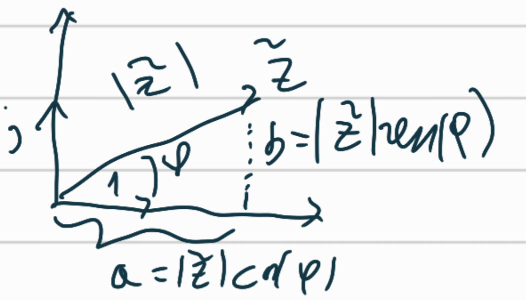
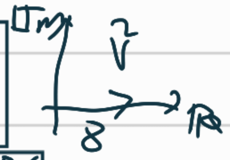
PROB 2. TEMA 2

2. Obtener los fasores asociados a las siguientes señales armónicas y expresarlos en forma binómica y módulo/argumento: $8\cos(\omega t)$, $6\cos(\omega t+\pi/3)$, $4\cos(\omega t+2\pi/3)$, $2\cos(\omega t-3\pi/4)$, $2\cos(\omega t+\pi)$ y $8\sin(\omega t+\pi/3)$.
Sol.: $8=8\angle 0^{\circ}$, $3+3\sqrt{3}j=6\angle 60^{\circ}$, $-2+2\sqrt{3}j=4\angle 120^{\circ}$, $-\sqrt{2}-\sqrt{2}j=2\angle{-135^{\circ}}$, $-2=2\angle 180^{\circ}$ y $4\sqrt{3}-4j=8\angle{-30^{\circ}}$.

Supongamos que son potenciales. Recordemos que pasamos de la función armónica $v(t)=V_0\cos(\omega t+\varphi_0)$ al fasor $\tilde{V}=V_0 e^{j\varphi_0}$



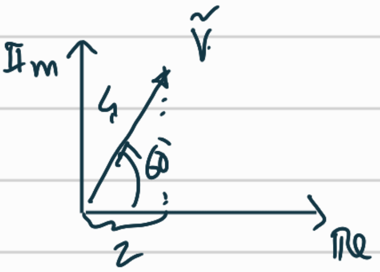
1) $v(t)=8\cos(\omega t) \rightarrow \boxed{\tilde{V}=8e^{j0}=8}$



2) $v(t)=4\cos(\omega t+\frac{2\pi}{3}) \rightarrow \boxed{\tilde{V}=4e^{j\pi/3}}$

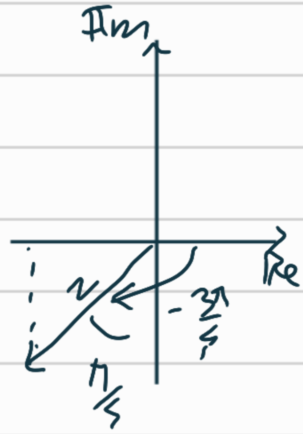
$\tilde{V}=4\cos\frac{\pi}{3}+4j\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}=4\,\frac{1}{2}+4\,\frac{\sqrt{3}}{2}j \Rightarrow$

60°



$$\boxed{\tilde{V}=2+2\sqrt{3}j}$$

3.) $v(t)=2\cos(\omega t-\frac{3\pi}{4}) \Rightarrow \boxed{\tilde{V}=2e^{-j\frac{3\pi}{4}}=2e^{-j135^{\circ}}}$



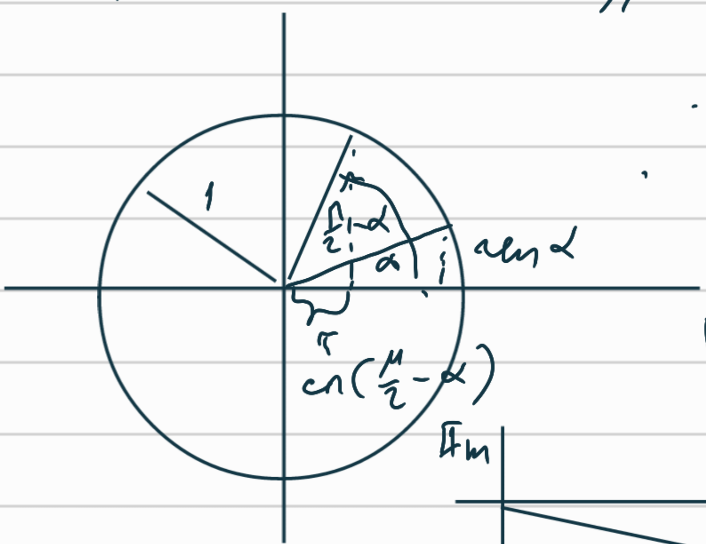
$\tilde{V}=2\cos(-\frac{3\pi}{4})+j2\operatorname{sen}(-\frac{3\pi}{4})=-2\cos\frac{\pi}{4}-j2\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}=$

