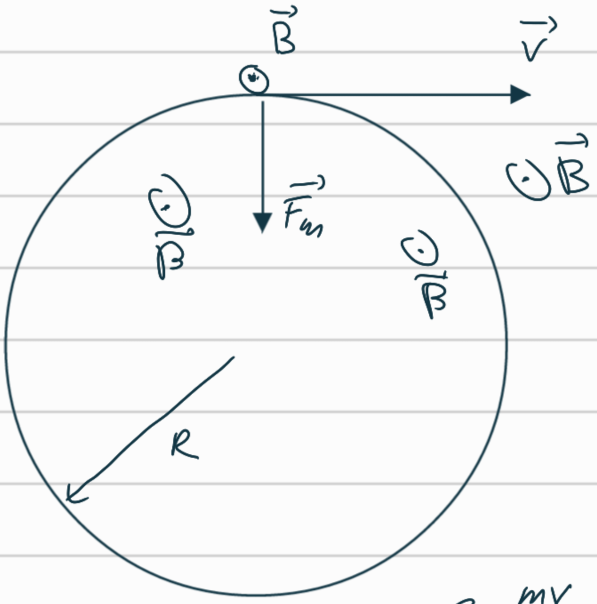
GRUPO 2. PARCIAL 2. FISICA 2. 28/05/2021

1. Una partícula de carga q y masa m realiza un movimiento circular en un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular a su velocidad. (**a**) Conocida su energía cinética, E_c, determinar la expresión del radio de giro, R, en función de dicho valor (en dicha expresión además de E_c aparecerán también q, m y B). (**b**) Si para determinado valor de la energía cinética el periodo de rotación es de 157.1 ns, ¿Cuál es el periodo de rotación si la energía cinética se duplica?



Suponemos que q es positiva y $\vec{B}$ dirigido hacia el espectador. $\vec{F_m}$ va hacia abajo y como es la fuerza normal, dirigida hacia el centro de la circunferencia, la trayectoria será como en el dibujo

$$\vec{F_m} = \vec{F_n} \Rightarrow F_m = F_n \Rightarrow |q\,\vec{v} \times \vec{B}| = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow q v B \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow qB = \frac{mv}{R}$$ y

$R = \frac{mv}{qB}$, como hemos visto en teoría.

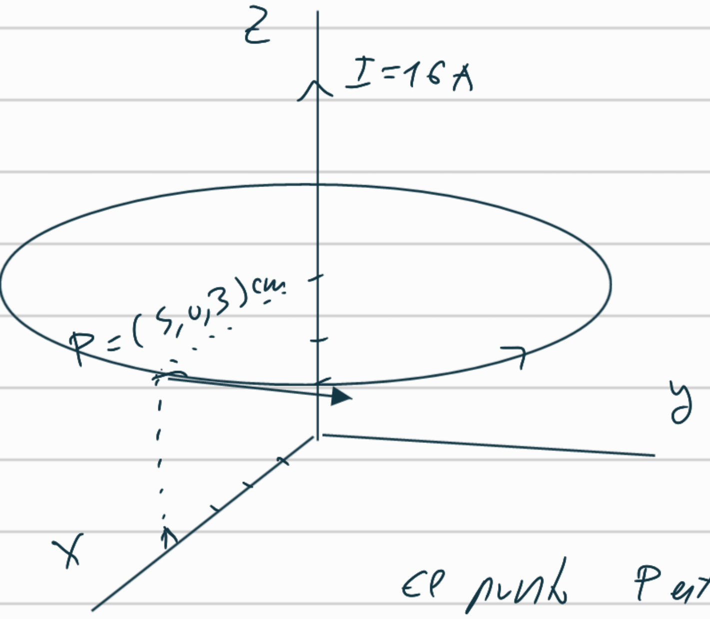
(a) Como conocemos $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \Rightarrow R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2E_c}{m}} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\sqrt{2mE_c}}{qB}}$

(b) El periodo T está relacionado con la v y la longitud de la circunferencia $2\pi R$ por $2\pi R = vT \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{qB} \Rightarrow T = 2\pi\frac{m}{qB}$,

como T no depende de v, tampoco de $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, luego:

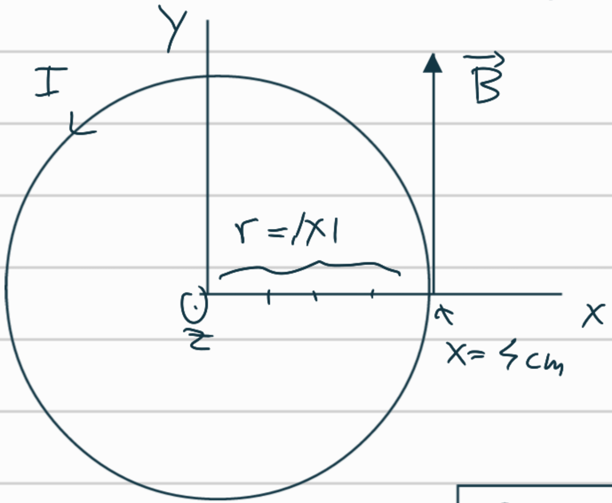
$\boxed{T = 157{,}1}$, no cambia pues no depende de E_c

2. Un hilo conductor recto de longitud infinita está dispuesto sobre el eje z y transporta una intensidad $I = 16\,\mathrm{A}$ en sentido positivo de dicho eje. Determinar: (**a**) el vector campo magnético, $\vec{B}$, que crea en el punto de coordenadas $(4,0,3)$ cm; (**b**) el vector fuerza por unidad de longitud $\vec{f}$ que ejercería sobre un segundo hilo conductor recto de longitud infinita paralelo al eje z y que cortase al eje y en $y = 4$ cm transportando una intensidad de $I' = 4\,\mathrm{A}$ en sentido opuesto al de I.



El campo creado por un hilo conductor infinito tiene líneas de campo, que son circunferencias concéntricas con el conductor, perpendiculares al mismo, con sentido relacionado con I por la regla de Maxwell. donde el módulo vale $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, siendo r, la distancia al conductor.

El punto P está a una distancia $r = 4$ cm del conductor, pues la coordenada z no afecta a la distancia al conductor.



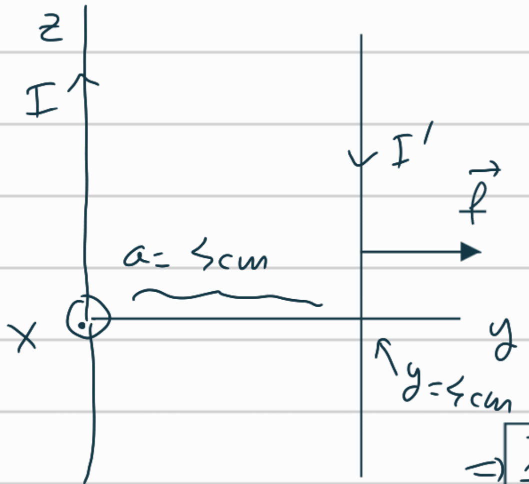
$\vec{B}$ en P será por tanto en la dirección positiva del eje y, y $r = |x|$, luego:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi |x|}\vec{j} \Rightarrow$$

$$\vec{B} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,T\cdot m/A\ 16A}{2\pi\ 0.04\ m}\vec{i} = \frac{4}{0.04}\,\frac{16}{2}\times10^{-7}\,T\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = 8\times10^{-5}\,T\,\vec{j}}$$

(b)



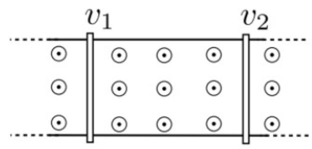
La fuerza entre conductores paralelos recorridos por intensidades de sentidos opuestos es repulsiva. y con módulo

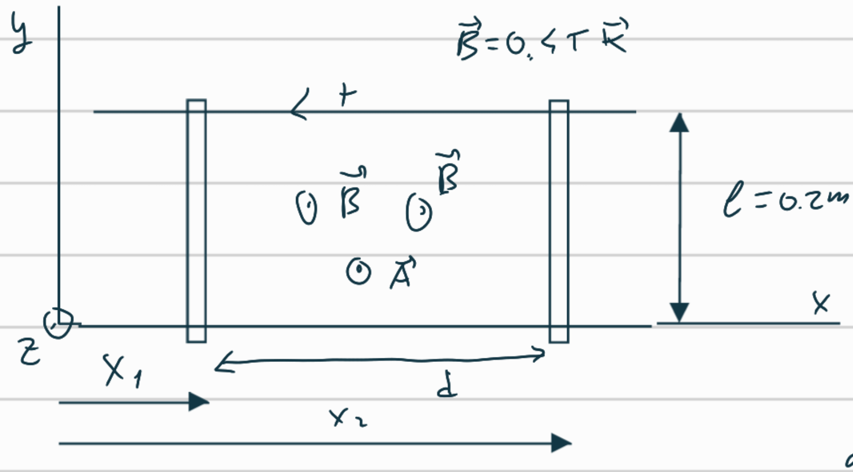
$$f = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi a} \Rightarrow \vec{f} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi a}\vec{j} \Rightarrow$$

$$\vec{f} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}\ 16A\ 4A}{2\pi\ 0{,}04m}\vec{j} = \frac{4\times10^{-7}}{0.04}\,\frac{16\times4}{2}\,\vec{j}\,\frac{N}{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{f} = 3{,}2\times10^{-4}\,\vec{j}\,\frac{N}{m}}$$

