Tema 1-4. Energía y potencial electrostáticos

- Trabajo hecho por una fuerza constante
- Trabajo hecho por una fuerza variable
- Concepto de energía potencial
- Construcción de la función energía potencial
- Trabajo realizado por el campo y trabajo externo
- Potencial electrostático
- Potencial creado por una carga puntual
- Potencial creado por un conjunto de cargas puntuales
- Potencial de un campo uniforme
- Superficies equipotenciales

Repaso: Trabajo hecho por una fuerza constante

- Si la fuerza es paralela al desplazamiento

$$\boxed{W_{AB} = Fl}$$

- Si la fuerza no es paralela al desplazamiento

$$\boxed{W_{AB} = F_{\parallel} l = Fl\cos(\varphi)}$$

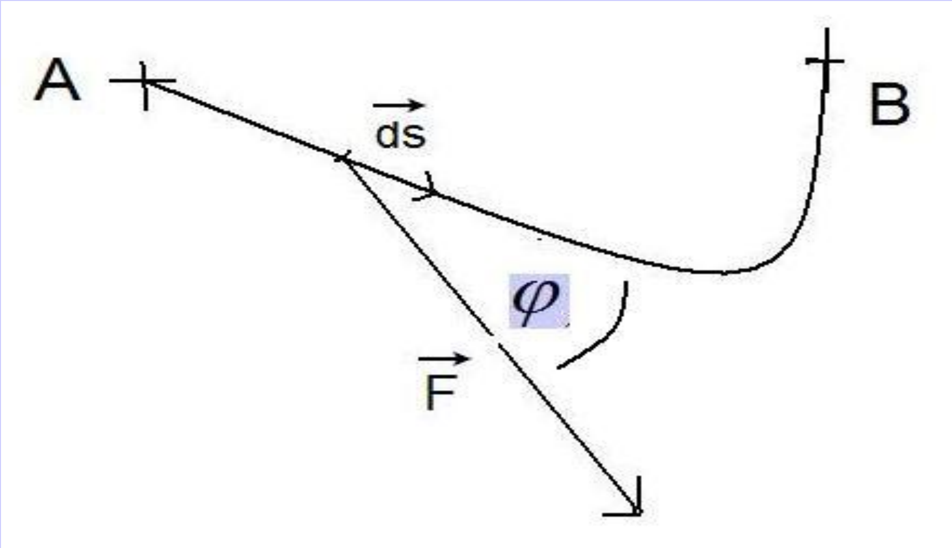
- Notación vectorial

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{l}$$

Trabajo realizado por una fuerza variable

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \int_A^B F\,\mathrm{d}\,s\cos(\varphi)$$

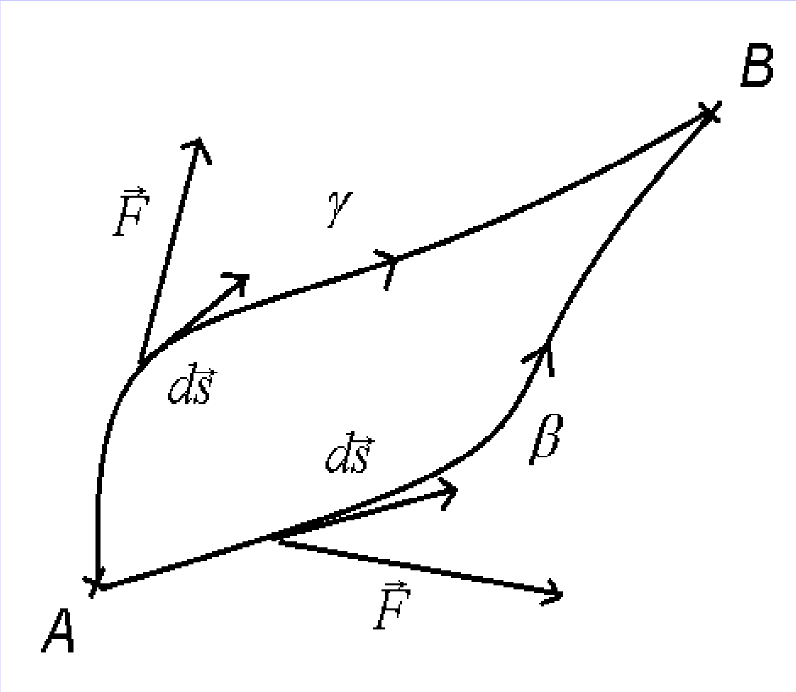
- En general el trabajo depende del camino entre A y B



Campo de fuerzas conservativo

- Un campo de fuerzas es conservativo si el trabajo realizado por el campo no depende del camino sino únicamente del punto inicial o final.

$$\boxed{W_{AB} = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{A,\beta}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}}$$

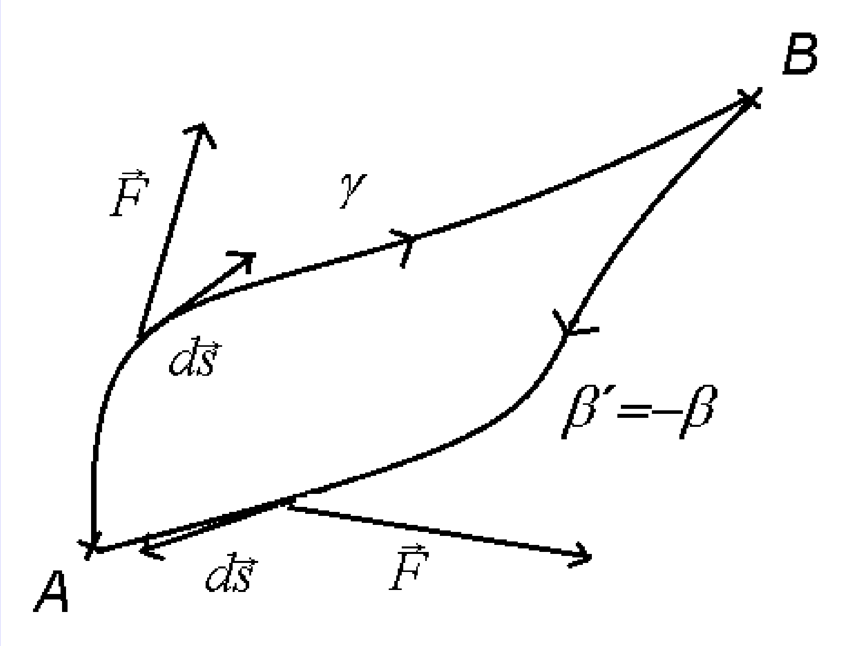


- El rozamiento y las fuerzas aplicadas no son conservativas
- La gravedad es conservativa
- La fuerza electrostática es conservativa