$\tilde{V}=-2\frac{\sqrt{2}}{2}-j2\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\tilde{V}=-\sqrt{2}-j\sqrt{2}}$

4) $v(t)=2\cos(\omega t+\pi) \Rightarrow \boxed{\tilde{V}=2e^{j\pi}=-2}$

5) $v(t)=8\operatorname{sen}(\omega t+\frac{\pi}{3})$ Hay que pasarlo a coseno

$\operatorname{sen}\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos(\alpha-\frac{\pi}{2}) \Rightarrow$

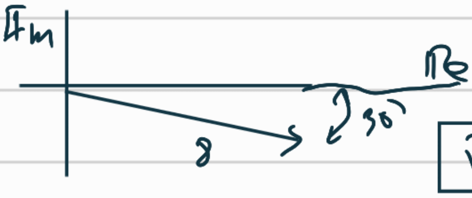


$v(t)=8\cos(\omega t+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2})=$

$=8\cos(\omega t+\frac{2-3}{6}\pi)=8\cos(\omega t-\frac{\pi}{6})$

$[\frac{\pi}{6}=\frac{180°}{6}=30°] \Rightarrow \boxed{\tilde{V}=8e^{-j\pi/6}=8e^{-j30^{\circ}}}$

$\tilde{V}=8\cos(30°)+j8\operatorname{sen}30° \Rightarrow$



$\tilde{V}=8\frac{\sqrt{3}}{2}-j8\frac{1}{2} \Rightarrow$

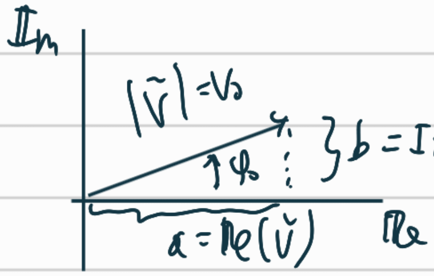
$$\boxed{\tilde{V}=4\sqrt{3}-j4}$$

3. Encontrar las señales armónicas de frecuencia angular ω asociadas a los fasores siguientes: 2, -7, $-3j$, $(1+j)$, $(-1-j)$, $(\sqrt{3}+j)$ y $(2-\sqrt{12}j)$.

Sol.: $2\cos(\omega t)$, $7\cos(\omega t+\pi)$, $3\cos(\omega t-\pi/2)$, $\sqrt{2}\cos(\omega t+\pi/4)$, $\sqrt{2}\cos(\omega t-3\pi/4)$, $2\cos(\omega t+\pi/6)$ y $4\cos(\omega t-\pi/3)$.

Ahora pasamos de $\tilde{V} = V_0 e^{j\varphi_0}$ a $V(t)=V_0\cos(\omega t+\varphi_0)$

Primero tenemos que pasar de la forma binómica a polar o exponencial

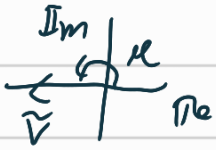


$V_0=\sqrt{a^2+b^2}$

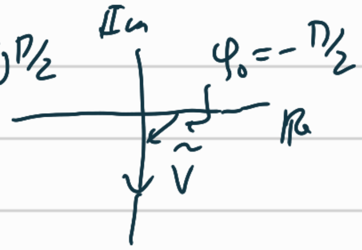
$\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a}$ (φ ó $\varphi\pm\pi$)

1) $\tilde{V} = 2 = 2e^{j0} \Rightarrow \boxed{V(t)=2\cos(\omega t)}$

2) $\tilde{V}=-7=7e^{j\pi}\Rightarrow \boxed{V(t)=7\cos(\omega t+\pi)}$

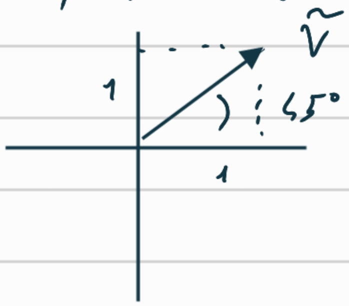


3) $\tilde{V}=-3j=3e^{-j\pi/2}$



$\boxed{V(t)=3\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})}$

4) $\tilde{V}=1+j$

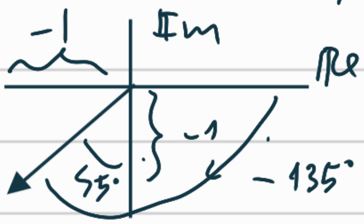


$|\tilde{V}|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$; $\operatorname{tg}\varphi_0=\frac{1}{1}=1\Rightarrow$

