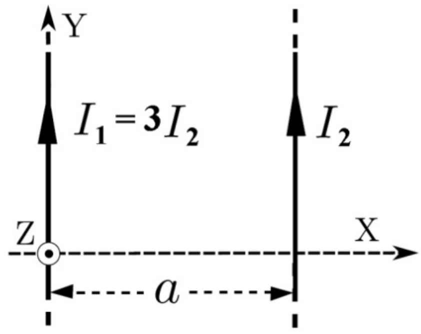
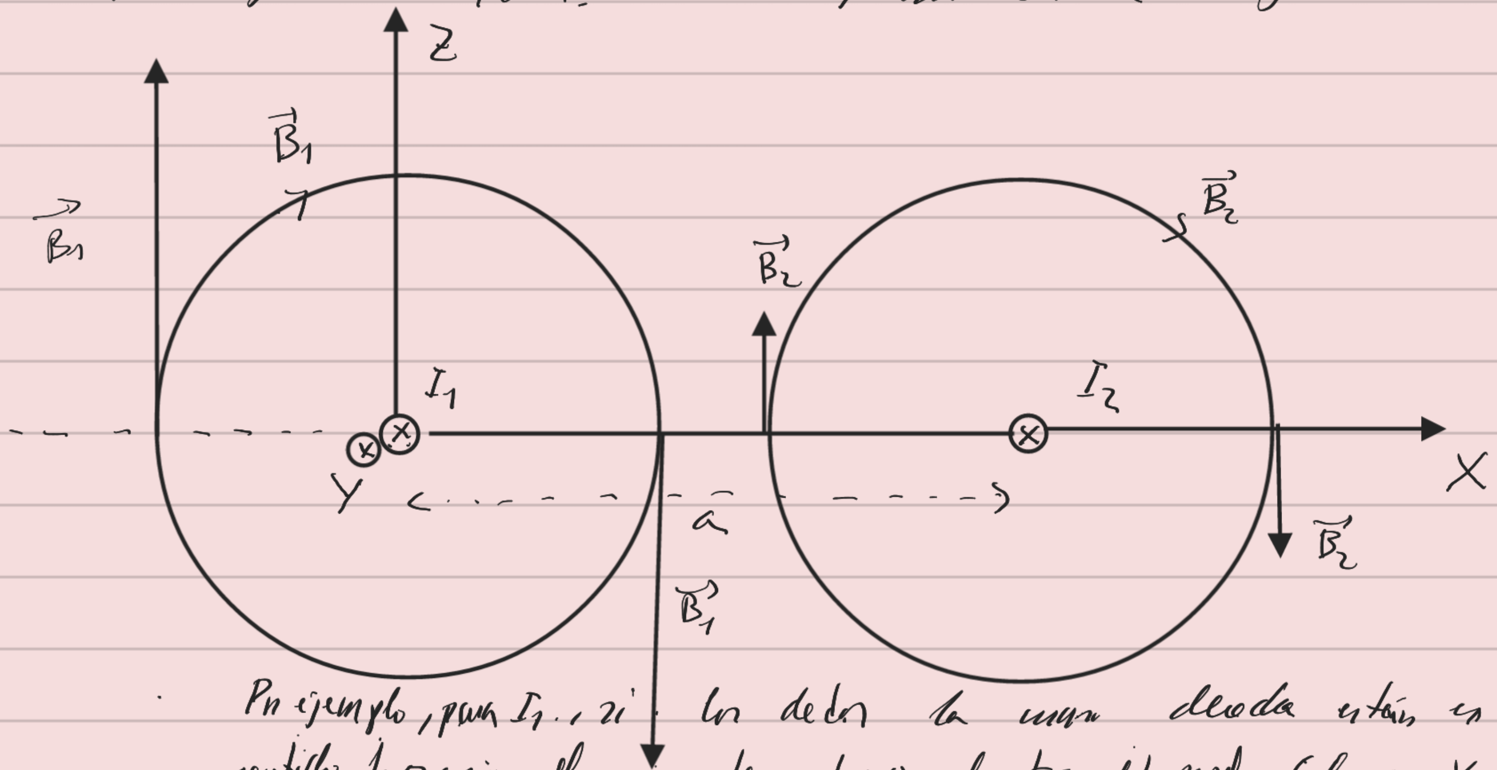
Grupo 2: Segundo parcial (19-05-2022) **FÍSICA 2. Grado en Ingeniería de la Salud**

Notas importantes: 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) Razonar todos los pasos. 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades y cifras significativas correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja; ejemplos: $\boxed{\vec{E} = \frac{k_e q_1}{r^2}\vec{u}_r}$ o bien $\boxed{E_{\text{fin}} = 3{,}20\text{V/m}}$. 4) Haga dibujos muy grandes (media página) con todas las magnitudes implicadas.