3. Las dos barras conductoras de la figura pueden deslizar sobre dos raíles conductores paralelos separados una distancia de 0.2 m formándose así una espira de área variable. (**a**) Se fija un campo magnético uniforme de módulo $B = 0.4\,\mathrm{T}$ dirigido hacia el lector. Si v_1 y v_2 son los módulos de las velocidades de las barras, determinar la fuerza electromotriz (en valor absoluto) inducida en la espira, $|\mathscr{E}|$, y el sentido de la corriente inducida en la misma cuando las barras: (a.1) se mueven hacia la derecha siendo $v_1 = 1.5\,\mathrm{m/s}$ y $v_2 = 3\,\mathrm{m/s}$; (a.2) se alejan una de otra siendo $v_1 = 3\,\mathrm{m/s}$ y $v_2 = 1.5\,\mathrm{m/s}$. (**b**) Se mantienen ahora las barras fijas ($v_1 = v_2 = 0$) a distancia 0.5 m y variamos el módulo del campo según la expresión $B(t) = 0.4\,e^{-200\,t}\,\mathrm{T}$ (t en segundos). Determinar en $t = 5\times10^{-3}$ s, la fuerza electromotriz inducida (valor absoluto), $|\mathscr{E}|$, y el sentido de la corriente inducida.





Elegimos unos ejes coordenados como se ve en el dibujo, de forma que x_2 y x_1 son las coordenadas x de las barras.

El flujo magnético viene dado por $\phi_B = \vec B \cdot \vec A$, pues $\vec B$ es uniforme, $\vec B = B\vec k$. $\vec A$ es un vector con el área de la espira, perpendicular a la misma y elegimos el sentido hacia el espectador, $\vec A = A\vec k$. Esta elección define el sentido antihorario, por la regla de Maxwell, como positivo en la espira

El área es: $A = l(x_2 - x_1)$, luego $\vec A = A(x_2 - x_1)\vec k$ y $\phi_B = \vec B \cdot \vec A = BA\cos(0^\circ) = BA \Rightarrow$

$\underline{\phi_B = Bl(x_2 - x_1)\ (1)}$. Usando la ley de Faraday: $\xi_i = -\frac{d\phi_B}{dt} = -Bl\left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt}\right)$

$\Rightarrow$ (2) $\boxed{\xi_i = -Bl(v_{2x} - v_{1x})}$ Usamos v_{2x} y v_{1x} para distinguirlas de los módulos v_1 y v_2 que nos dan en el enunciado

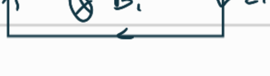
a1). Las dos barras se mueven hacia la derecha $v_1 = 1.5\,m/s$, $v_2 = 3\,m/s \Rightarrow$

$v_{1x} = +v_1 = 2.5\,m/s$ y $v_{2x} = +v_2 = 3\,m/s$. Como $v_{2x} > v_{1x}$, A y ϕ_B aumentan.

$\xi_i = -Bl(v_2 - v_1) = -0.4\,T \times 0.2\,m\,(3 - 1.5)\,m/s \Rightarrow \xi_i = -0.12\,V \Rightarrow \boxed{|\xi_i| = 0.12\,V}$

Como ξ_i es negativa, $\boxed{I_i \text{ tiene sentido horario.}}$ opuesto al definido como positivo.

Lo comprobamos usando la ley de Lenz. Si el área aumenta, el flujo magnético hacia afuera aumenta, I_i produce un campo magnético inducido $\vec B_i$ que se opone al aumento, luego va hacia dentro, por la regla de Maxwell, I_i tiene sentido horario



a2) Se alejan, luego $V_{1x} = -V_1 = -3\,m/s$; $V_{2x} = +V_2 = 1.5\,m/s$. Usando (2)

$\xi_i = -Bl(V_{2x} - V_{1x}) = -Bl(V_2 - (-V_1)) = -Bl(V_2 + V_1) = -0.5\,T \times 0.2\,m\,(3+1.5)\,m/s$

$\Rightarrow \xi_i = -0.36\,V \Rightarrow \boxed{|\xi_i| = 0.36\,V}$

Como el signo de ξ_i es el mismo que en a1) e igualmente A aumenta, el sentido de I_i es el mismo que en a1). $\boxed{I_i \text{ tiene sentido horario}}$