$\varphi_0=45°$; ó $\varphi_0=45°\pm180°$, pero está en el primer cuadrante, luego $\tilde{V}=\sqrt{2}e^{j\pi/4}$ y

$\boxed{V(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t+\frac{\pi}{4})}$

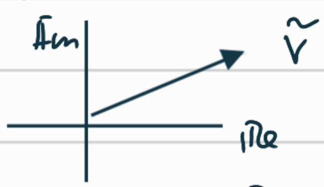
5) $\tilde{V}=-1-j$; $|\tilde{V}|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$; $\operatorname{tg}\varphi_0=\frac{-1}{-1}=1\Rightarrow$



$\varphi_0=\pi/4$, ó $\frac{\pi}{4}\pm\pi$. Como está en el tercer cuadrante, es lo segundo. Elegimos $\varphi_0=\frac{\pi}{4}-\pi=-\frac{3\pi}{4}$ porque tiene módulo menor.

Luego $\tilde{V}=\sqrt{2}e^{-j3\pi/4}$ y $\boxed{V(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t-\frac{3\pi}{4})}$

6) $\tilde{V}=\sqrt{3}+j\Rightarrow$ $|\tilde{V}|=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$



$\operatorname{tg}\varphi_0=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{6}=30°$ ó $30°\pm180°$, el primero pues está en el primer cuadrante.

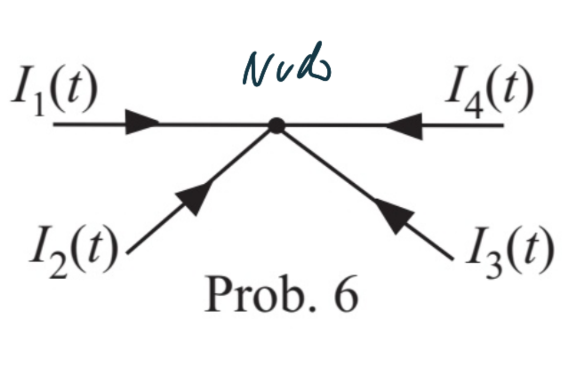
$\Rightarrow\tilde{V}=2e^{j\pi/6}\Rightarrow\boxed{V(t)=2\cos(\omega t+\frac{\pi}{6})}$

7) $\tilde{V}=2-\sqrt{12}j\Rightarrow|\tilde{V}|=\sqrt{2^2+(\sqrt{12})^2}=4$; $\operatorname{tg}\varphi_0=\frac{-\sqrt{12}}{2}=-\frac{\sqrt{4\times3}}{2}=-\sqrt{3}\Rightarrow\varphi_0=-\pi/6$; $\tilde{V}=4e^{-j\pi/6}$

$\Rightarrow\boxed{V(t)=4\cos(\omega t-\pi/6)}$

Prob 4 Tema 3

4. En un nudo de una red concurren cuatro ramas, como se indica en la figura. Las intensidades que recorren tres de ellas son: $I_1(t) = 2\cos(\omega t)$ A, $I_2(t) = 4\cos(\omega t + \pi/3)$ A e $I_3(t) = 8\cos(\omega t + 2\pi/3)$ A. Partiendo de que $\sum I_i(t) = 0$, de acuerdo con la ley de Kirchhoff de los nudos, y utilizando la técnica de fasores, determinar la intensidad $I_4(t)$.
Sol.: $\widetilde{I}_1 = 2$, $\widetilde{I}_2 = (2 + 2\sqrt{3}j)$, $\widetilde{I}_3 = (-4 + 4\sqrt{3}j)$ e $\widetilde{I}_4 = -(\widetilde{I}_1 + \widetilde{I}_2 + \widetilde{I}_3) = -6\sqrt{3}j$, luego $I_4(t) = 6\sqrt{3}\cos(\omega t - \pi/2)$ A.



Prob. 6

Se cumple la regla de Kirchhoff de nudos:

$\sum I_i(t)=0$ y $\sum \tilde{I}_i=0$ (+ si salen, - si entran)

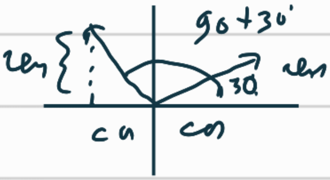
$-\tilde I_1-\tilde I_2-\tilde I_3-\tilde I_4=0 \Rightarrow \tilde I_4=-\tilde I_1-\tilde I_2-\tilde I_3$

Obtenemos los fasores en forma binómica para poder sumarlos:

$\tilde I_1 = 2e^{j0} A = 2 A$; $\tilde I_2 = 4e^{j\pi/3} A = 4\cos\overset{60°}{\frac{\pi}{3}} + j4\,\text{sen}\frac{\pi}{3} \Rightarrow$