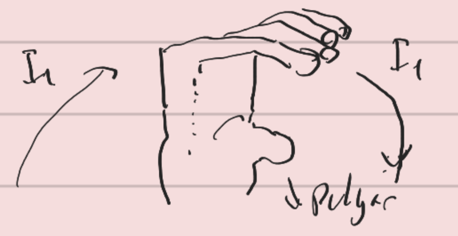
1. Opción A Dos hilos conductores de longitud infinita contenidos en el plano XY transportan intensidades paralelas al eje Y cuyos valores y sentidos se indican en la figura. (**a**) Realizar un dibujo (media página) con la proyección sobre el plano XZ, dibujando una línea de campo magnética para cada conductor a la misma distancia de cada conductor, así como dibujando los campos magnéticos $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ en los puntos de corte de dichas líneas con el exe X (4 campos). (**b**) Determinar la coordenada x del punto del eje X en el cual el campo magnético total $\vec{B}$ es nulo. (**c**) Obtener la fuerza magnética, (vector) $\vec{F}$, que ejercen sobre una partícula de carga $q = -e$ a su paso por el punto del plano XY de coordenas $(3a/2, b)$ con velocidad $\vec{v} = w\,\vec{\jmath} + u\,\vec{k}$ (no sustituir e).



(a) Las líneas de campo creadas por un hilo infinito son circunferencias en el plano perpendicular al hilo. Como los hilos son paralelos al eje Y, estarán en el plano XZ. Además centradas en el hilo y su sentido determinado por la regla de Maxwell. Es decir, como en el dibujo



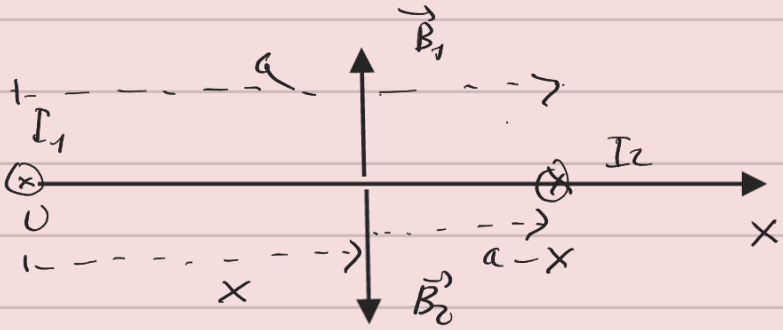
Por ejemplo, para I_1, si los dedos de la mano derecha están en sentido horario, el pulgar hacia dentro del papel. El eje Y también apunta hacia dentro: $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$. Los campos magnéticos son tangentes a las líneas de campo y tienen los sentidos indicados al cortar el eje X



Esquema de la regla de Maxwell para I_1.

Si la distancia al conductor es la misma $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 3I_2}{2\pi r} = 3B_2$, como se representa en el dibujo.

(b) En el dibujo vemos que $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tienen sentido contrario para $0<x<a$ y el mismo sentido en el resto del eje. Para que $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$, $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$, esto es, tiene sentidos opuestos. Esto puede ser para $0<x<a$.



Como $I_1 > I_2$, el punto estará más lejos de I_1.
Entonces $r_1 = |x|$.
Como $x>0$, $|x| = x$.
$r_2 = |a-|x|| = |a-x| \Rightarrow$
$\Rightarrow r_2 = a-x$ pues $a>x$.

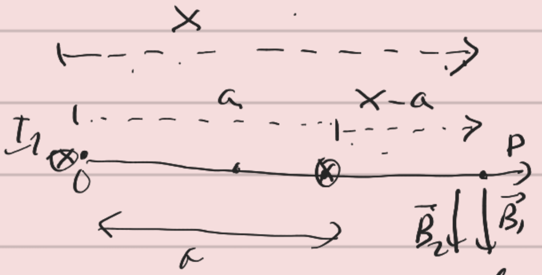
$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 3I_2}{2\pi x}$; $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (a-x)}$. Si $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2 \Rightarrow B_1 = B_2 \Rightarrow$

$\frac{\mu_0 3I_2}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (a-x)} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{1}{a-x} \Rightarrow \frac{x}{3} = a-x \Rightarrow x = 3a-3x \Rightarrow 4x = 3a$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{4}a}$ Es lógico, $r_1 = \frac{3}{4}a = 3\left(\frac{a}{4}\right) = 3r_2$. El punto está 3 veces más lejos del conductor con 3 veces más intensidad.

