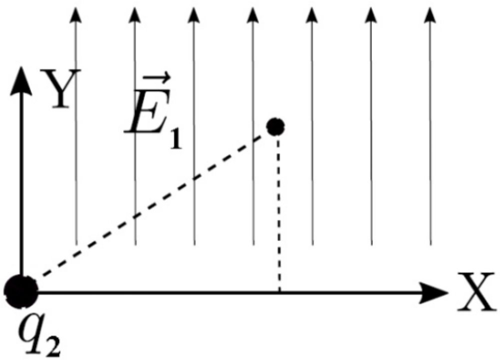
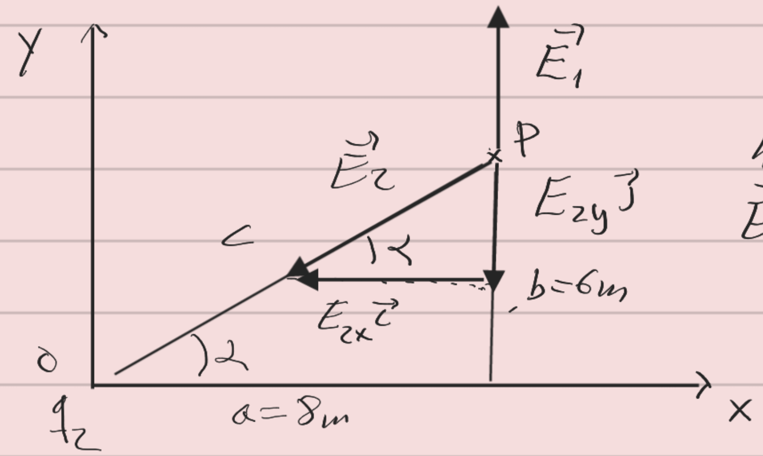
1. Opción A

En una zona del espacio existe un campo eléctrico uniforme de valor $\vec{E}_1 = 54\vec{j}$ V/m. Colocando una carga puntual q_2 en el origen de coordenadas se quiere conseguir que el campo total $\vec{E}$ en el punto $P = (8, 6)$ m sea horizontal. (a) Determinar el signo de la carga q_2 y realizar un dibujo de los campos $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ y $\vec{E}$. (b) Determinar el campo eléctrico (total) $\vec{E}$ en el punto P (c) Determinar el trabajo realizado por cada campo y el total si una carga $q_3 = +1\,\mu$C se deplaza del punto P al punto P' situado a 20 m de q_2 y con coordenada $y_2 = 6$ m.





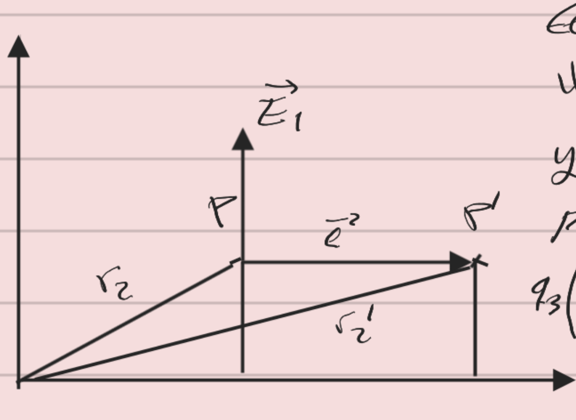
Para que $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ sea horizontal, como $\vec{E}_2 = E_{2x}\vec{i} + E_{2y}\vec{j}$ y $\vec{E}_1 = E_1\vec{j}$, tenemos que $\vec{E} = E_{2x}\vec{i} + (E_1 + E_{2y})\vec{j}$ debe tener nula la componente y, luego $E_{2y} = -E_1$

Como $\vec{E}$ tiene la dirección $\vec{OP}$, esto solo es posible si $\vec{E}_2$ va dirigido hacia q_2 en O, que corresponde a una carga negativa ($\vec{E}$ tiene el sentido de una fuerza sobre una carga positiva). El dibujo expresa estas condiciones. Luego $\boxed{q_2 \text{ es negativa}}$

(b) En el triangulo rectangulo que forman E_{2x}, E_y y E, así como a, b, c, tenemos que $tg\alpha = \frac{|E_y|}{|E_x|}$. Además, $c = \sqrt{6^2+8^2} = 10$ m, $tg\alpha = \frac{b}{a} = \frac{6}{8}$, luego $|E_x| = \frac{|E_y|}{tg\alpha} = 54\frac{V}{m}\,\frac{8}{6} = 72$. Luego $\vec{E}_2 = (-72\vec{i} - 54\vec{j})\frac{V}{m}$ y