$\tilde I_2 = 4\frac{1}{2} + j4\frac{\sqrt3}{2} A \Rightarrow \tilde I_2 = 2+j2\sqrt3 A$;

$\tilde I_3 = 8e^{j2\pi/3}$; $\frac{2\pi}{3}=\frac{360°}{3}=120° = 90°+30°$



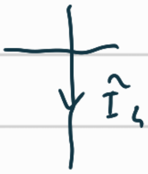
$\cos(120°)=-\text{sen}(30°)=-\frac12$

$\text{sen}(120°)=\cos(30°)=\frac{\sqrt3}{2}$

$\tilde I_3 = 8\cos(120°)+j8\,\text{sen}(120°) = 8\left(-\frac12\right)+j8\frac{\sqrt3}{2}$

$\Rightarrow \tilde I_3 = -4+j4\sqrt3$ A

Luego $\tilde I_4 = -[2+(2+j2\sqrt3)+(-4+j4\sqrt3)] = -[0+j6\sqrt3] = -j6\sqrt3 = 6\sqrt3\, e^{-j\pi/2}$ A

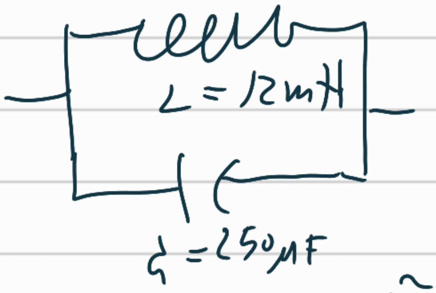


$\Rightarrow \boxed{I_4(t)=6\sqrt3\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) A}$

IMPEDANCIAS

5. (a) Calcular la impedancia de una asociación que consiste en el paralelo de una bobina de 12 mH con un condensador de 250 μF si la frecuencia angular de trabajo es de 10^3 rad/s. (b) Si se impone entre los extremos de la asociación una tensión eficaz $V_{ef.} = 36$ V, determinar la intensidad eficaz que atravesaría la asociación. (c) Indicar también el valor de la frecuencia, f (Hz), de trabajo.

Sol.: $Z = (12j|| - 4j) = -6j\ \Omega$; $I_{ef.} = V_{ef.}/|Z| = 36/6 = 6$ A; $f = \omega/(2\pi) = 159{,}15$ Hz.



L y C están en paralelo, luego...

$$\frac{1}{\tilde{Z}} = \frac{1}{\tilde{Z}_L} + \frac{1}{\tilde{Z}_C}$$. Calculamos $\tilde{Z}_L$ y $\tilde{Z}_C$

$$\tilde{Z}_L = j\omega L = j\,10^3 \tfrac{rad}{s}\, 12\times10^{-3} H \Rightarrow \tilde{Z}_L = 12j\,\Omega$$

$$\tilde{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{10^3 \frac{rad}{s} \times 250\times10^{-6} F} = -j\frac{10^3}{250}\,\Omega \Rightarrow \tilde{Z}_C = -4j\,\Omega$$

Entonces: $$\frac{1}{\tilde{Z}} = \frac{1}{12j} + \frac{1}{-4j} = \frac{1}{j}\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{j}\left(\frac{1-3}{12}\right) = \frac{-1}{j6} \Rightarrow \boxed{\tilde{Z} = -6j\,\Omega}$$

(b) $$\tilde{V} = \tilde{Z}\tilde{I} \Rightarrow |\tilde{V}| = |\tilde{Z}||\tilde{I}| \Rightarrow V_0 = |\tilde{Z}| I_0 \Rightarrow \frac{V_0}{\sqrt{2}} = |\tilde{Z}|\frac{I_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \underline{V_{ef} = |\tilde{Z}| I_{ef}}$$

$$\Rightarrow I_{ef} = \frac{V_{ef}}{|\tilde{Z}|} = \frac{36\,V}{6\,\Omega} \Rightarrow \boxed{I_{ef} = 6V}$$

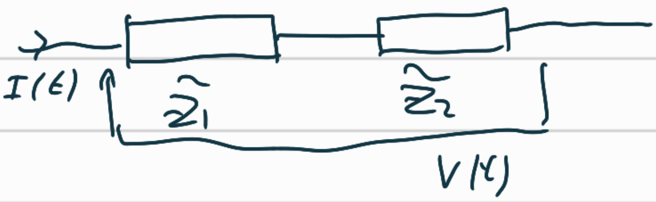
(c) $$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10^3 rad/s}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f = 159{,}15\,Hz}$$

Si suponemos que $\varphi_0 = 0 \Rightarrow \tilde{V} = 36\sqrt{2}e^{j0}$ V, podríamos calcular $\tilde{I}$:

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{Z}} = \frac{36\sqrt{2}}{-6j} = \frac{36\sqrt{2}}{6}j \Rightarrow \boxed{\tilde{I} = 6\sqrt{2}e^{j\pi/2}\,A} \quad I(t) = 6\sqrt{2}\cos(\omega t + \tfrac{\pi}{2})\,A$$

6. Si entre los extremos de la asociación en serie de dos elementos la tensión es $V(t) = 4\sqrt{2}\cos(10^5 t + \pi/4)$ V, cuando la intensidad que circula vale $I(t) = 2\cos(10^5 t)$ mA, determinar la impedancia de la asociación a la frecuencia de trabajo así como los valores de los dos elementos que constituyen la asociación.

Sol.: $Z = (2 + 2j)$ kΩ, luego se trata de una resistencia $R = 2$ kΩ en serie con una bobina tal que $j\omega L = 2j$ kΩ siendo $\omega = 10^5$ rad/s, por tanto, $L = 20$ mH.



Como $\tilde{V} = 4\sqrt{2}e^{j\pi/4}$ V e $\tilde{I} = 2e^{j0}$ mA

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = \frac{4\sqrt{2}\,V}{2\,mA}e^{j\pi/4} = 2\sqrt{2}e^{j\pi/4}\,k\Omega$$

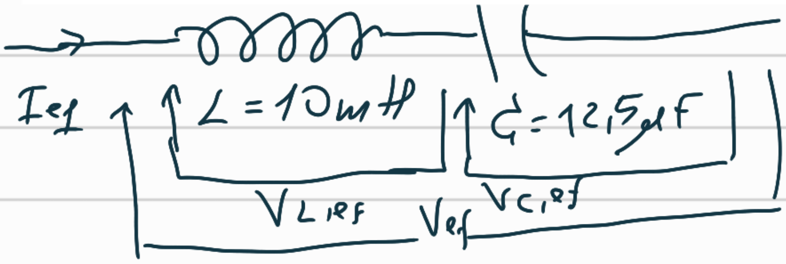
$$\tilde{Z} = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]k\Omega = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \tilde{Z} = (2 + j2)\,k\Omega$$

Comparando con la expresión de $\tilde{Z}$ para RLC en serie $\tilde{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$, vemos que $\boxed{R = 2k\Omega}$ y $L\omega = 2k\Omega \Rightarrow L = \frac{2000\,\Omega}{10^5 \frac{rad}{s}} = 2\times10^{-2} = 0{,}02 \Rightarrow \boxed{L = 20\,mH}$

Luego, se trata de una resistencia de 2kΩ y una bobina de 20mH

7. En la asociación en serie de una bobina de 10 mH y un condensador de 12,5 μF circula un corriente de valor eficaz 0,5 A. Sabiendo que la tensión eficaz que se mide en el condensador es de 10 V, encontrar la frecuencia de trabajo f (Hz) así como la tensión eficaz en la bobina y entre los extremos de la asociación completa. Comprobar que la tensión eficaz total no es la suma de las tensiones eficaces de los dos elementos y explicar por qué.

Sol.: $V_{C,\text{ef.}} = I_{\text{ef.}}/(\omega C)$, despejando $\omega = 4 \times 10^3$ rad/s y $f = 636{,}62$ Hz ; $V_{L,\text{ef.}} = \omega L I_{\text{ef.}} = 20V$; $V_{\text{ef.}} = |Z| I_{\text{ef.}} = |X_L - X_C| I_{\text{ef.}} = |40 - 20| 0{,}5 = 10$ V $\neq 10 + 20$ V. Dado que las tensiones instantáneas en los dos elementos *no* están en fase, la amplitud de la tensión suma (tensión total) *no* será la suma de las amplitudes de las tensiones en los elementos. Igual ocurre con los valores eficaces, que son proporcionales a las amplitudes de las señales.



¿f, $V_{C,ef}$, V_{ef}?

(a) $I_{ef} = 0{,}5$ A ; $V_{C,ef} = 10$ V

$V_{ef} = |\tilde{Z}| I_{ef}$, $V_{C,ef} = |\tilde{Z}_C| I_{C,ef}$

$V_{L,ef} = |\tilde{Z}_L| I_{L,ef}$ ← conocidos

$$\Rightarrow |\tilde{Z}_C| = \frac{V_{C,ef}}{I_{C,ef}} = \frac{10V}{0{,}5A} \Rightarrow |\tilde{Z}_C| = 20\Omega \text{ , pero } |\tilde{Z}_C| = \left|\frac{1}{j\omega C}\right| = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{1}{|\tilde{Z}| C} = \frac{1}{20\Omega \times 12{,}5\times10^{-6}\,F} = \frac{10^6}{250}\ \text{rad/s} \Rightarrow \omega = 4000\ \text{rad/s}$$

$$y\quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T}\frac{2\pi}{2\pi} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4000\ \text{rad/s}}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f = 636{,}6\ \text{Hz}}$$