Campo de fuerzas conservativo (2)

- En un campo de fuerzas conservativo el trabajo realizado por el campo en cualquier camino cerrado es nulo.

$$\boxed{\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0}$$



- Demostrarlo usando que:

$$\int_{B,\beta'=-\beta}^{A} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\int_{A,\beta}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Pues $d\vec{s}$ cambia de sentido en β'=-β

Energía potencial

En un campo de fuerzas conservativo existe una función de punto $U_A = U(A)$ llamada energía potencial tal que su disminución entre dos puntos es igual el trabajo realizado por la fuerza entre los dos puntos

$$\boxed{U_A - U_B = W_{AB}}$$

- Disminución: U(inicial=A) –U(final=B)

  La energía del campo disminuye cuando realiza trabajo.

  La energía del campo aumenta cuando recibe trabajo.

- No depende del camino

Construcción de la función energía potencial

- Asignamos el valor arbitrario $U_0 = U(P_0)$ al punto P_0

$$\boxed{U(P) = U_0 - \int_{P_0}^{P} \vec{F} \cdot d\vec{s}}$$

- Comprobar que : $$U(A) - U(B) = \int_{A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

- La energía potencial está indefinida en una constante aditiva, pero la diferencia entre dos puntos está bien definida

Trabajo realizado por el campo y por una fuerza externa aplicada

- Trabajo realizado por el campo cuando una carga *q* se mueve desde *A* hasta *B* =
  disminución de energía potencial (algo cae):

$$\boxed{W_{AB} = U_A - U_B}$$

- Trabajo realizado por una fuerza aplicada para mover *q* desde *A* hasta *B* = incremento de energía potencial (una mano levanta algo):

$$\boxed{W_{\mathrm{ext},AB} = U_B - U_A}$$

Potencial electrostático

- En un campo conservativo el trabajo realizado por el campo no depende del camino

$$\boxed{\frac{U_A}{q} - \frac{U_B}{q} = \int_A^B \frac{\vec{F}}{q} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \int_A^B \frac{F}{q} \mathrm{d}\,s \cos(\varphi)}$$

$$\boxed{\mathrm{V}_A - \mathrm{V}_B = \int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \int_A^B E\, \mathrm{d}\,s \cos(\varphi)}$$

Potencial electrostático y campo electrostático

- Potencial: Energía potencial por unidad de carga

$$\boxed{V = \frac{U}{q}}$$

Unidad: voltio=julio/culombio

V=J/C

- Campo eléctrico: Fuerza en *q* por unidad de carga

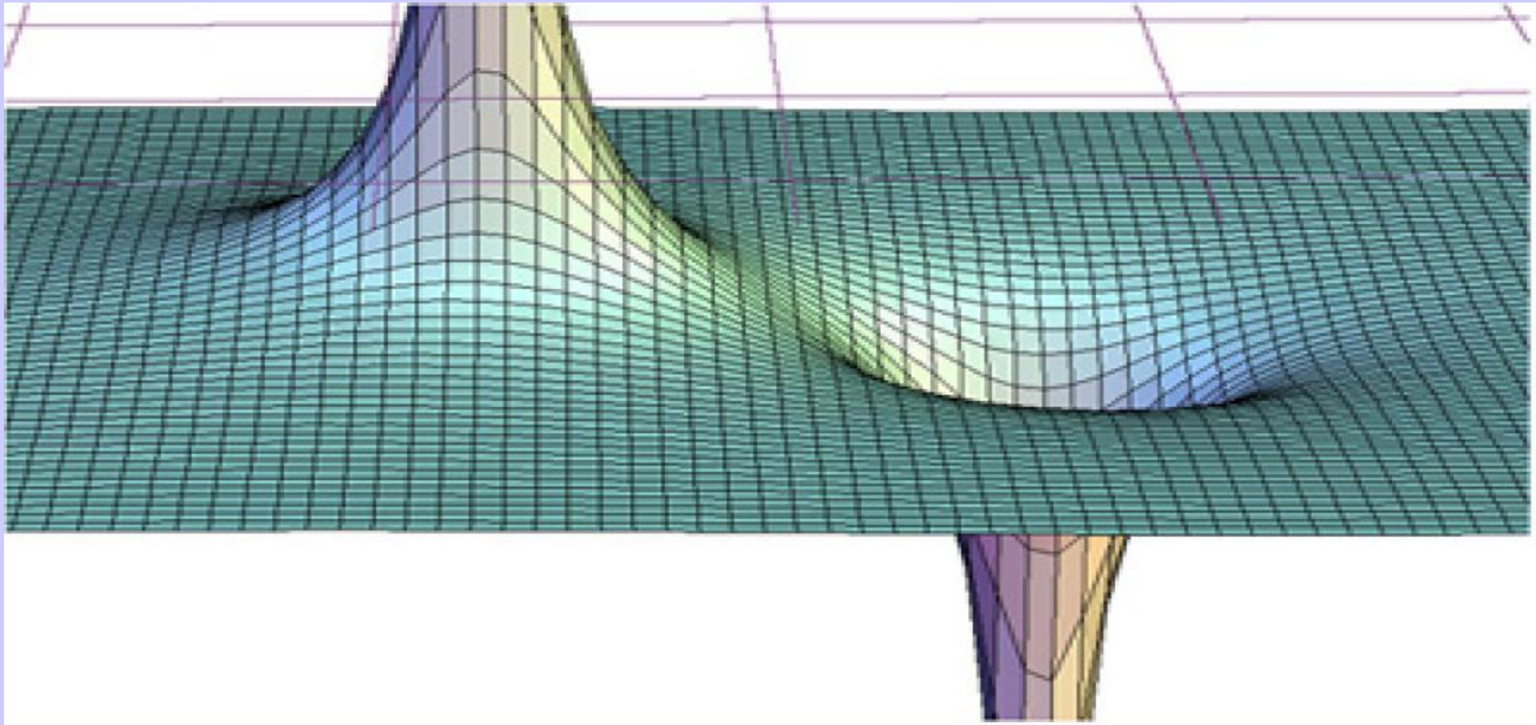
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{J/m}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{J/C}}{\mathrm{m}} \Rightarrow \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Paisajes de potencial