(c) $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$, necesitamos obtener $\vec{B}$ en $(x,y) = (\frac{3}{2}a, b)$ $(z=0)$
Como $a<x$, los dos campos tienen el mismo sentido $(-\vec{k})$.
La coordenada y no afecta a $\vec{B}$, pues las líneas de campo son circunferencias en el plano xz para cualquier y. Calculamos los módulos $r_1' = |x| = x = \frac{3}{2}a$

$\Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1'} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \frac{3}{2}a} = \frac{\mu_0 3I_2}{2\pi \frac{3}{2}a} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I_2}{\pi a}$



$(|x|>a)$ $(x>0)$
$r_2' = ||x|-a| = |x|-a = x-a = \frac{3}{2}a - a = \frac{1}{2}a$

$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2'} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \frac{1}{2}a} \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{\pi a} = B_1$

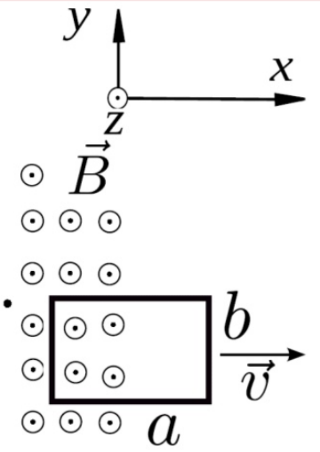
Luego $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -2B_1\vec{k} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{2\mu_0 I_2}{\pi a}\vec{k}$ y

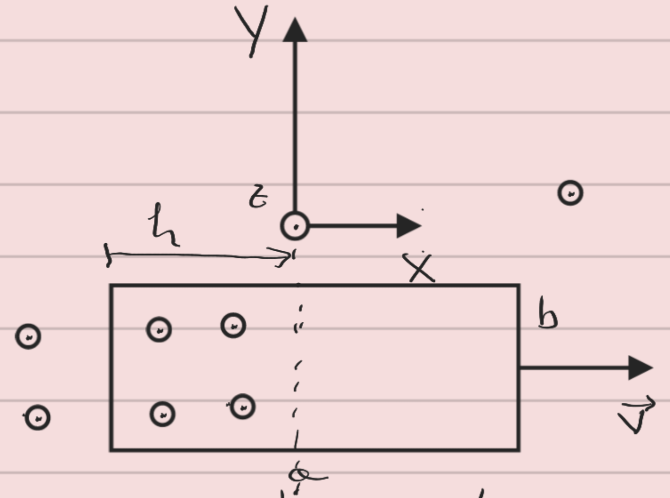
$\vec{F} = \overset{-e}{q}(w\vec{j} + \underbrace{u\vec{k})\times\left(-\frac{2\mu_0 I_2}{\pi a}\vec{k}\right)}_{0} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{2e\mu_0 I_2}{\pi a}w\vec{i}}$

$\vec{i}$ $\vec{j}$ $\vec{k}$

$\vec{j}\times\vec{k} = \vec{i}$

2. Opción A La espira rectangular conductora del dibujo, de dimensiones a y b y resistencia R sale a velocidad constante v de una región ($-\infty < x < 0$) donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$, de forma que comienza a salir en $t = 0$ y termina de salir en t_f. (**a**) Obtener el flujo magnético $\Phi_B(t)$ en función del tiempo para ($0 < t < t_f$). (**b**) Obtener el módulo de la fuerza electromotriz $|\xi_i|$ e intensidad $|I_i|$ inducidas en el mismo intervalo de tiempo. (**c**) Deducir al sentido de I_i usando tanto la Ley de Lenz como matemática/geométricamente, comprobando que el resultado es el mismo. (**d**) Obtener el valor de la fuerza magnética $\vec{F}$ sobre el lado izquierdo de la espira durante el periodo considerado (desprecie el campo magnetico inducido frente al inicial). (**e**) Calcular el vector momento magnético de la espira $\vec{m}$. Nota: ilustre Las dos últimas cuestiones con un un dibujo grande (media página) en el que aparezcan todas las magnitudes implicadas.





