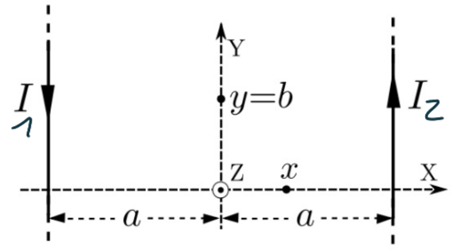
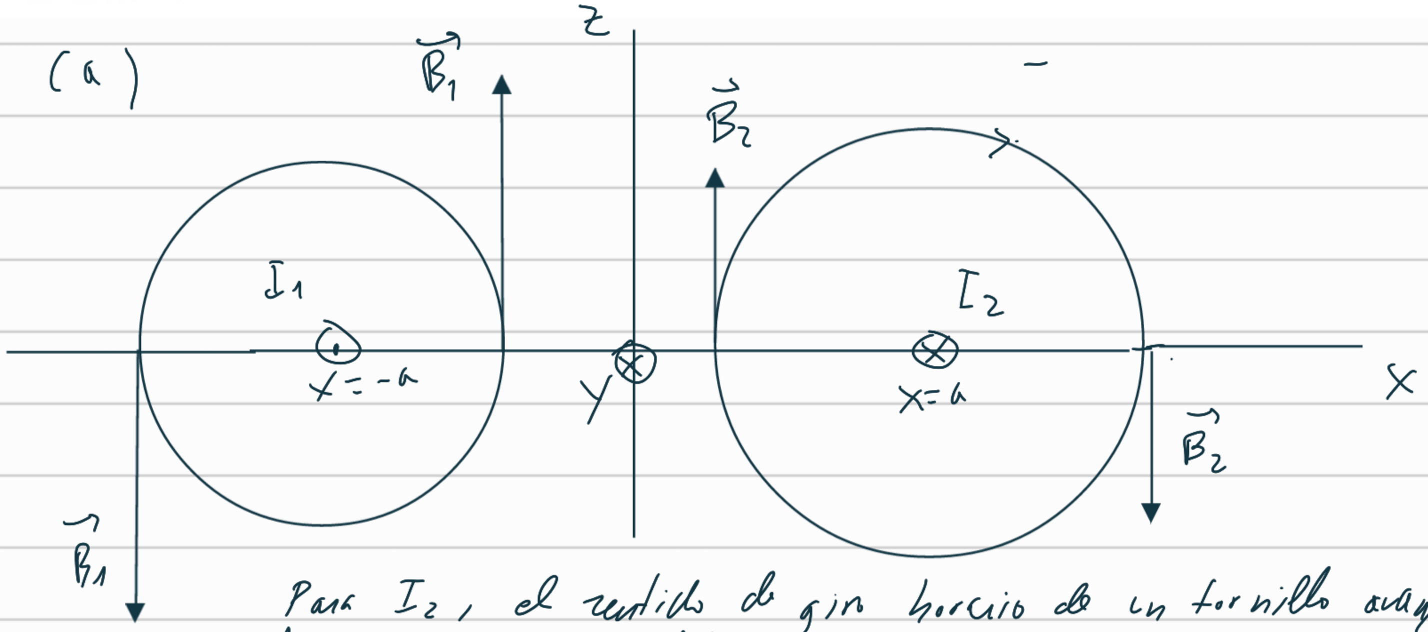
Física II. Grado en Ingeniería de la Salud. Primera Convocatoria (07/07/2021). Segundo parcial.

1. (2 puntos) Los dos hilos conductores de longitud infinita de la figura transportan intensidades, I_1 (izquierda) e I_2 (derecha), de igual módulo I, paralelas al eje Y en los sentidos indicados en la figura. (**a**) Realizar dos dibujos: (a1) proyección en el plano XZ, incluyendo líneas de campo magnético $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ creadas por cada conductor así como dichos vectores en el eje X a los lados de los dos conductores y entre ellos (cuatro vectores); (a2) proyección en el plano XY (el del dibujo), incluyendo vectores $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ igualmente en similares puntos del eje X. Explicar como usa la regla de la mano derecha o de Maxwell para deducir el sentido de los campos magnéticos. (**b**) Obtener el campo magnético (vector) $\vec{B}(x)$ en un punto de coordenada x cualquiera del eje X perteneciente al segmento comprendido entre ambos conductores; (**c**) el vector fuerza magnética, $\vec{F}_{\mathrm{m}}$, que ejerce el conductor 1 sobre una trozo de conductor de longigud b del conductor 2.