(b) Ahora $X_2 - X_1 = d$ es cte $d = 0.5\,m$; $A = ld$ cte y $B(t) = 0.5\,e^{-200t}\,T$ (t en segundos)

$\phi_B = B(t)A = 0.5\,e^{-200t}\,T \times 0.2\,m \times 0.5\,m \Rightarrow \phi_B = 0.05\,e^{-200t}\,Wb$

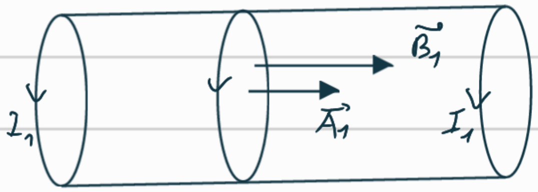
y $\xi_i = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\left(-200 \times 0.05\,e^{-200t}\right) V \Rightarrow \xi_i = 8\,V\,e^{-200t}$, sustituyendo

$t = 5 \times 10^{-3}\,s$; $\xi_i = 8\,V\,e^{-200 \times 5 \times 10^{-3}} = 8\,e^{-1}\,V \Rightarrow \boxed{\xi_i = |\xi_i| = 2.95\,V}$

Como ξ_i es positiva, al revés que en (a), $\boxed{I_i \text{ tiene sentido antihorario}}$

El flujo magnético disminuye pues A es cte y B disminuye, luego la ley de Lenz también nos daría el sentido opuesto a (a).

4. Un solenoide esbelto, que podemos considerar ideal, tiene 2500 espiras y su coeficiente de autoinducción es de 24 mH. (**a**) Si hacemos circular por el mismo una corriente $I(t) = 125 \times 10^3 t^2$ A (t en segundos), determinar en $t = 10^{-3}$ s: (a.1) el flujo magnético que atraviesa al solenoide, Φ, y (a.2) la fuerza electromotriz (en valor absoluto), $|\mathscr{E}|$, inducida en el solenoide. (**b**) Si devanamos ahora una bobina de 375 espiras sobre el solenoide, determinar el coeficiente de inducción mutua, M, entre ambos solenoides.



Como luego hay otro solenoide, usamos (1) para las magnitudes del primero.

$N_1 = 2500$; $L_1 = 24$ mH, $I_1(t) = 125\times10^3 t^2$ A (t en s)

(a.1) ¿Φ_B en $t = 10^{-3}$ s? Como $\Phi_{11} = L_1 I_1$, sustituimos:

$$\Phi_{11} = 24\times10^{-3}\,\text{H} \times 125\times10^3 t^2\,\text{A} \Rightarrow \Phi_{11} = 3000\,t^2\ \text{Wb} \quad (1)$$

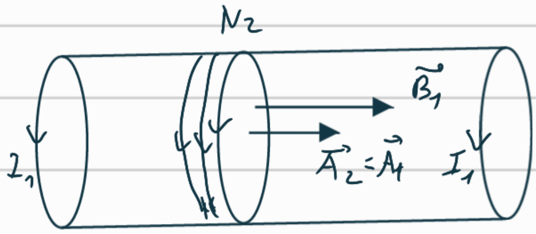
En $t = 10^{-3}$ s $\Rightarrow \Phi_{11} = 3\times10^3 (10^{-3})^2$ Wb $\Rightarrow \boxed{\Phi_{11} = 3\times10^{-3}\ \text{Wb}}$

(b) ¿ξ inducida? Por la ley de Faraday $\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}$, sustituyendo $\Phi = \Phi_{11}$ de (1):

$\xi_i = -\frac{d}{dt}(3000t^2) = -6000t$. En $t = 10^{-3}$ s, $\xi_i = -6000\times10^{-3}$ V $\Rightarrow \xi_i = -6$ V

y $\boxed{|\xi_i| = 6\text{V}}$

(b) Devanamos una bobina con $N_2 = 375$ espiras sobre el solenoide.



Para obtener M, calculamos M_{21} ($\Phi_{21} = M_{21} I_1$), pues conocemos solamente $\vec{B}_1$, el campo creado por el solenoide (1).