$\boxed{\vec{E} = -72\vec{i}\ \frac{V}{m}}$ Podemos calcular $E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{72^2+54^2} \Rightarrow E_2 = 90$ y como $E_2 = k_e\frac{|q_2|}{c^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{E_2 c^2}{k_e} = \frac{90\times10^2}{9\times10^9} \Rightarrow q_2 = -1\mu C$

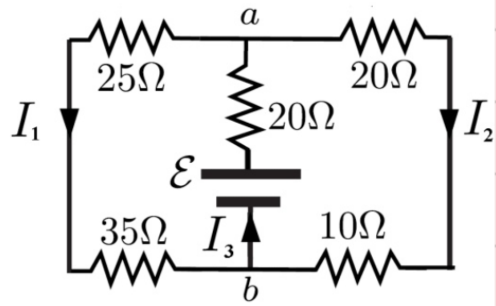
(c)

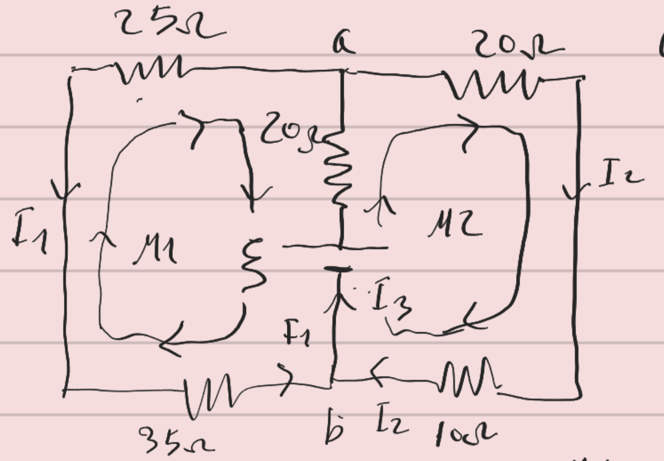


El trabajo realizado por $\vec{E}_1$ es nulo pues $W_1 = q_3\Delta V_1 = q_3\vec{E}_1\vec{l}$ en un campo uniforme y $\vec{E}_1 \perp \vec{l}$. $\boxed{W_1 = 0}$. El trabajo realizado por q_2 es $W_2 = q_3(V_2(P) - V_2(P')) =$ $q_3\left(k_e\frac{q_2}{r_2} - k_e\frac{q_2}{r_2'}\right) = -k_e q_3 |q_2|\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'}\right) =$ $= -9\times10^9\times(10^{-6})^2\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right) \Rightarrow \boxed{W = W_2 = -4.5\times10^{-5}\ J}$

2. Opción A

En el circuito de la figura (**a**) Escribir las reglas de Kirchhoff para las mallas y nudos. (**b**) Si la diferencia de potencial en la resistencia de $10\,\Omega$ es de $2\,\mathrm{V}$, obtener las tres intensidades. (**c**) Calcular la f.e.m ξ del generador. (**d**) Obtener la resistencia equivalente vista desde el generador. (**e**) Calcular la potencia producida en el generador y la total consumida en las resistencias.





(a) Ecuaciones de nudo $\sum I_i = 0$ (+I_i si sale, −I_i si entra)

Nudo a: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Nudo b: $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$ (que es redundante)

Ecuaciones de mallas $\sum \xi_i = \sum R_i I_i$ (+ sentido de la malla, − en contra)

Tomamos las mallas indicadas en sentido horario:

M1: $-\xi = -I_1(25+35) - I_3 20$ ó $\boxed{\xi = 60 I_1 + 20 I_3}$

M2: $\xi = I_2(20+10) + I_3 20$ ó $\boxed{\xi = 30 I_2 + 20 I_3}$

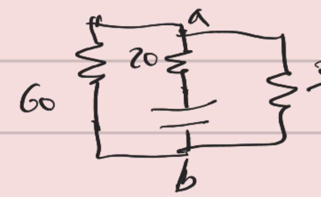
(b) Entonces $2V = 10\Omega\, I_2 \Rightarrow \boxed{I_2 = 0{,}2\,A}$, Para obtener I_1, calculamos primero $V_{ab} = I_2(20+10) = 0{,}2 \times 30 \Rightarrow \underline{V_{ab} = 6V}$ y como $V_{ab} = I_1(25+35) = 60 I_1 \Rightarrow$