El flujo magnético viene dado por $\Phi_B = \int_A \vec{B}\cdot d\vec{A}$, y si $\vec{B}$ es uniforme y la espira es plana:

$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A}$

En la parte derecha de la espira ($x>0$) $\vec{B}=0$, por lo que solo tenemos en cuenta la parte izquierda de lados $b, h \Rightarrow A = bh$.

Elegimos $\vec{A} = A\vec{k}$ ⊙, que define en la espira sentido antihorario por la regla de la mano derecha o de Maxwell (el sentido de las agujas del reloj, el tiempo aleja del pasado). En este caso, al revés.

Luego $\vec{B} = B\vec{k}$ y $\vec{A} = b\cdot h\vec{k} \Rightarrow \Phi_B = Bbh(\vec{k}\cdot\vec{k}) = Bbh$.

Calculamos h, disminuye a v cte, luego $h = h_0 - vt$. Como $h(0)=a$ (toda dentro) $\Rightarrow h = a - vt \Rightarrow$ $\boxed{\Phi_B = Bb(a-vt)}$ hacia fuera.

Φ_B y h son positivos en el periodo considerado, antes de salir en $t_f = \frac{a}{v}$.

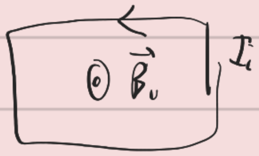
(b) $\xi_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = Bbv$ (+, luego sentido + o antihorario)

$I_i = \frac{\xi_i}{R} \Rightarrow I_i = \frac{Bbv}{R}$ (" , " " " ")

$\boxed{|\xi_i| = Bbv}$, $\boxed{|I_i| = \frac{Bbv}{R}}$

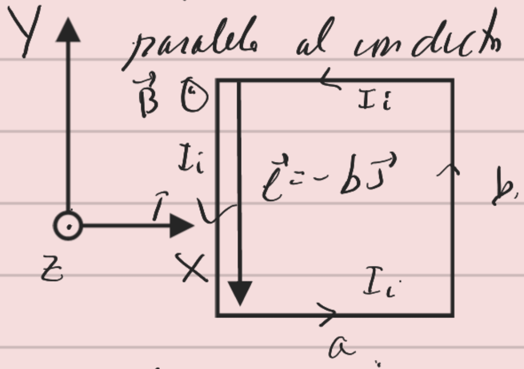
(c) Geométricamente, lo hemos obtenido en (b). Como ξ_i era positiva, tiene el sentido definido como positivo al elegir el sentido de $\vec{A}$, antihorario.

Usando la ley de Lenz: Tenemos Φ_B hacia fuera, pero que disminuye al disminuir el área efectiva. Luego se producirá un campo magnético inducido que intenta que no disminuya, hacia afuera.



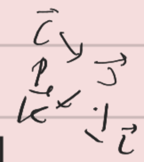
La intensidad I_i que lo produce está relacionada con $\vec{B}_i$ por la regla de Maxwell. $\boxed{\text{antihorario}}$

(d) $\vec{F}_m = I\vec{\ell}\times\vec{B}$, en este caso $I=|I_i|$ y $\vec{\ell}$ un vector paralelo al conductor y con el sentido de I_i.



