Física 2

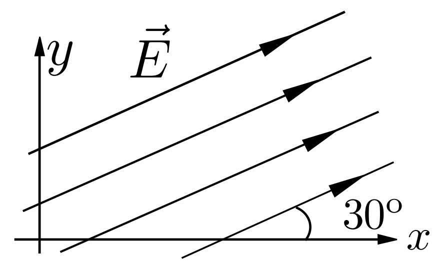
Grado en Ingeniería de la Salud. **Grupo 1.**

Segundo parcial (25/04/2018)

Notas importantes: 1) No use lápiz ni tinta roja. 2) Razone todos los pasos, escriba las fórmulas y sustituya. 3) Dé los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja; ejemplos: $\boxed{a = \frac{1}{2} g\, t^2}$ o bien $\boxed{a = 3\,\mathrm{m/s^2}}$.

CAMPO ELECTROSTÁTICO (3.5 puntos)

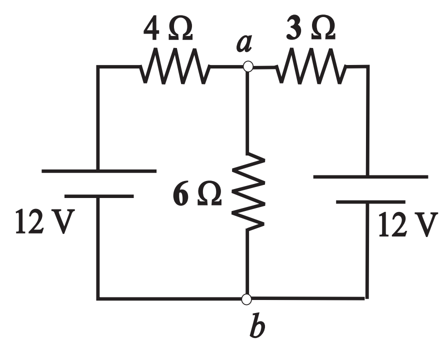
1.- (7 puntos) El campo electrostático uniforme de la figura tiene de módulo $E_0 = 400\,\mathrm{V/m}$ y sus líneas de campo forman un ángulo de 30° con el eje x. Determinar: **(a)** la expresión en forma de vector del campo electrostático $\tilde{E}_0$ (al no tener componente z sólo escribiremos las componentes x e y); **(b)** la diferencia de potencial $V_{0,A} - V_{0,B}$ entre los puntos de coordenadas $A = (3, 2)\,\mathrm{cm}$ y $B = (3, 12)\,\mathrm{cm}$. **(c)** Si además se coloca una carga $Q_1 = 1/3\,\mathrm{nF}$ en el punto $C = (3, 22)\,\mathrm{cm}$, calcular la fuerza total que actúa sobre una carga $Q_2 = -1\,\mathrm{nC}$ colocada en el punto B y **(d)** el trabajo que realizan la fuerza eléctrica total cuando se desplaza Q_2 del punto B al punto A. **(e)** Realize un esquema del problema. Datos: $k_e = 9 \times 10^9 \mathrm{Nm^2/C^2}$.



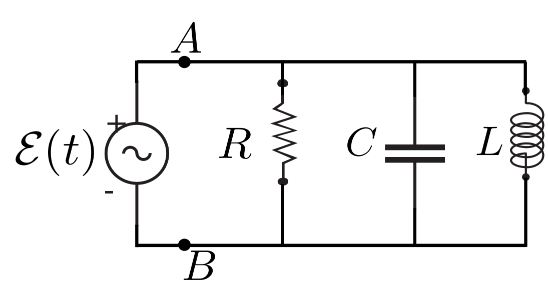
2.- (3 puntos) Deducir la energía de un condensador de capacidad C con una carga Q.

CIRCUITOS (6.5 puntos)

3.-(3.5 puntos) En el circuito de la figura determinar (**a**) La corriente en cada rama (**b**) Calcular $V_{ab} = V_a - V_b$ a traves de dos caminos diferentes; (**b**) La potencia consumida en cada resistencia; (**c**) Las potencias producidas en cada generador.

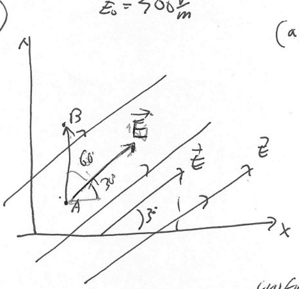


4.- (5 puntos) En el circuito de la figura, $\xi(t) = 72\cos(2000t)$ V, siendo $R = 180\,\Omega$; $X_C = 40\,\Omega$ y $X_L = 120\,\Omega$ Calcular: **(a)** la impedancia del circuito vista desde los puntos A y B; **(b)** los fasores de las intensidades que circulan por el generador y por cada elemento; $\tilde{I}, \tilde{I}_R, \tilde{I}_L, \tilde{I}_C$ **(c)** la potencia media media consumida por cada elemento del circuito y la producida por el generador. **(e)** Representar en un diagrama fasorial las cuatro intensidades; **(f)** Obtener el elemento (R, L o C), y su valor, que debe conectarse en serie a la salida del generador para que la nueva impedancia total del circuito sea real.