$I_1 = \frac{6V}{60\Omega} \Rightarrow \boxed{I_1 = 0{,}1\,A}$. De la ecuación del nudo a: $I_3 = I_1 + I_2 = 0.1 + 0.2 \Rightarrow \boxed{I_3 = 0{,}3\,A}$

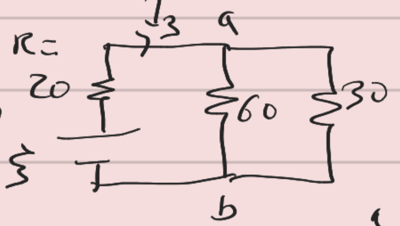
(c) Usamos la ecuación de la malla (1): $\xi = 60 \times 0{,}1 + 20 \times 0{,}3 \Rightarrow \boxed{\xi = 12\,V}$

(d) Las resistencias 25 y 35 están en serie y equivalen a una de $25+35 = 60\Omega$
" " 20 y 10 " " " " " " " " $20+10 = 30\Omega$

El circuito queda



, o bien



30Ω y 60Ω están en paralelo, pues están conectadas a la misma ddp V_{ab}.

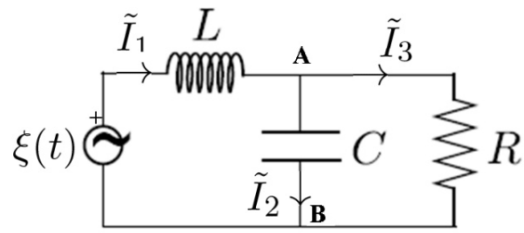
R': resistencia equivalente a 60Ω y 30Ω en paralelo: $\frac{1}{R'} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{1+2}{60} \Rightarrow R' = 20\Omega$ y R' está en serie con $R = 20\Omega \Rightarrow R_{eq} = R + R' = 20 + 20$ $\Rightarrow \boxed{R_{eq} = 40\Omega}$

(e) $P_\xi = \xi I_3 = 12 \times 0{,}3 \Rightarrow \boxed{P_\xi = 3{,}6\,W}$ Hemos usado que I_3 y ξ tienen igual sentido.

$P_R = I_3^2 R_{eq} = 0{,}3^2 \times 40 \Rightarrow \boxed{P_R = 3{,}6\,W}$ Como es lógico salen iguales, lo que se conoce como el balance de potencia. También se podría calcular la potencia consumida como: $P_R = I_1^2 60 + I_2^2 30 + I_3^2 20 \Rightarrow$

$P_R = 0{,}1^2 \times 60 + 0{,}2^2 \times 30 + 0{,}3^2 \times 20 = 3{,}6\,W$ c.q.d.

3. En el circuito de la figura, $\xi(t) = 4\cos(100\pi t)$ V, siendo $R = 50\,\Omega$ y las reactancias (módulo de las impedancias) del condensador y de la bobina iguales $X_L = X_C = 50\,\Omega$. Calcular: (a) las impedancias $\tilde{Z}_L$, $\tilde{Z}_C$ y $\tilde{Z}_R$ de cada elemento. (b) La impedancia equivalente (c) La intensidad $\tilde{I}_1$ que atraviesa el generador. (d) la diferencia de potencial $\tilde{V}_{AB}$ usando el camino que pasa por el generador. (e) La intensidad que atraviesa el condensador $\tilde{I}_2$ y la resistencia $\tilde{I}_3$. (f) Dibujar el diagrama fasorial de las intensidades. (g) Calcular la potencia consumida en el circuito y la generada en la fuente.



(a). Como las impedancias de R, L y C son $\tilde Z_R = R$; $\tilde Z_L = j\omega L$ y $\tilde Z_C = -\frac{j}{\omega C}$ $\Rightarrow$

$\boxed{\tilde Z_R = 50\,\Omega;\ \tilde Z_L = 50j\,\Omega \text{ y } \tilde Z_C = -50j\,\Omega}$

(b) $\tilde Z_C$ y $\tilde Z_R$ están en paralelo, luego: $\frac{1}{\tilde Z_{CR}} = \frac{1}{50} + \frac{1}{-50j} = \frac{1}{50}(1+j) \Rightarrow \tilde Z_{CR} = \frac{50}{(1+j)} \Rightarrow$