$B_1 = \mu_0 n_1 I_1$ en toda la bobina, uniforme luego

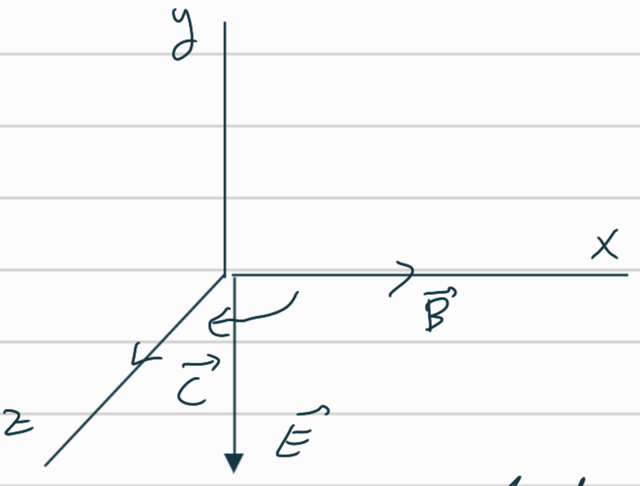
$$\Phi_{21} = N_2 \vec{B}_1\cdot\vec{S}_2 = N_2 \vec{B}_1\cdot\vec{S}_1 = N_2 B_1 S_1 \Rightarrow$$

$\Phi_{21} = N_2 \mu_0 n_1 I_1 S_1$, y como $n_1 = \frac{N_1}{\ell} \Rightarrow \Phi_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell} S_1 I_1 \Rightarrow$

$M = M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} \Rightarrow M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell} S_1$. Como conocemos $L_1 = 24$ mH y su expresión: $L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{\ell} S_1$, dividimos y se simplifica todo menos N_1/N_2

$$\frac{M}{L_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow M = \frac{N_2}{N_1} L_1 = \frac{375}{2500}\, 24\,\text{mH} \Rightarrow \boxed{M = 3.6\ \text{mH}}$$

5. Una onda electromagnética de 750 MHz se propaga en sentido positivo del eje z y su campo magnético oscila en dirección del eje x con una amplitud de 50 nT. Determinar: (**a**) la expresión de los vectores campo eléctrico y campo magnético de la onda; (**b**) la diferencia de fase entre dos puntos del eje z que distan 5 cm; (**c**) la energía, U, que incide cada minuto sobre una superficie de área 2 m^2 perpendicular al eje z.



Suponiendo fase inicial 0 en $z=0$, y $\vec{B}$ en el sentido positivo del eje x en esa posición y tiempo:

$$\vec{B} = B_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{\imath}$$

Como $\vec{B} \times \vec{c} = \vec{E}$ (B por c da E), dibujando $\vec{B}$ y c, obtenemos la dirección y el sentido de $\vec{E}$, según se ve en el dibujo:

$$\vec{E} = -E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{\jmath}$$

Conocemos $f = 750$ MHz, $B_0 = 50$ nT y $c = 3\times10^8$ m/s.

Necesitamos obtener k, ω y E_0:

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \times 750 \times 10^6$ rad/s $\Rightarrow$ $\underline{\omega = 1.5\pi \times 10^9 \text{ rad/s}}$

$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c} = \frac{1.5\pi\times10^9}{3\times10^8}\ \frac{\text{rad}}{\text{m}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{k = 5\pi \text{ rad/m}}$, $\lambda = \frac{2\pi}{k} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5\pi} \Rightarrow \underline{\lambda = \frac{2}{5}\text{ m} = 0.4\text{ m}}$

$E_0 = B_0 c = 50\times10^{-9}\text{ T} \times 3\times10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 150\times10^{-1}\frac{\text{V}}{\text{m}} \Rightarrow \underline{E_0 = 15\frac{\text{V}}{\text{m}}}$

Sustituyendo:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{B} &= 50\text{ nT} \cos(5\pi z - 1.5\times10^9\pi t)\,\hat{\imath} \\ \vec{E} &= -15\tfrac{\text{V}}{\text{m}} \cos(5\pi z - 1.5\times10^9\pi t)\,\hat{\jmath} \end{aligned}}$$

(z en m, t en s.)

(b) $\Delta\varphi$ si $\Delta z = 5$ cm, $\Delta\varphi = k\Delta z = 5\pi\times0.05 = 0.25\pi \Rightarrow$

$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}\text{ rad} = 0.25\pi\text{ rad}}$ También $\frac{0.05}{\lambda} = \frac{0.05}{0.4} = \frac{1}{8} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

(c) $U = Pt = IAt$; donde $I = \frac{1}{2\mu_0}E_0B_0 = \frac{15\times50\times10^{-9}}{2\times4\pi\times10^{-7}} = 0.298\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

$A = 2\text{ m}^2$; $t = 60$ s.

Sustituyendo $U = 0.298\times2\times60$ J $\Rightarrow$ $\boxed{U = 35.8\text{ J}}$