Carga positiva

V



Carga negativa

Potencial: sumario hasta ahora

Las cargas CREAN paisajes de potencial

$$\boxed{V(P) = V(P_0) - \int_{P_0}^{P} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s}}$$

Las cargas SIENTEN los paisajes de potencial

$$\boxed{U(P) = qV(P)}$$

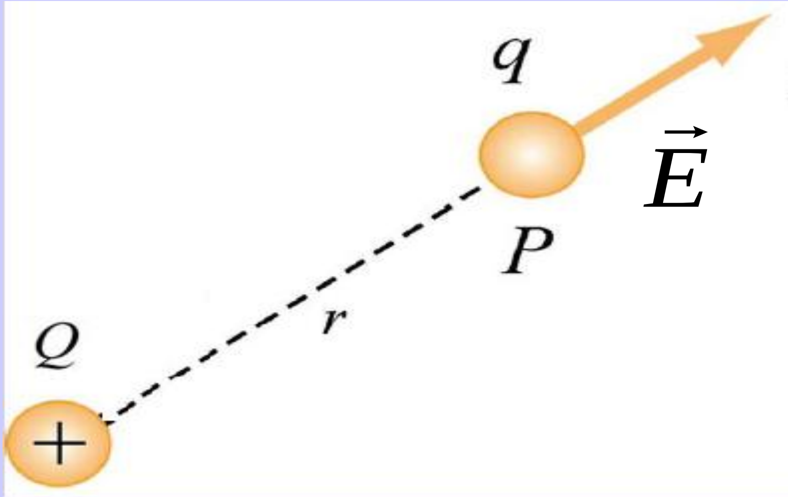
Trabajamos con ΔU o ΔV porque solo importan los cambios

Creando potenciales:
Dos ejemplos

Recordar: campo eléctrico creado por una carga puntual *Q*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{q}\frac{k_e Q q}{r^2}\hat{r} \Longrightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{k_e Q}{r^2}\hat{r}}$$

$\vec{E}$ tiene la dirección y sentido de la fuerza sobre una carga positiva

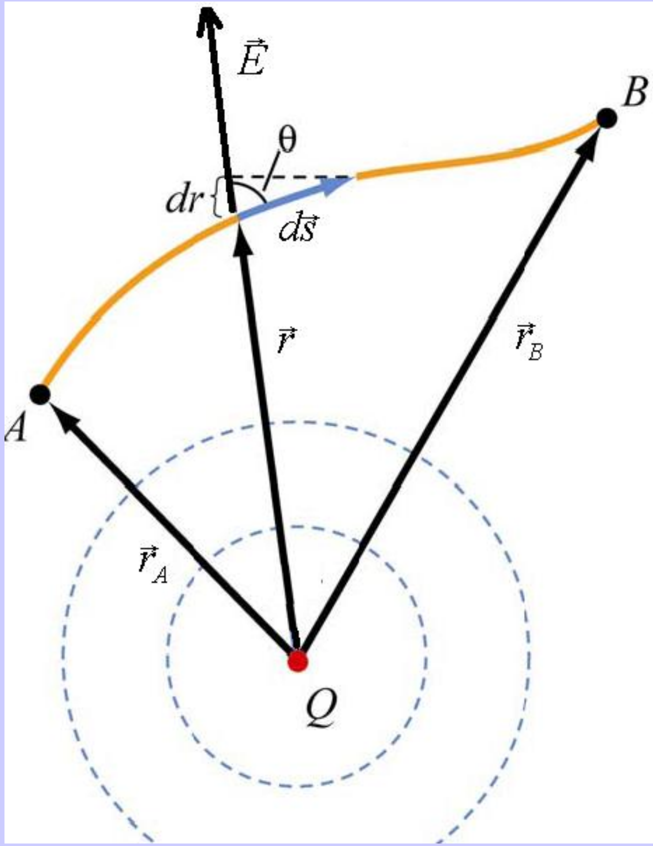


Potencial creado por una carga puntual *Q*

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_A^B E\,\mathrm{d}\,s\cos(\theta) = \int_A^B k_e\,\frac{Q}{r^2}\,\mathrm{d}\,s\cos(\theta) =$$

$$= \int_A^B k_e Q\,\frac{\mathrm{d}\,r}{r^2} = k_e Q\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Tomamos V=0 en r= ∞→ $\boxed{V = \dfrac{k_e Q}{r}}$



- Como *V(A)-V(B)* no depende del camino también hemos demostrado que el campo electrostático creado por una carga puntual es conservativo.