(b) $V_{L,ef} = |\tilde{Z}_L| I_{ef}$. obtenemos $\tilde{Z}_L = j\omega L = j\,4\times10^3 \times 10\times10^{-3} \Rightarrow \tilde{Z}_L = 40j\,\Omega$

y $V_{L,ef} = 40\,\Omega \times 0{,}5A \Rightarrow \boxed{V_{L,ef} = 20\,V}$.

$V_{ef} = |\tilde{Z}| I_{ef}$. obtenemos $\tilde{Z}$: $\tilde{Z} = \tilde{Z}_L + \tilde{Z}_C = 40j - 20j = 20j\,\Omega \Rightarrow$

$V_{ef} = 20 \times 0{,}5\,\Omega \Rightarrow \boxed{V_{ef} = 10V}$

(c) $V_{ef} = 10\,V \neq V_{L,ef} + V_{C,ef} = (20 + 10)V = 30\,V$

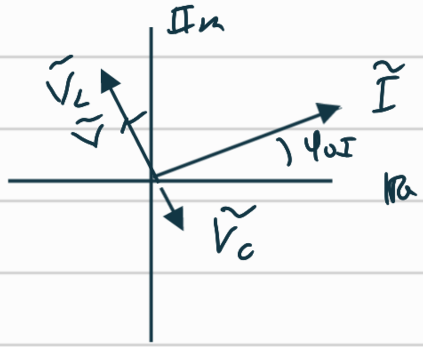
No se suman, pues en alterna $V_L(t)$ y $V_C(t)$ no están en fase y no toman sus valores máximos al mismo tiempo. Tenemos que

$$\tilde{V} = \tilde{Z}\tilde{I} = (40j - 20j)\tilde{I} = \underbrace{40j\,\tilde{I}}_{\tilde{V}_L} - \underbrace{20j\,\tilde{I}}_{\tilde{V}_C}$$

$\tilde{V}_L = 40 e^{j\pi/2}\tilde{I}$. $\tilde{V}_C = 20 e^{-j\pi/2}\tilde{I}$, Si $\tilde{I} = I_0 e^{j\varphi_{0I}} = 0{,}5\sqrt{2}\, e^{j\varphi_{0I}}$ A

$\tilde{V}_L = 40\,\Omega\, e^{j\pi/2} \times 0{,}5\sqrt{2}\, e^{j(\varphi_{0I} + \pi/2)} \Rightarrow \tilde{V}_L = 20\sqrt{2}\, e^{j(\varphi_{0I}+\pi/2)}\,V$

$\tilde{V}_C = 20\,\Omega\, e^{-j\pi/2} \times 0{,}5\sqrt{2}\, e^{j(\varphi_{0I} - \frac{\pi}{2})} \Rightarrow \tilde{V}_C = 10\sqrt{2}\, e^{j(\varphi_{0I} - \frac{\pi}{2})}\,V$



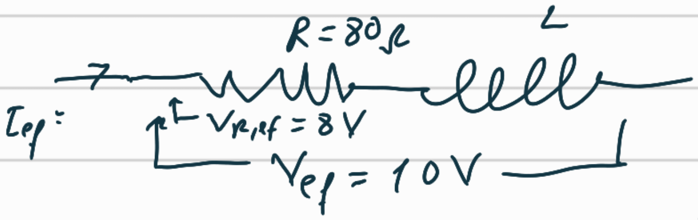
$\tilde{V} = \tilde{V}_L + \tilde{V}_C$, como están opuestos

$|\tilde{V}| = |\tilde{V}_L| - |\tilde{V}_C| = 20\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

c.q.d

8. Entre los extremos de una asociación en serie R-L por la que circula una corriente alterna de frecuencia 955 Hz se mide una tensión eficaz de 10 V. Sabiendo que la resistencia es de 80 Ω y que la tensión eficaz en la misma es de 8 V: (**a**) obtener la potencia media consumida en la asociación, la tensión eficaz en la bobina y su autoinducción; (**b**) representar un diagrama de fasores para las tensiones tomando fase cero para la intensidad.

Sol.: $0,8\mathrm{W}$, $6\mathrm{V}$, $L = 9,99\ \mathrm{mH} \sim 10\ \mathrm{mH}$.