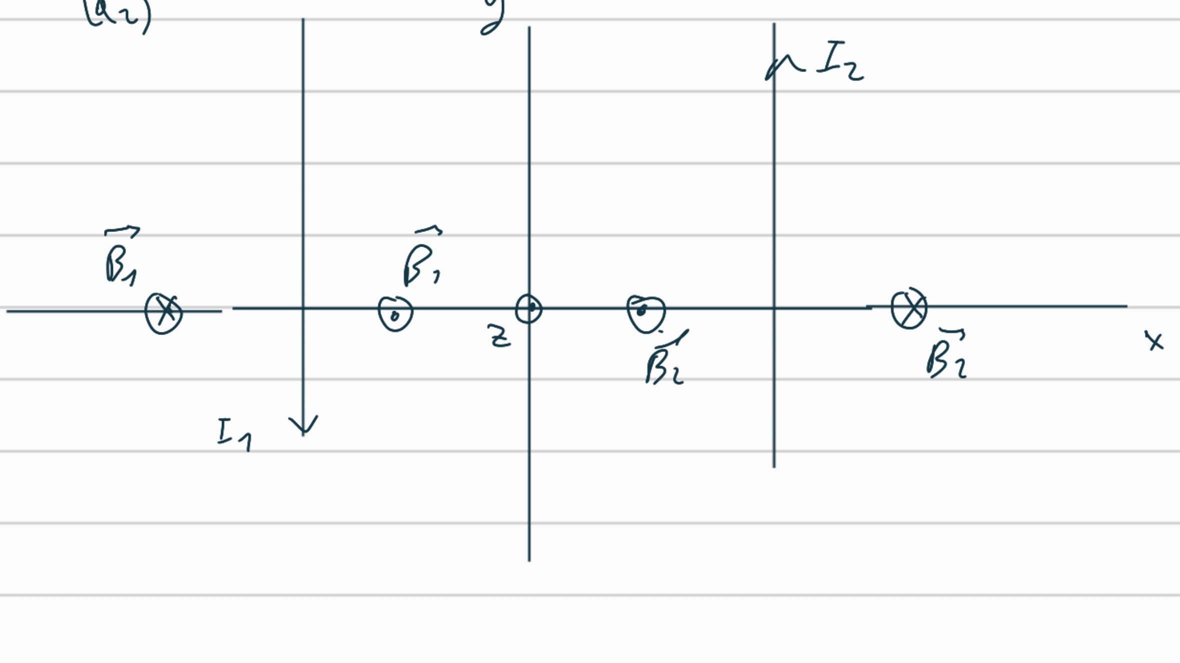


(a)

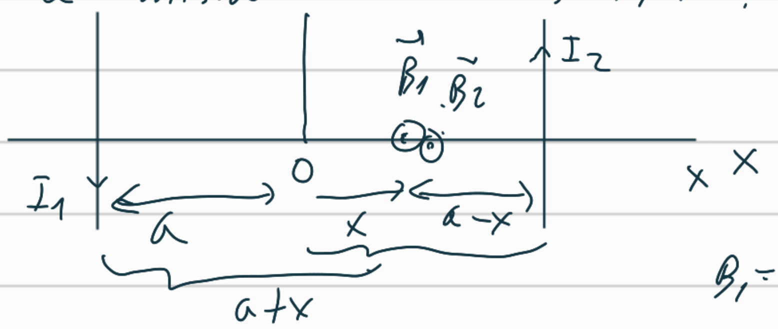


Para I_2, el sentido de giro horario de un tornillo avanza en el sentido de la intensidad, o bien los dedos de la mano derecha orientados según la línea de campo en sentido horario, corresponden a el pulgar apuntando hacia el papel.