- Igualmente la fuerza que ejerce $\vec{F} = q\vec{E}$

Potencial creado por un conjunto de cargas puntuales

$$V(A)-V(B)=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_A^B \sum_i \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \sum_i \int_A^B \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} =$$

$$\sum_i \int_A^B k_e \frac{q_i}{r_{iP}^3}\vec{r}_{iP} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \sum_i V_i(A) - V_i(B) \Rightarrow$$

$$\boxed{V(P) = \sum_i V_i = \sum_i k_e \frac{q_i}{r_{iP}} + C}$$

Normalmente tomamos:
V=0 en r=∞ → *C=0*

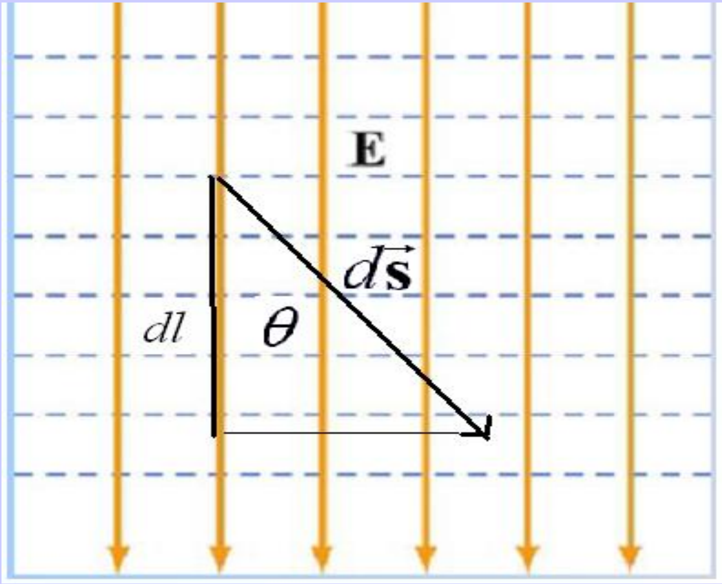
- Como *V(A)-V(B)* no depende del camino también hemos demostrado que el campo electrostático creado por un conjunto de cargas puntuales es conservativo.
- Igualmente el campo electrostático creado por distribuciones continuas.
- Igualmente la fuerza que ejercen $\vec{F} = q\vec{E}$

Potencial creado por un campo uniforme

Por ejemplo: campo creado por una distribución plana de carga

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} =$$

$$\int_A^B E \left| d\vec{s} \right| \cos(\theta) = \int_A^B E dl$$



Potencial creado por un campo uniforme (2)

$$V_A - V_B = \vec{E}\cdot\int_A^B d\vec{s} = \vec{E}\cdot(\vec{r}_B - \vec{r}_A) \Rightarrow$$

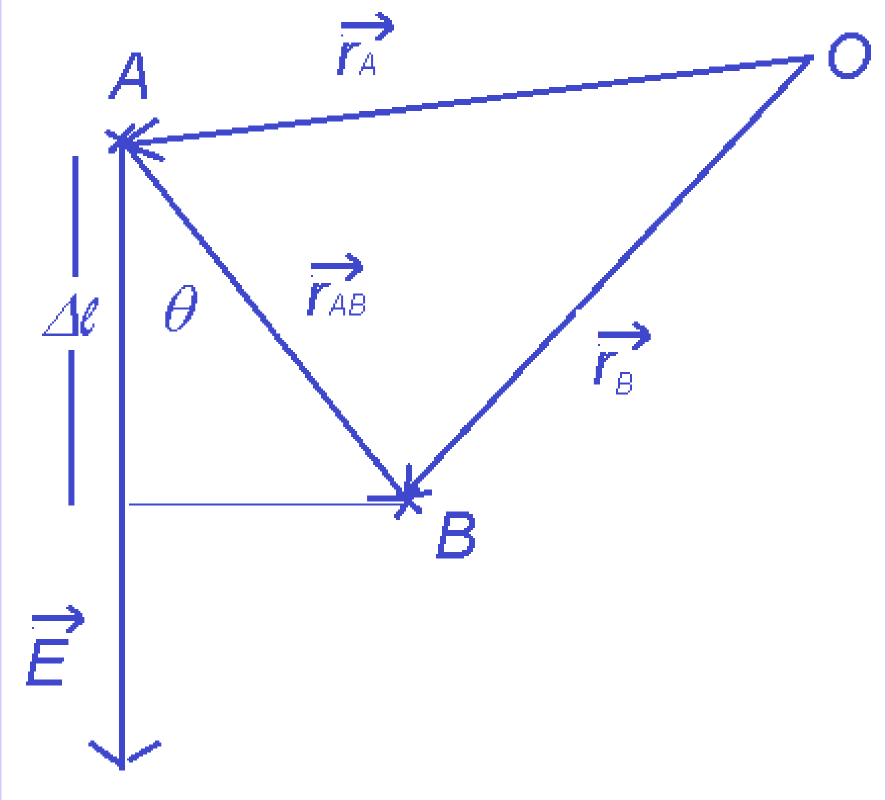
$$\boxed{V_A - V_B = \vec{E}\cdot\vec{r}_{AB}} \quad \boxed{V = -\vec{E}\cdot\vec{r} + C}$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = E r_{AB}\cos(\theta) = E\Delta l$$

Expresión simplificada:

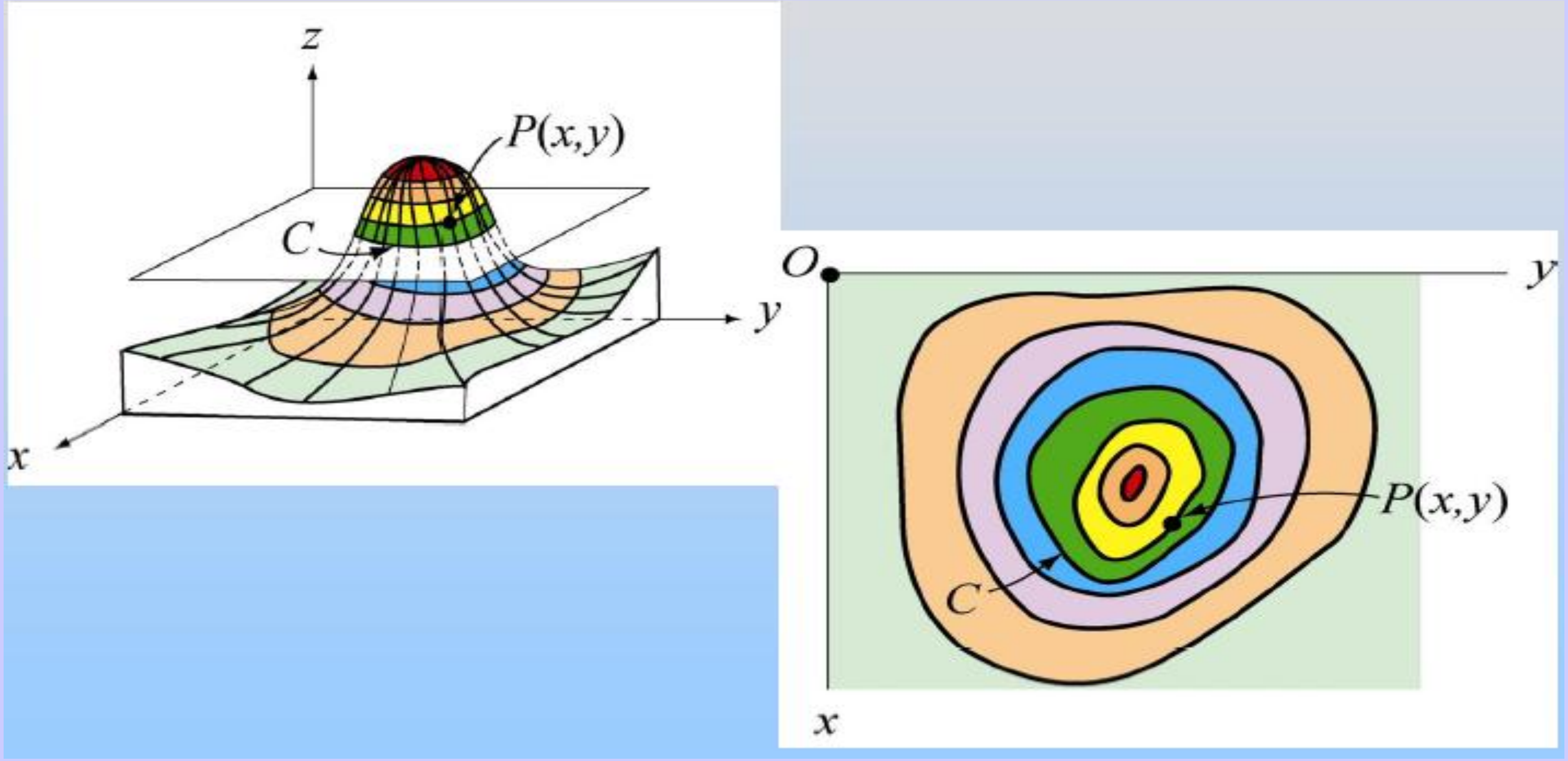
$$\boxed{V_A - V_B = E\Delta l}$$

- Δl : desplazamiento en la dirección y sentido del campo
- V decrece en la dirección del campo

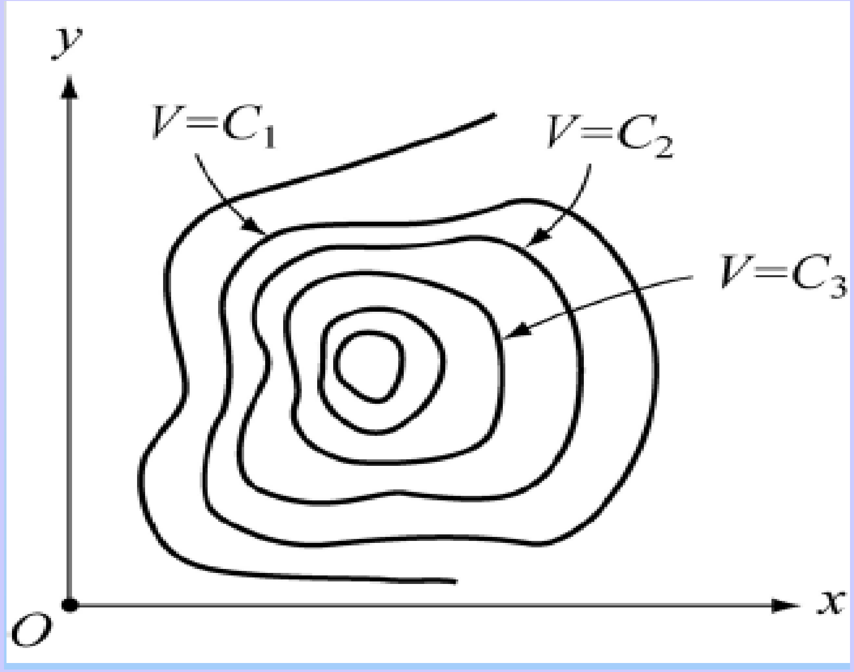


Superficies y curvas equipotenciales

Ejemplo: mapas topográficos



Curvas equipotenciales en 2D



•Todos los puntos de una curva equipotencial están al mismo potencial.
•Cada curva está representada por $V(x,y)$=cte

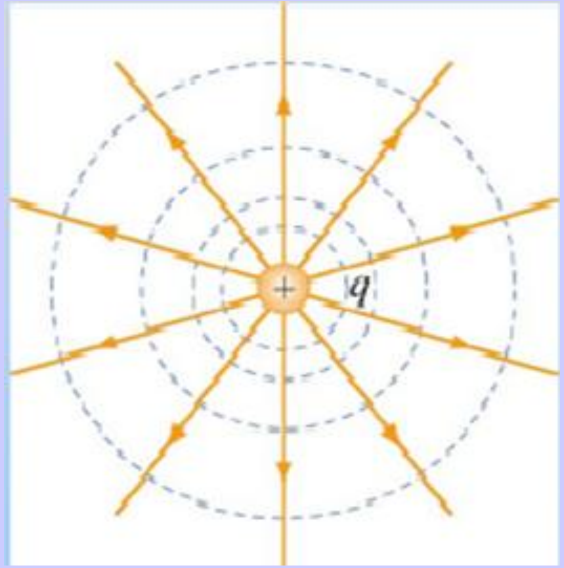
Superficies equipotenciales en 3D

Superficie equipotencial: una superficie en que todos sus puntos están al mismo potencial electrostático.