En una impedancia

a) $P_m = P_a = V_{ef} I_{ef} \cos(\varphi_Z)$

Toda la potencia se consume en la resistencia, luego $P_m = I_{ef}^2 R = \left(\frac{V_{ef}}{R}\right)^2 R = \frac{V_{ef}^2}{R}$.

Sustituyendo: $P_m = \frac{(8V)^2}{80\Omega} = \frac{8\times 8\ V^2}{80\ \Omega} = 0{,}1\times 8\ W \Rightarrow \boxed{P_m = 0{,}8W}$

$V_{L,ef} = |\tilde{Z}_L| I_{ef}$, pero no conocemos $|\tilde{Z}_L|$ ni $V_{ef,L}$. En cambio

$V_{ef} = |\tilde{Z}| I_{ef}$ e $I_{ef} = \frac{V_{ef,R}}{R} = \frac{8V}{80\Omega} \Rightarrow I_{ef} = 0{,}1A \Rightarrow |\tilde{Z}| = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} = \frac{10V}{0{,}1A} = 100\Omega$

Como tenemos una resistencia y bobina en serie:

$\tilde{Z} = R + \underbrace{jL\omega}_{\tilde{Z}_L}$ y $|\tilde{Z}|^2 = R^2 + |\tilde{Z}_L|^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow X_L = \sqrt{|\tilde{Z}|^2 - R^2} \Rightarrow$

$X_L = \sqrt{100^2 - 80^2} = \sqrt{10^2\times 10^2 - 8^2\times 10^2} = 10\sqrt{100-64} = 10\sqrt{36}$

$\Rightarrow X_L = 60\Omega \Rightarrow \omega L = X_L$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi\times 955 Hz = 6000\ rad/s$

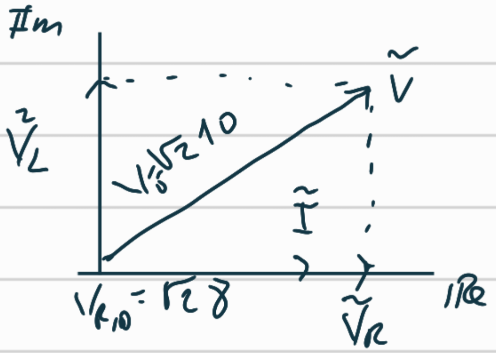
$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{60\Omega}{6000\ rad/s} \Rightarrow \boxed{L = 10mH}$

$V_{L,ef} = X_L I_{ef} = 60\Omega\times 0{,}1A \Rightarrow \boxed{V_{L,ef} = 6V}$

También podríamos obtener V_{ef} directamente. Si tomamos fase 0 para la intensidad: $\tilde{I} = I_0 e^{j0} = I_0$; $\tilde{V}_R = R I_0$ real,

$\tilde{V}_L = j\omega L I_0 = \omega L I_0 e^{j\pi/2} \Rightarrow$ imaginario positivo. $\tilde{V} = \tilde{V}_R + \tilde{V}_L$

$|\tilde{V}_R| = \sqrt{2}\ 8\ V$; $\tilde{V} = \sqrt{2}\ 10\ V$



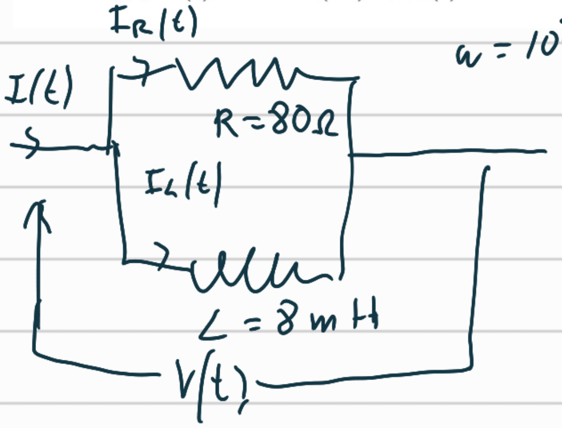
De aquí $V_{L,0} = \sqrt{V_0^2 - V_{R,0}^2}$ y dividiendo por $\sqrt{2}$ $V_{L,ef} = \sqrt{V_{ef}^2 - V_{R,ef}^2}$

De paso, ya está hecho el diagrama de fasores.

Problema 9. Tema 3

9. Por una asociación en paralelo de una resistencia $R = 80\ \Omega$ y una bobina $L = 8$ mH circula una intensidad alterna de valor eficaz 250 mA. Sabiendo que la frecuencia angular de trabajo es 10^4 rad/s, determinar: (**a**) la tensión $V(t)$ del paralelo y las intensidades por cada elemento, $I_{\mathrm{R}}(t)$ e $I_{\mathrm{L}}(t)$ (tome fase cero en $V(t)$); (**b**) la potencia media consumida en la asociación.