(a2)



(b) Hemos visto que entre los conductores $\vec{B_1}$ y $\vec{B_2}$ tienen el mismo sentido $\vec{B}=B_1\vec{k}$; $\vec{B_2}=B_2\vec{k}$



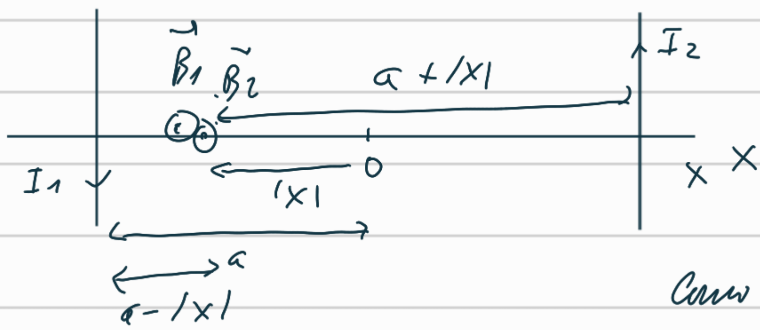
Primero lo obtenemos para $0<x<a$

Calculamos los módulos

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+x)} \quad ; \quad B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(a-x)}$$

Hemos usado x directamente pues es positivo. Como $\vec{B_1}$ y $\vec{B_2}$ tienen igual dirección y sentido: $\vec{B}=(B_1+B_2)\vec{k}$ (1)

Ahora obtenemos $\vec{B}$ para $-a<x\leq 0$, x negativo, es decir $x=-|x|$ ó $|x|=-x$.



Ahora: $B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a-|x|)}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+x)}$

$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{a+|x|}=\frac{\mu_0 I_2}{a-x}$

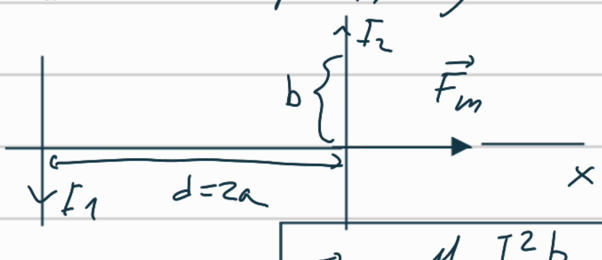
Como son las mismas expresiones que para $0\leq x<a$, son válidas para $-a<x<a$. Sustituyendo en (1):

$$\vec{B}=\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+x)}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(a-x)}\right)\vec{k}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{a+x}+\frac{1}{a-x}\right)\vec{k}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{a+\cancel{x}+a-\cancel{x}}{a^2-x^2}\right)\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{a}{(a^2-x^2)}\vec{k}}$$ Para $0\leq x<a$

(c) $\vec{F_m}$ que genera I_1 sobre un trozo de longitud b en I_2.

Sabemos que dos conductores paralelos con intensidades en diferente sentido se repelen, luego I_2 experimentará una fuerza hacia la derecha



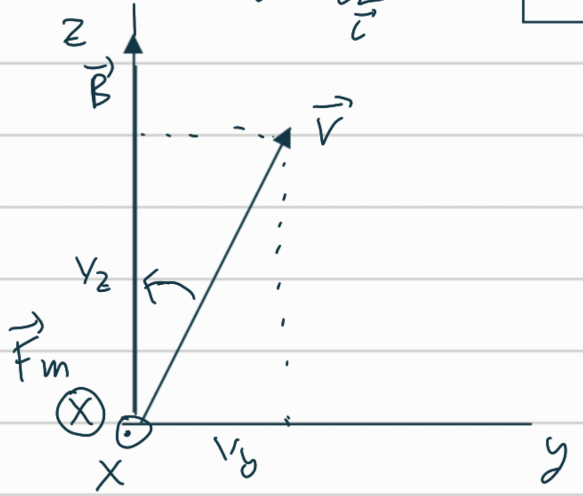
$\vec{F_m}=F_m\vec{i}$. Su módulo será $F_m=f b$, siendo f la fuerza por unidad de longitud dada por $f=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi(2a)}$