$\tilde Z_{CR} = \frac{50}{(1+j)}\frac{(1-j)}{(1-j)} = \frac{50(1-j)}{1^2+1^2} \Rightarrow \tilde Z_{CR} = (25-25j)\,\Omega = 25\sqrt{2}e^{-j\pi/2}\,\Omega$. Como $\tilde Z_{CR}$ y $\tilde Z_L$ están en serie $\tilde Z = \tilde Z_L + \tilde Z_{CR} = 50j + (25-25j) \Rightarrow \boxed{\tilde Z = (25+25j)\,\Omega = 25\sqrt{2}e^{j\pi/4}\,\Omega}$

(c) Por la ley de Ohm en c.a.: $\tilde\xi = \tilde I_1 \tilde Z$ y como $\tilde\xi = 4e^{j0} = 4V \Rightarrow$

$\tilde I_1 = \frac{4}{25+25j} = \frac{4}{25}\frac{1}{(1+j)}\frac{(1-j)}{(1-j)} = \frac{4(1-j)}{25\times 2} \Rightarrow \boxed{\tilde I_1 = 0{,}08(1-j)A = 0{,}08\sqrt{2}e^{-j\pi/4}A}$

No lo piden, pero $I_1(t) = 0{,}08\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/4)$ A.

(d) Usando la ley de Kirchhoff del potencial en un camino $V_A - V_B = \sum \tilde I_i \tilde Z_i - (\sum \tilde\xi_i)$ con signo (+) si I_i o ξ_i están en dirección A→B y (−) en caso contrario:

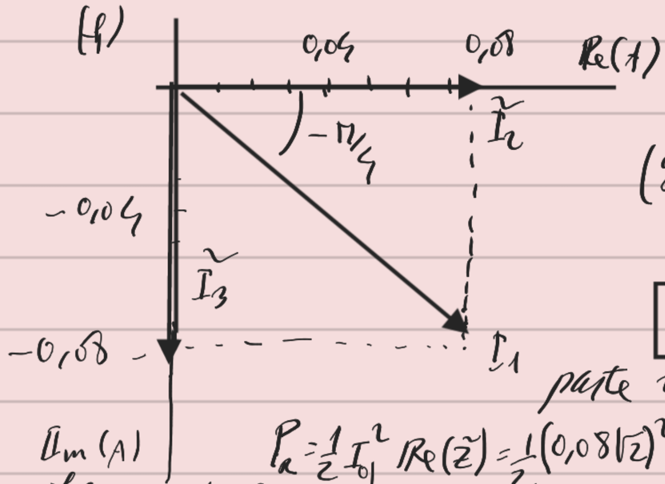
$V_{AB} = V_A - V_B = -\tilde I_1 \tilde Z_L - (-\tilde\xi) = -0{,}08(1-j)50j + 4 = -4(1-j)j + 4 = -4(j-j^2)+4 \Rightarrow$

$V_{AB} = -4(j+1)+4 \Rightarrow \boxed{V_{AB} = -4j\,V = 4e^{-j\pi/2}\,V}$

(e) Por la ley de Ohm en c.a.: $\tilde I_2 = \frac{\tilde V_{AB}}{\tilde Z_C}$ y $\tilde I_3 = \frac{\tilde V_{AB}}{\tilde Z_R} \Rightarrow$

$\tilde I_2 = \frac{-4j}{-50j} \Rightarrow \boxed{\tilde I_2 = 0.08A = 0.08Ae^{j0}A}$; $\tilde I_3 = \frac{-4j}{50} \Rightarrow \boxed{\tilde I_3 = -0{,}08jA = 0{,}08e^{-j\pi/2}A}$

(f)



Se puede ver que $\tilde I_1 = \tilde I_2 + \tilde I_3$

(g) P generada $P_\xi = \frac{1}{2}\xi_0 I_{01}\cos(\Delta\varphi) \Rightarrow$

$P_\xi = \frac{1}{2}4\times 0{,}08\sqrt{2}\cos(0-45^\circ) = 2\times 0{,}08\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\boxed{P_\xi = 0{,}16W}$ P consumida la podemos calcular en parte real de la impedancia equivalente o en la resistencia física

$P_R = \frac{1}{2}I_{01}^2 Re(\tilde Z) = \frac{1}{2}(0{,}08\sqrt{2})^2 25 = 0{,}16W$; $P'_R = \frac{1}{2}I_{03}^2 R = \frac{1}{2}(0{,}08)^2 50 = 0.16W \Rightarrow \boxed{P_C = 0{,}16\,W}$

Lógicamente $P_\xi = P_C$