$\vec{\ell} = -b\vec{j}$, $\vec{B} = B\vec{k} \Rightarrow$

$\vec{F} = |I_i|\underbrace{(-b\vec{j})\times(B\vec{k})}_{\vec{i}} \Rightarrow$



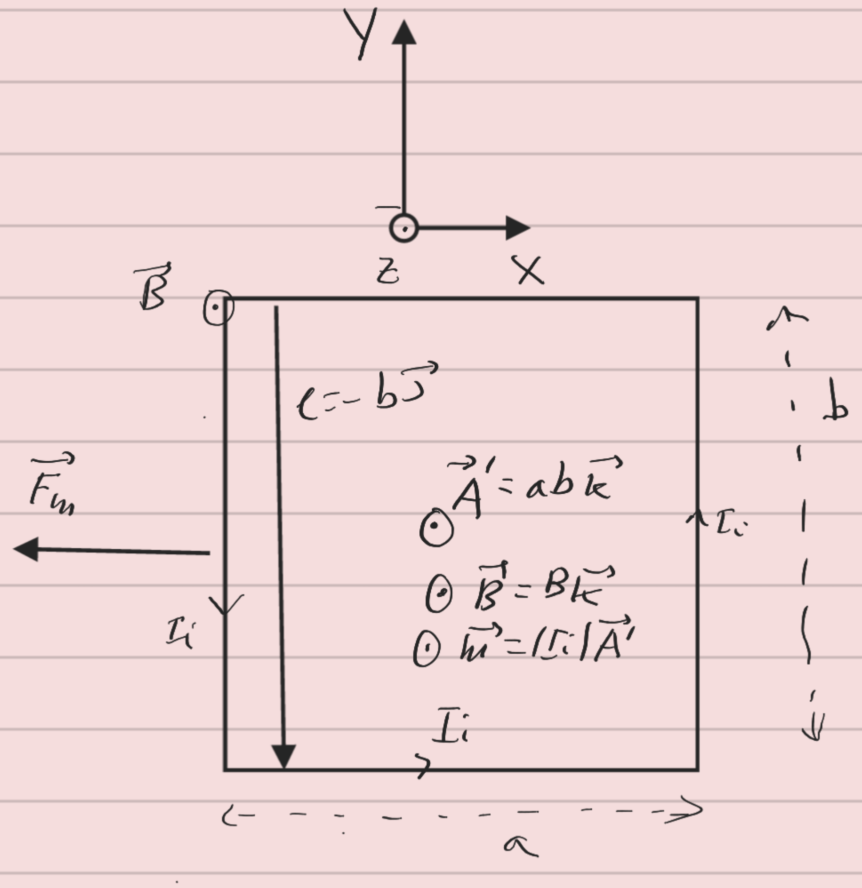
$\vec{F} = -\frac{Bbv}{R}\, bB(\vec{i}) \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\frac{B^2b^2v}{R}\vec{i}}$

Resultado lógico. Por la ley de Lenz, se opone al movimiento.

(e) El momento magnético de la espira es $\vec{m} = I\vec{A}'$. En este caso $I=|I_i|$ y $|\vec{A}'| = ab$, y $\vec{A}$ tiene el sentido determinado por la regla de Maxwell para un tornillo que gira con I_i

$\Rightarrow \vec{m} = |I_i|\, ab\,\vec{k} \Rightarrow$

$$\vec{m} = \frac{Bbv}{R}ab\vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{m} = \frac{Bb^2av}{R}\vec{k}}$$



3.- Una onda electromagnética plana de frecuencia $f = 10$ MHz se propaga en el sentido negativo del eje Z de forma que su campo magnético en el origen de coordenadas y en el instante inicial tiene la dirección positiva del eje Y con una amplitud B_0=10 nT. Determinar: (a) su periodo, longitud de onda, número de ondas y vector de ondas; (b) la expresión completa de los vectores campo eléctrico y magnético de la onda. Realizar un dibujo de la onda incluyendo dichos vectores en el origen de coordendadas en $t = 0$ y la velocidad $\vec{c}$ de la onda. (c) La potencia P que incide sobre una superficie de $1\,\mathrm{cm}^2$ colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda. (d) La energía de cada fotón y el número de fotones N_t que incide por segundo sobre dicha superficie. Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $h = 4,14 \cdot 10^{-15}$ eV s, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A.

(a) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10 \times 10^6\,s^{-1}} \Rightarrow \boxed{T = 10^{-7} s}$ $\quad c = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = cT$

$\Rightarrow \lambda = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}\, 10^{-7} s \Rightarrow \boxed{\lambda = 30 m}$ $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{30} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{k = \frac{2\pi}{30} \mathrm{rad/m}}$ Como $\vec{k}$ // dirección de propagación $-\vec{J} \Rightarrow$

$\boxed{\vec{k} = -\frac{2\pi}{30} \vec{J} \ \mathrm{rad/m}}$ Además $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow$
$\omega = 2\pi \times 10^7$ rad/s

(b) Primero obtenemos $\vec{B}$, como vibra // eje Y $\vec{B} = B\vec{J}$ y como se propaga en la dir negativa del eje Z:

$\vec{B} = B_0 \cos(kz + \omega t)\vec{J}$

Igual signo, pues se propaga en el sentido $\ominus$.