Como $I_1=I_2=I \Rightarrow$ $\boxed{\vec{F_m}=\frac{\mu_0 I^2 b}{4\pi a}\vec{i}}$

2. (a) (1 punto) Calcular el vector fuerza magnético $\vec{F}_m$ sobre un electrón de masa m_e y carga negativa $q = -e$ con velocidad $\vec{v} = v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$ en una zona del espacio en que hay un campo magnético $\vec{B} = B\hat{k}$. (b) Realize un dibujo con los tres vectores en el plano YZ. Compruebe con la regla de Maxwell o de la mano derecha que la dirección y sentido de $\vec{F}_m$ es correcta. ~~(d)~~ (c) Calcular el radio de curvatura del electrón. No sustituya valores numéricos.

La fuerza magnética sobre una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ es: $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$. Sustituyendo: $\vec{F}_m = -e(v_y \vec{j} + \underbrace{v_z \vec{k}) \times (B\vec{k}}_{0}) \Rightarrow$

$\vec{F}_m = -e v_y B \underbrace{\vec{j} \times \vec{k}}_{\vec{i}} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = -e v_y B \vec{i}}$



Suponemos para el dibujo que v_y y v_z son positivos. También B. La dirección de $\vec{v} \times \vec{B}$ es perpendicular al plano que definen, luego en el eje X. El sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$ es el de avance del tornillo que gira de $\vec{v}$ a $\vec{B}$ por el camino más corto, es decir, antihorario. El tornillo avanzaría hacia fuera ($\vec{i}$), por lo que $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ tiene el sentido contrario ($-\vec{i}$) como se ha obtenido operando.

(c) Radio de curvatura: Como la fuerza magnética es perpendicular a $\vec{v}$ es la fuerza normal, de módulo $F_n = m\frac{v^2}{R}$. Igualando los módulos:

$|\vec{F}_m| = F_n \Rightarrow e v_y B = m_e \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m_e v^2}{e B v_y} \Rightarrow \boxed{R = \frac{m_e (v_y^2 + v_z^2)}{e B v_y}}$

3. (1 punto) Una onda electromagnética plana de frecuencia 600 MHz se propaga en sentido negativo del eje Z y su campo magnético oscila en la dirección del eje Y con una amplitud de 40 nT. Determinar: (**a**) la frecuencia angular ω y el número de onda k; (**b**) la expresión completa del vector campo eléctrico de la onda; (**c**) la energía, U, que incide al cabo de 15 minutos sobre una superficie de $0.48\,\mathrm{m}^2$ dispuesta perpendicularmente al eje Z. (**d**) Realice un dibujo de la onda en perspectiva suponiendo que $\vec{B}$ toma su valor máximo en el origen de coordenadas en el instante del dibujo.

$f = 600\,MHz = 600\times10^6\,Hz = 6\times10^8\,Hz$; $B_0 = 40\,nT = 40\times10^{-9}\,T = 4\times10^{-8}\,T$

(a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi\, 6\times10^8\,rad/s \Rightarrow \boxed{\omega = 12\pi\times10^8\,rad/s = 3.78\times10^9\,rad/s}$

$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{2\pi}{k} f \Rightarrow k = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c} = \frac{12\pi\times10^8\,rad/s}{3\times10^8\,m/s} \Rightarrow$

$\boxed{k = 4\pi\,\frac{rad}{m} = 12.6\,rad/m}$

(b) Propagación: sentido negativo del eje Z, $\vec{B}$ oscila en el eje Y. Luego

$\vec{B} = B_0 \cos(kz + \omega t)\,\vec{j}$, Tomamos $\varphi_0 = 0$, de forma que