Sol.: (a) $V(t) = 20\cos(\omega t)$ V, $I_{\mathrm{R}}(t) = 250\cos(\omega t)$ mA, $I_{\mathrm{L}}(t) = 250\cos(\omega t - \pi/2)$ mA. (b) 2,5 W.



$\omega = 10^4\ \mathrm{rad/s}$

(a) Nos indican que $V(t) = V_0\cos(\omega t)$

$\tilde V = V_0$; $\tilde I = I_0 e^{j\varphi_{I,0}}$, $I_{ef} = 250$ mA $\Big\}\ \tilde I = 250\sqrt2\, e^{j\varphi_{I,0}}$ mA

Sabemos que $\tilde V = \tilde Z \tilde I$, por lo que necesitamos $\tilde Z$, asociación en paralelo de R y L.

$\tilde Z_R = R = 80\,\Omega$; $\tilde Z_L = j\omega L = j\,10^4 \frac{rad}{s}\, 8\times10^{-3} H \Rightarrow \tilde Z_L = 80j\,\Omega$

Luego: $\frac{1}{\tilde Z} = \frac{1}{\tilde Z_R} + \frac{1}{\tilde Z_L} = \frac{1}{80} + \frac{1}{80j} = \frac{1}{80}\left(1 + \frac{1}{j}\right) = \frac{1}{80}(1 - j) \Rightarrow \tilde Z = \frac{80}{(1-j)}$ ⇒

$\tilde Z = \frac{80}{(1-j)}\frac{(1+j)}{(1+j)} = \frac{80+80j}{1^2+1^2} \Rightarrow \tilde Z = 40 + 40j\,\Omega = 40\sqrt2\, e^{j\pi/4}\,\Omega$

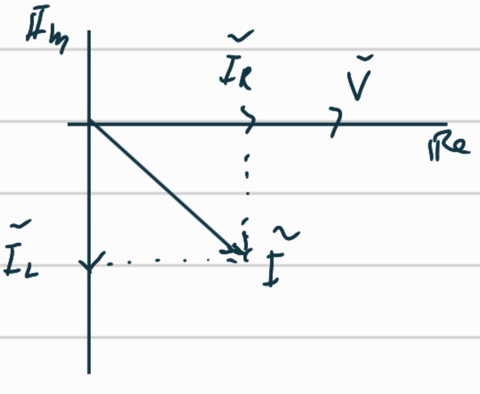
Entonces, de $\tilde V = \tilde Z \tilde I$, obtenemos $V_0 e^{j0} = 40\sqrt2\, e^{j\pi/4} \times 0{,}25\sqrt2\, e^{j\varphi_{I,0}}$

$\Rightarrow \begin{cases} 0 = \pi/4 + \varphi_{I,0} \Rightarrow \varphi_{I,0} = -\pi/4 \\ V_0 = 40\sqrt2 \times 0{,}25\sqrt2 = 20 \end{cases}$ $\tilde V = 20$ V, $\tilde I = 0{,}25\sqrt2\, e^{-j\pi/4}$ A $\Longrightarrow$

$\boxed{V(t) = 20\cos(\omega t)\ V}$ Ahora obtenemos $\tilde I_R$ e $\tilde I_L$ por la ley de Ohm en alterna

$\tilde I_R = \frac{\tilde V}{R} = \frac{20V}{80\Omega} = 0{,}25$ A $\Rightarrow \boxed{I_R(t) = 0{,}25\cos(10^4 \tfrac{rad}{s}\, t)\ A}$

$\tilde I_L = \frac{\tilde V}{\tilde Z_L} = \frac{20V}{80j} = -0{,}25j$ A $\Longrightarrow \boxed{I_L(t) = 0{,}25\cos(10^4 \tfrac{rad}{s} - \tfrac{\pi}{2})\ A}$



(b) Potencia media consumida.

Lo podemos hacer de dos formas:

b1) Potencia consumida en la impedancia.

$P_m = I_{ef}V_{ef}\cos\varphi_Z = \frac{0{,}25\sqrt2}{\sqrt2} A\, \frac{20}{\sqrt2} V \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ W

$\Rightarrow P_m = 0{,}25 \times \frac{20}{\sqrt2}\frac{\sqrt2}{2}$ W $\Rightarrow \boxed{P_m = 2{,}5\ W}$. o bien, como la potencia se consume en R: $P_m = I_{R,ef}^2 R = \left(\frac{0{,}25}{\sqrt2}\right)^2 80\,\Omega = \frac{0{,}25\times0{,}25\times16\times10}{2} = \frac{10}{4} \cdot \frac{1}{2}$

$\Rightarrow P_m = 2{,}5$ W c.q.d