Podíamos deducirlo a partir de $\vec{k}$: $\vec{B} = B_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\vec{k} \Rightarrow$

$\vec{B} = B_0 \cos((-k\hat{k})\cdot(x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}) - \omega t)\vec{J} = B_0 \cos(-kz - \omega t)\vec{J} \Rightarrow$

$\vec{B} = B_0 \cos(kz + \omega t)\vec{J}$

Hemos elegido el origen de t, tal que $\varphi_0 = 0$ y $\vec{B}$ tiene en $z=0, t=0$, el sentido indicado. Luego:

$$\boxed{\vec{B} = 10\,nT \cos\left(\frac{2\pi}{30}\frac{rad}{m} z + 2\pi \times 10^7 \frac{rad}{s} t\right)\vec{J}}$$

Para $\vec{E}$, usamos $\vec{B} \times \vec{c} = \vec{E}$ (B por c Da E)

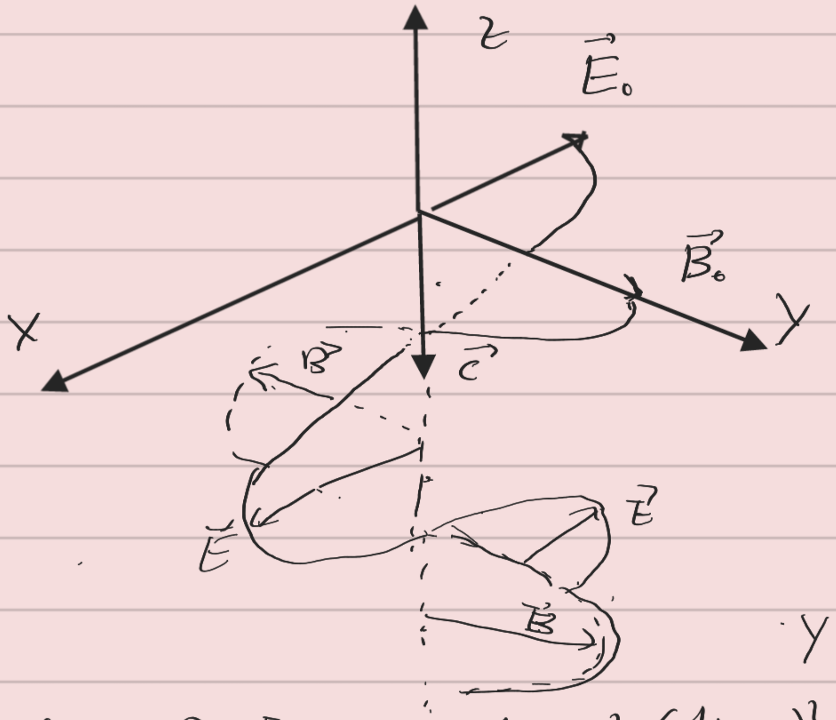
$\vec{E}$ es perpendicular a $\vec{c} = -c\vec{k}$ y $\vec{B} = B\vec{J}$. Nos falta el sentido.

$\vec{B} \times \vec{c} = (B\vec{J}) \times (-c\vec{k}) = -Bc\, \vec{J} \times \vec{k} = -Bc\,\vec{\imath}$. Sentido $(-\vec{\imath})$ en $\substack{z=0 \\ t=0}$

luego $\vec{E} = -E\vec{\imath}$. Además $E_0 = cB_0 \Rightarrow E_0 = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}\, 10 \times 10^{-9} T \Rightarrow E_0 = 3 V/m$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\vec{E} = -3 \frac{V}{m} \cos\left(\frac{2\pi}{30}\frac{rad}{m} z + 2\pi \times 10^7 \frac{rad}{s} t\right)\vec{\imath}}$$



$\vec{E}_0$ y $\vec{B}_0$ en
$\vec{E}$ y $\vec{B}$ en $y=0$, $t=0$.

(c) $P = I_m A$ $\qquad A = 1\,cm^2 \left(\frac{1\,m}{10^2\,cm}\right)^2 \Rightarrow A = 10^{-4}\,m^2$

$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

$$I_m = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 = \frac{1}{2\times 4\pi\times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}} \cdot 3\,\frac{V}{m}\,10^{-8}\,T = \frac{0{,}0375}{\pi}\,W/m^2$$

$$\Rightarrow P = \frac{0{,}0375}{\pi}\,\frac{W}{m^2}\,10^{-4}\,m^2 \Rightarrow \boxed{P = 1{,}19\ \mu W}$$

(d) $E_f = hf = 4{,}14\times10^{-15}\,eV\,s \times 10^{8}\,s^{-1} \Rightarrow \boxed{E_f = 4{,}14\times10^{-7}\,eV}$

$$P = N_t E_f \Rightarrow N_t = \frac{P}{E_f} = \frac{1{,}19\times10^{-6}\,W}{4{,}14\times10^{-7}\,eV}\left(\frac{1\,eV}{1{,}6\times10^{-19}\,J}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{N_t = 1{,}80\times10^{19}\ \text{fotones/s}}$$