en $z=0$ y $t=0$, $B_y = B_0\cos(k\cdot0 + \omega\cdot0) = B_0$, su valor máximo

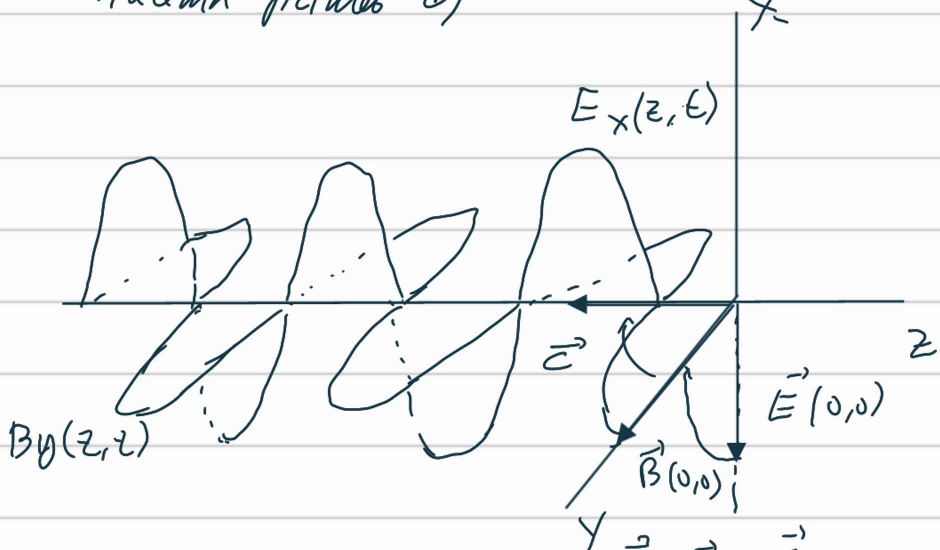
$\vec{B}$, $\vec{c}$ y $\vec{E}$ son perpendiculares, $\vec{c} = -c\vec{k}$; $\vec{B} = B_y\vec{j}$, luego $\vec{E}$ vibra en el eje x. Determinamos su sentido usando $\vec{B}\times\vec{c} = \vec{E} \Rightarrow$

$\vec{E} = B_y \underbrace{\vec{j}\times(-c\vec{k})}_{\vec{i}} = -cB_y\vec{i}$, siendo $E_0 = cB_0 = 3\times10^8\,\frac{m}{s}\times4\times10^{-8}\,T = 12\,\frac{V}{m}$

Luego $\vec{E} = -12\,\frac{V}{m}\cos(kz + \omega t)\,\vec{i}$ ó

$\boxed{\vec{E} = -12\,\frac{V}{m}\cos\left(4\pi\,\frac{rad}{m}\,z + 12\pi\times10^8\,\frac{rad}{s}\right)\vec{i}}$

Hacemos primero d)



Podemos ver que $\vec{B}\times\vec{c} = \vec{E}$

(c) $U = Pt$, $t = 15\,min$

$P = IA$; $A = 0.48\,m^2$

$I = \frac{1}{2\mu_0}E_0B_0 = \frac{12\,V/m\times4\times10^{-8}\,T}{2\times4\pi\times10^{-7}\,T\,m/A} \Rightarrow$

$I = \frac{0.6}{\pi}\,W$; $t = 15\times60\,s = 900\,s$

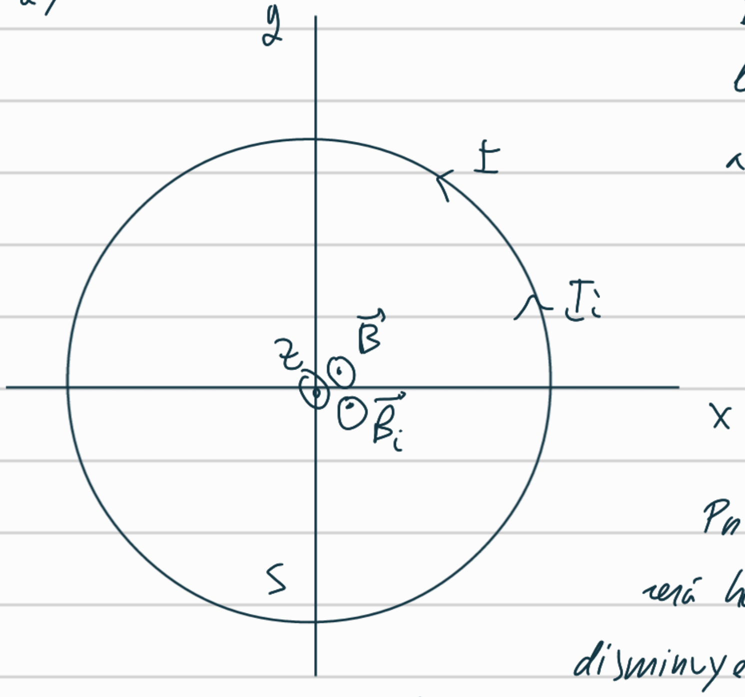
$\Rightarrow U = IAt = \frac{0.6}{\pi}\times0.48\times900\,J$