• Cada curva está representada por $V(x,y,z)=V_0$ cte

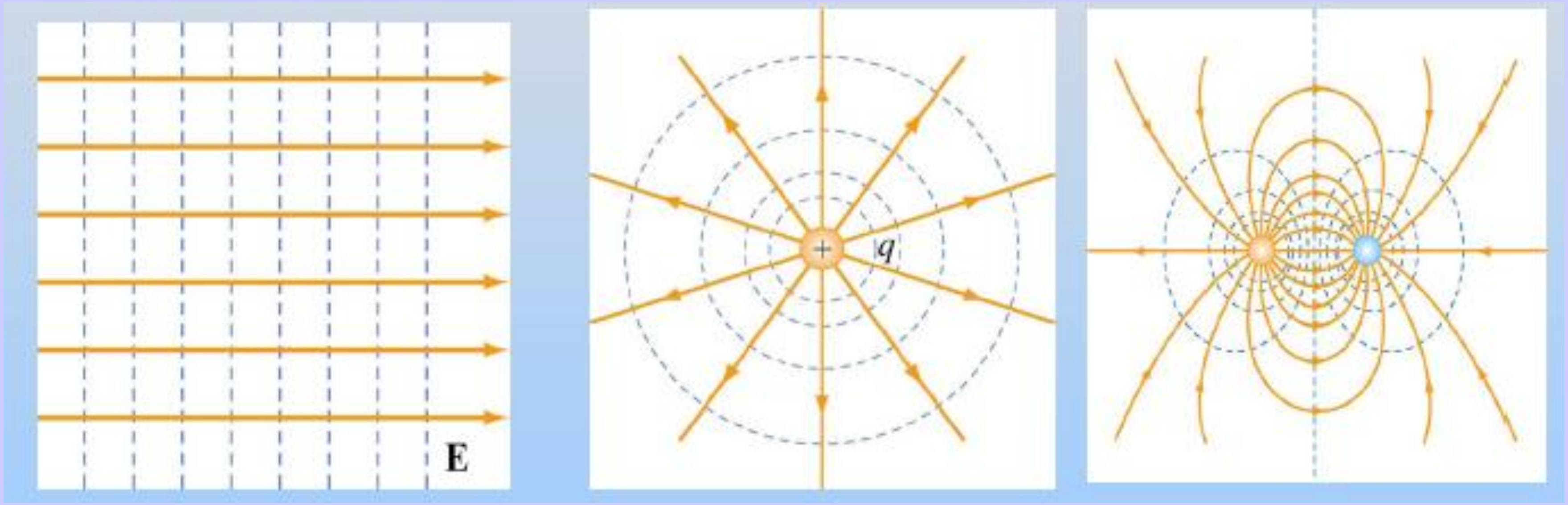
• El ejemplo más sencillo el potencial creado por una carga puntual. Demostrar que las superficies equipotenciales son:

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = k_e \frac{q}{V_0}$$



Dirección y sentido del campo eléctrico

- El campo eléctrico ***E*** es perpendicular a todas las superficies (o curvas) equipotenciales
- El sentido de ***E*** apunta hacia potenciales decrecientes



Campo ***E*** uniforme — Carga puntual — Dipolo eléctrico

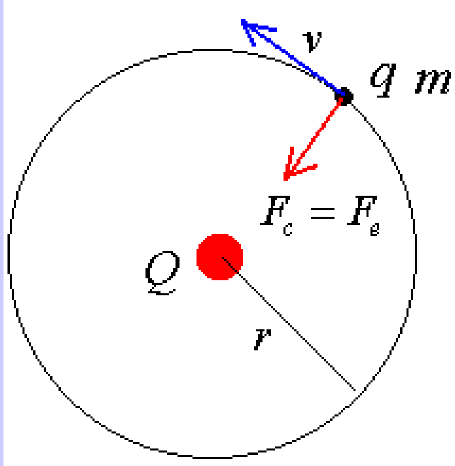
Propiedades de las superficies y curvas equipotenciales

- Las líneas de campo ***E*** son perpendiculares a las superficies o curvas equipotenciales
  - ***E*** no tiene componentes en las superficies o curvas equipotenciales
  - No se realiza trabajo al desplazarse en una superficie o curva equipotencial
- Las líneas de campo ***E*** apuntan de alto potencial a bajo potencial

Más relaciones ***E*** *V*

- ***E*** tiene la dirección y sentido de máxima disminución del potencial
- $E=\Delta V/\Delta l$ en esa dirección y sentido

Energía mecánica y electrostática en una orbita circular



- Fuerza centrípeta=Fuerza eléctrica :

$qQ=-|qQ|$ (fuerza atractiva implica q y Q tienen diferente signo

$$F_c = F_e \Rightarrow m\frac{v^2}{r} = |q|E = k_e\frac{|qQ|}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{|qQ|}{r}$$

- Energía mecánica en un campo electróstatico

$$E = E_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + k_e\frac{qQ}{r} = \frac{1}{2}\frac{|qQ|}{r} - k_e\frac{|qQ|}{r} \Rightarrow$$

