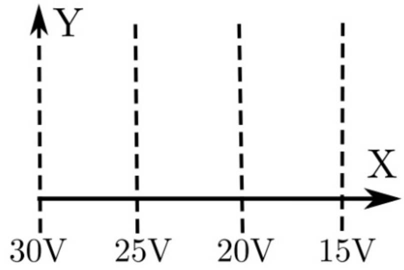
Hemos visto que $\tilde{I}_3 = 2\tilde{I}_1$
y que $\tilde{I}_2 = -\tilde{I}_1$.
$\tilde{I}_1 = 0.2\sqrt{2}(1-j)\,A \Rightarrow$
$\tilde{I}_1 = 0.28 - 0.28j\,A$

ℝe

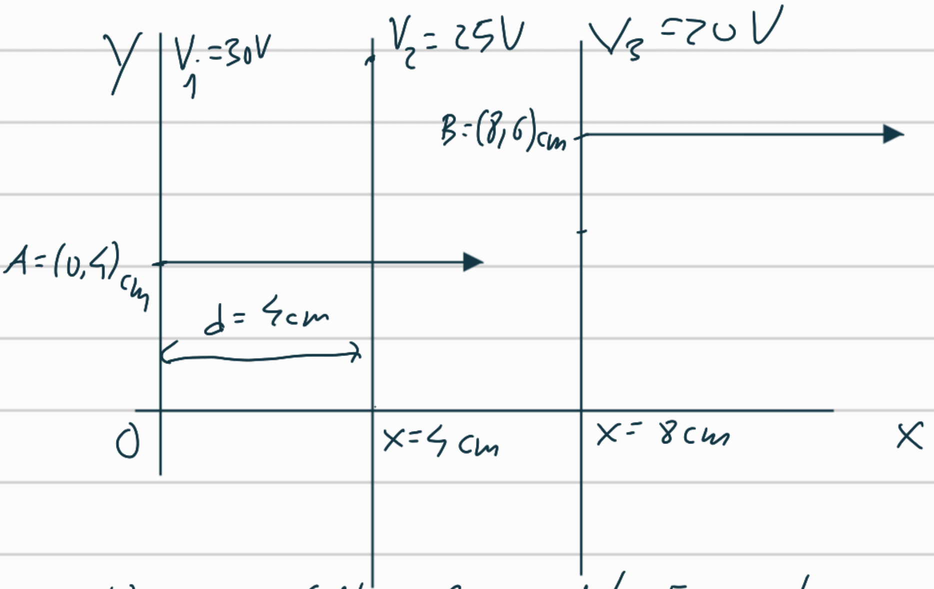
ξ no está a escala, pues tiene diferentes unidades

Estudiantes que solo se presentan al primer parcial.

4. (1 puntos) Las superficies equipotenciales de cierto campo electrostático uniforme son planos perpendiculares al eje X. En la figura se muestra un conjunto de ellos que distan entre sí 4 cm y se indica el potencial en los mismos. Determinar: (**a**) Dibujar el vector campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto A=(0,4) cm y en el punto B= (8,6) cm. (**b**) Obtener el valor del vector campo eléctrico $\vec{E}$; (**c**) Calcular la diferencia de potencial $V_A - V_B$.



(a) Sabemos: (1) que $\vec E$ es perpendicular a las superficies equipotenciales, como éstas son perpendiculares al eje X, $\vec E$ es paralelo al eje X.
(2) $\vec E$ apunta en la dirección en que decrece el potencial, luego irá hacia la derecha. Es decir $\vec E = E\vec i$. Como es uniforme, toma el mismo valor en todos los puntos del espacio y, por lo tanto en A y B



(b) Nos falta el módulo E, sabemos que en un campo uniforme $|\Delta V| = E d$, siendo d el desplazamiento en la dirección del campo.
Vemos que $d = 4$cm para $|\Delta V| = 30-25 = 5V$, luego $E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{5V}{0.04m} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec E = 125\,\frac{V}{m}\,\vec i}$$

(c) ¿$V_A - V_B$? Como A está en el plano de potencial $V_1 = 30V$ y B en el plano de potencial $V_3 = 20V \Rightarrow V_A - V_B = V_1 - V_3 = 30 - 20V \Rightarrow$

$$\boxed{V_A - V_B = 10V}$$

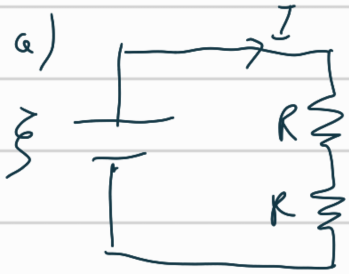
Otra forma: $V_A - V_B = \int_A^B \vec E \cdot d\vec l = \vec E \cdot \int_A^B d\vec l = \vec E \cdot \vec{AB}$.

Como $\vec{AB} = [(8,6) - (0,4)]\,cm = (8,2)\,cm = 0{,}08\,\vec i + 2\,\vec j\ m \Rightarrow$

$V_A - V_B = \vec E \cdot \vec{AB} = 125\frac{V}{m}\underbrace{\vec i \cdot (0{,}08\vec i}_{1} + 2\vec j)\,m \Rightarrow \underline{V_A - V_B = 10V\ \text{c.q.d}}$

5. (1 puntos) Se dispone de dos resistencias de igual valor R y una batería de fuerza electromotriz continua ξ sin resistencia interna de forma que el circuito consume una potencia de $4.8\,\mathrm{W}$. (a) Si las dos resistencias se conectan en serie con la bateria, expresar la potencia P consumida en el circuito en función de ξ y R; (b) Igualmente, la potencia P' consumida en el circuito si las dos resistencias se asocian en paralelo y se conectan a la bateria. (c) Si $P = 4.8\,\mathrm{W}$, calcular P'.

a)

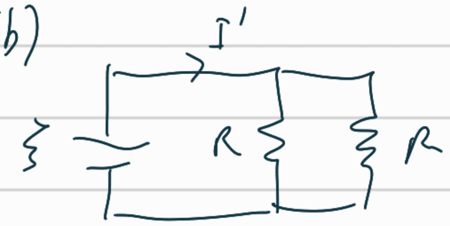


$P = \xi I$. Calculamos I usando RKV

$\xi = 2RI \Rightarrow I = \frac{\xi}{2R} \Rightarrow P = \xi I = \xi \frac{\xi}{2R}$. Calculamos P

$$\boxed{P = \frac{\xi^2}{2R}}$$

(b)



Calculamos la resistencia equivalente a R en paralelo con R: $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R' = \frac{R}{2}$.

Calculamos I'

$\xi = R'I' \Rightarrow I' = \frac{\xi}{R'} = \frac{\xi}{\frac{R}{2}} = \frac{2\xi}{R}$.

Calculamos $P' = \xi I' = \xi\left(\frac{2\xi}{R}\right) \Rightarrow \boxed{P' = 2\frac{\xi^2}{R}}$

(c) Si $P = 4.8\,W$, como vemos que $P' = 2\frac{\xi^2}{R} = 4\left(\frac{\xi^2}{2R}\right) = 4P = 4 \times 4.8\,W$

$$\Rightarrow \boxed{P' = 4P = 19.2\,W}$$