$\Rightarrow \boxed{U = 82.5\,J}$

Estudiantes que solo se presentan al segundo parcial

4. (1.5 puntos) Se dispone de una espira circular plana de área A en el plano XY con coeficiente de autoinducción $L = 6\,\text{mH}$ por la que circula una intensidad I en sentido antihorario visto desde el eje Z positivo. (a) Suponiendo que la intensidad disminuye dibujar la bobina en el plano XY, así como el vector campo magnético $\vec{B}$ producido por I en el centro de la espira y el campo magnético inducido $\vec{B}_i$. Igualmente la intensidad I y la intensidad inducida I_i. Explicar usando la regla de Maxwell y la ley de Lenz el porqué de dichos sentidos. (**b**) Sabiendo que la intensidad disminuye con ritmo constante, que en $t = 0$ vale $I = 8\,\text{A}$ y la mitad en $t = 2\,\text{s}$, determinar en $t = 0.5\,\text{s}$: ~~(c)~~ b El valor de dI/dt y de $I(t)$. ~~(d)~~ c la fuerza electromotriz en valor absoluto, $|\mathcal{E}|$, inducida en la bobina.

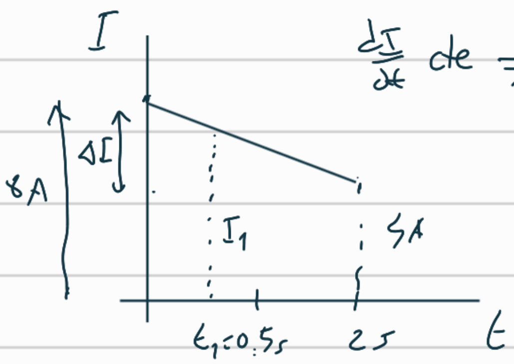
(a)



I produce en el centro de la espira un campo perpendicular a la misma y cuyo sentido es el de avance de un tornillo que gira con la intensidad (antihoraria), en este caso hacia fuera del papel o $(+\vec{k})$ $(\odot)$. Por lo tanto, el flujo $\phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = L\,I$ será hacia afuera. Como I disminuye, también $|\vec{B}|$ y el flujo.

Se produce una intensidad inducida I_i, que produce un $\vec{B}_i$ que intenta evitar que disminuya, es decir $\vec{B}_i \uparrow\uparrow \vec{B}$, hacia afuera. I_i entonces tiene también el mismo sentido que I.

(b) Obtenemos I, sabemos que $I_0 = I(0) = 8A$ y $I_2 = I(2s) = \frac{8}{2}A = 4A$



$\frac{dI}{dt}$ cte $\Rightarrow$ $\frac{dI}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_2 - I_0}{t_2 - t_0} = \frac{(4-8)A}{(2-0)s} \Rightarrow \boxed{\frac{dI}{dt} = -2\,\frac{A}{s}}$

En general $\frac{dI}{dt} = \frac{I - I_0}{t - 0} \Rightarrow I = I_0 + \frac{dI}{dt} \Rightarrow$

$I = 8A - 2\frac{A}{s}t$, en $t_1 = 0.5s$: $I_1 = 8 - 2\times 0.5 \Rightarrow$

$\boxed{I_1 = 7\,A,\ \frac{dI}{dt} = -2\frac{A}{s},\ \text{cte}}$

(c) $\xi_i = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow |\xi_i| = L\left|\frac{dI}{dt}\right| = 6\times10^{-3}H \times 2\frac{A}{s} \Rightarrow \boxed{|\xi_i| = 12\,mV}$