$$\boxed{E = -\frac{1}{2}k_e\frac{|qQ|}{r}}$$

- Si la carga central es un núcleo $Q=+Ze$ y q un electrón $|q|=e$

$$\boxed{E = -\frac{1}{2}k_e\frac{Ze^2}{r}}$$

- Si hay más electrones

$Z \rightarrow Z_{ef}$ número atómico efectivo

$$\boxed{E = -\frac{1}{2}k_e\frac{Z_{ef}e^2}{r}}$$

Átomo de Bohr

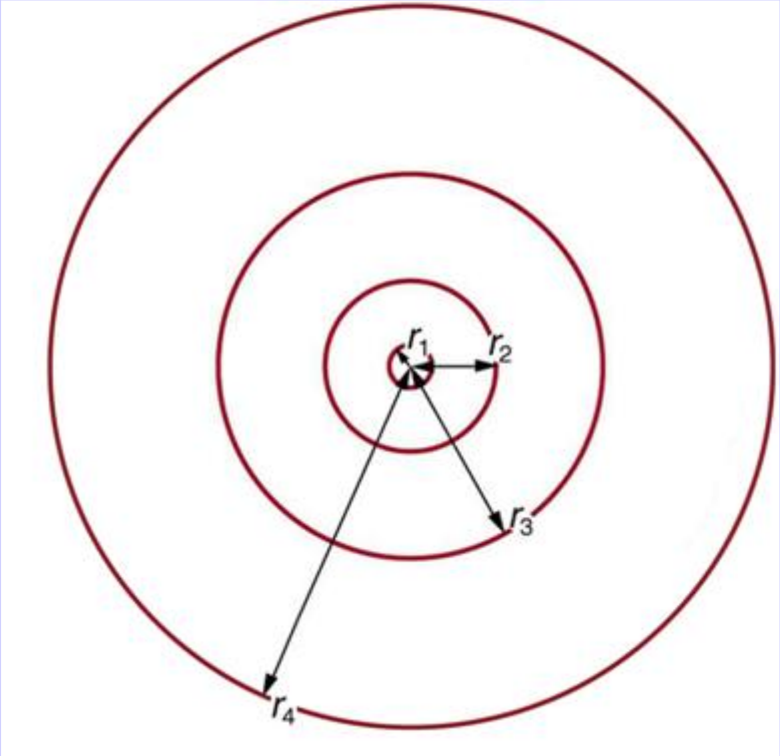
- Modelo planetario: electrones en órbitas de radio *r*
  Radios cuantizados: $\boxed{r_n = n^2 \frac{a_0}{Z_{ef}}}$ radio de Bohr a_0=0.54Å, 1 Å=10^{-10}m
- Energía cuantizada:

$$E = -\frac{1}{2} k_e \frac{Z_{ef} e^2}{n^2 \frac{a_0}{Z_{ef}}} = \frac{1}{2} k_e \frac{Z_{ef}^2 e^2}{n^2 a_0} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_n = -Z_{ef}^2 \frac{E_0}{n^2}}$$

E_0= 13.56 eV: Energía de Bohr
1eV=1.5×10^{-19}J

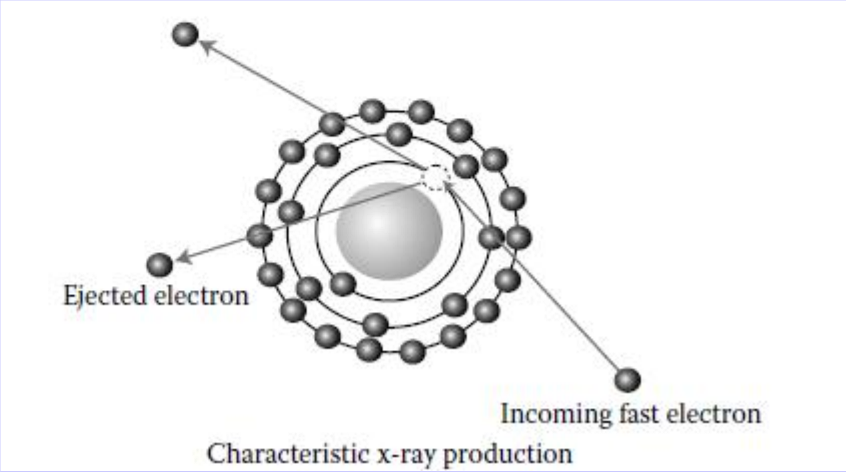
- n=1, capa K, 2 electrones
- n=2, capa L, 8 electrones
- n=3, capa M, 8 electrones….

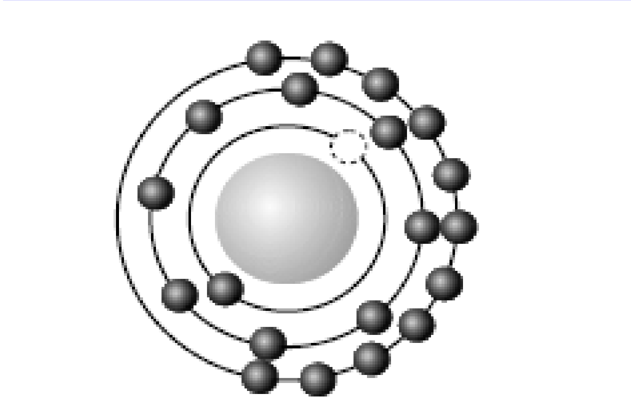


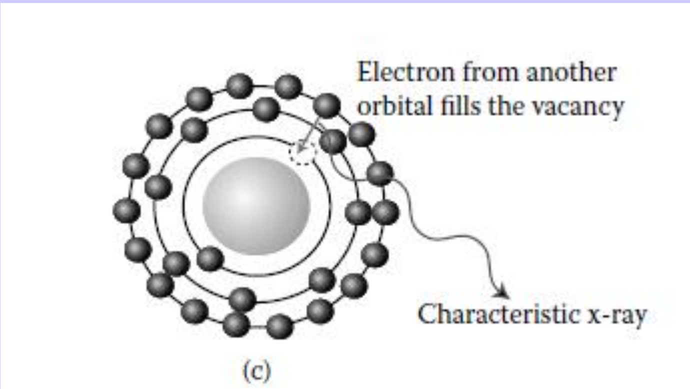
Rayos X: espectro característico

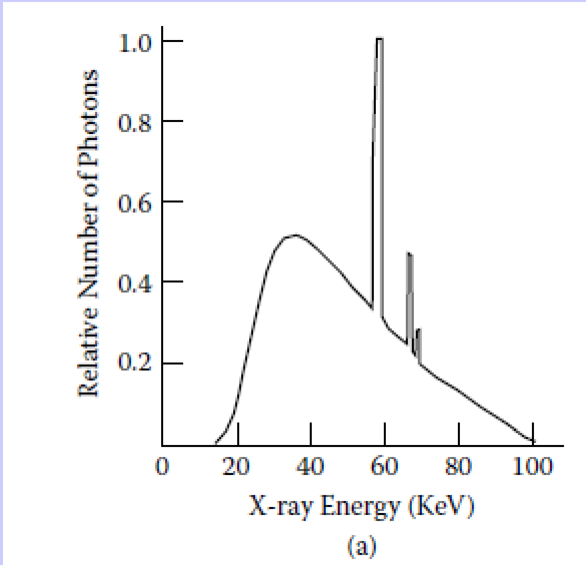
- Átomo de Bohr: niveles de energía y número de electrones en cada nivel
- Fotón: la luz interacciona con la materia como partículas de energía E_f=hf, llamadas fotones (Einstein: efecto fotoeléctrico)
  h =6.63×10^{-34} Js. Constante de Planck
  f :frecuencia de la radiación electromagnética.
- Un electrón en un átomo puede absorver o emitir un fotón al cambiar de nivel: $E_f=E_1-E_2$
- Se lanzan electrones libres que arrancan un electrón de una capa interna dejando un estado libre “un hueco”.
- Otro electrón de una capa externa cae a la capa interna
- Emitiendo un fotón $E_f=hf=E_1-E_2$ de frecuencia característica

Rayos X: espectro característico

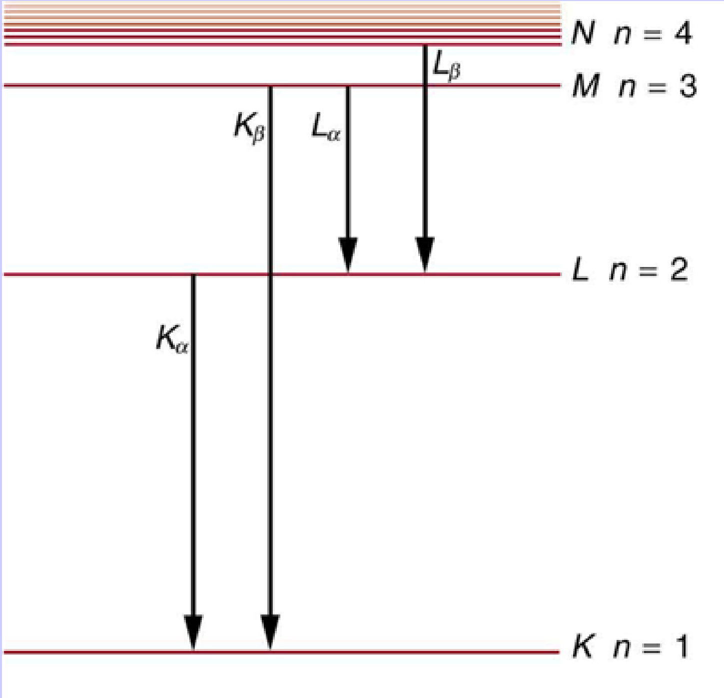


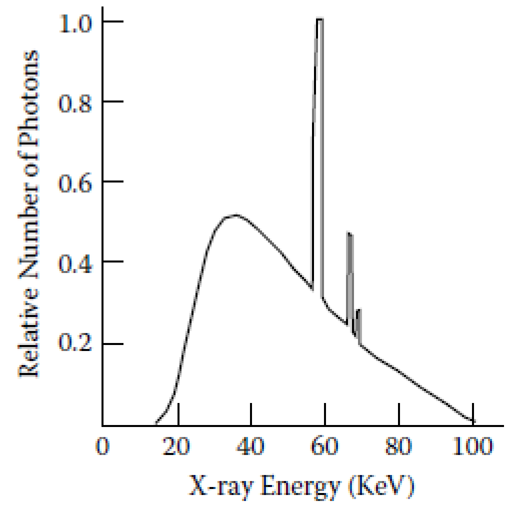






Rayos X: espectro característico y de frenado



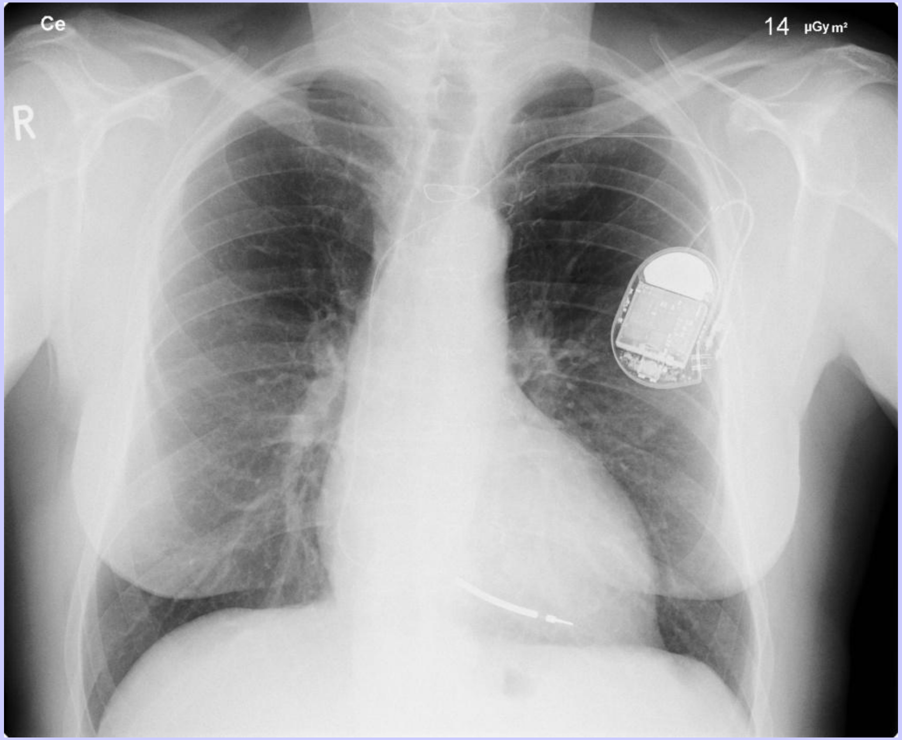


(a)

El espectro continuo se llama de frenado y se produce al emitirse fotones cuando los electrones se frenan al acercarse al átomo. Su valor máximo es $E=hf=eV_0$ siendo V0 el potencial acelerador

Imagen de rayos X

Los rayos X son absorbidos sobre todo por los huesos



Computerized Tomography: CT scan

Multiples imágenes de rayos X permiten obtener una visión tridimensional