2.- (1.5 punto) Si tenemos una impedancia formada por un condensador en serie con una resistencia y las caidas de potencial eficaces correspondientes son $V_{C,e}$ y $V_{R,e}$ y la total V_e explique la relación entre las tres caidas de potencial eficaces.

(1) $E_0 = 500\,\frac{V}{m}$



(a) $\vec{E} = E_0\cos(30°)\,\hat{\imath} + E_0\sin(30°)\,\hat{\jmath} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{E} = 500\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,\hat{\imath} + 500\,\frac{1}{2}\,\hat{\jmath}\ \frac{V}{m}.}$$

$$\boxed{\vec{E} = 200\sqrt{2}\,\hat{\imath} + 200\,\hat{\jmath}\ V/m}$$

(b) $A = (3,2)\ \text{cm} = (0.03, 0.02)\,\text{m}$

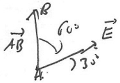
$B = (3,12)\ \text{cm} = (0.03, 0.12)\,\text{m}$

La dif. en un campo electrostático uniforme viene dada por: $V_A - V_B = \vec{E}\cdot\vec{AB}$

Calculamos $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = [(0.03, 0.12) - (0.03, 0.02)]\,\text{m} = (0, 0.1)\,\text{m} \Rightarrow$
$\vec{AB} = 0.1\,\hat{\jmath}\,\text{m}$. Luego.

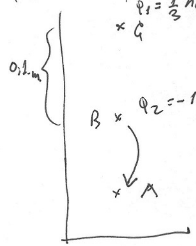
$$V_A - V_B = \vec{E}\cdot\vec{AB} = \underbrace{E_x AB_x}_{=0} + E_y AB_y = 200\cdot 0.1\,\frac{V}{m}\,m \Rightarrow \boxed{V_A - V_B = 20\,V}$$

O bien: $V_A - V_B = |\vec{E}||\vec{AB}|\cos(\varphi) = 500\,\frac{V}{m}\,0.1\,\text{m}\,\underbrace{\cos(60°)}_{1/2} =$
$= 500\times 0.1\times\frac{1}{2} = 20\ V.$



$$\boxed{V_A - V_B = 20\,V}$$

(c)



La fuerza sobre q_2 $\vec{F}_{21}$, debida a q_1, irá dirigida hacia q_1 pues las cargas son de diferente signo.

$G = (3,22)\ \text{cm} = (0.03, 0.22)\,\text{m}$.

$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = 0.1\,\hat{\jmath}\,\text{m}$.

$$\vec{F}_{21} = |\vec{F}_{21}|\,\frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} = F_{21}\,\hat{\jmath}$$

$$F_{21} = k_e\,\frac{|q_1||q_2|}{|\vec{CB}|^2} = 9\times10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2}\,\frac{\frac{1}{3}\,nC\cdot 1\,nC}{0.1^2\,m^2}\left(\frac{10^{-9}\,C}{1\,nC}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F}_{21} = 3\times10^{-7}\,\hat{\jmath}\ N}.$$

Además $\vec{F}_{02} = q_2\,\vec{E}_0 = -1\,nC\,(200\sqrt{2}\,\hat{\imath} + 200\,\hat{\jmath})\,\frac{N}{C}\left(\frac{10^{-9}\,C}{1\,nC}\right) \Rightarrow$

$\vec{F}_{02} = -(\sqrt{2} + \hat{\jmath}.$ y

$\vec{F} = \vec{F}_{02} + \vec{F}_{21}$, sumando $\boxed{\vec{F} = -(\sqrt{2}\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath})\times10^{-7}\,N}$

(1) continuación

(d) $W_{BA} = U_B - U_A$, pues es igual a la disminución de energía potencial. Este trabajo tiene dos partes, la debida a $\vec{E}_0$

$$W_{0,BA} = q_2(V_{0B} - V_{0A}) = -q_2(V_{0A} - V_{0B}) = -(-1\times10^{-9} C)(20 V) \Rightarrow$$

$$W_{0,BA} = 20\times10^{-9} J$$

Además el trabajo realizado por q_1 sobre q_2. Estando q_1 en C

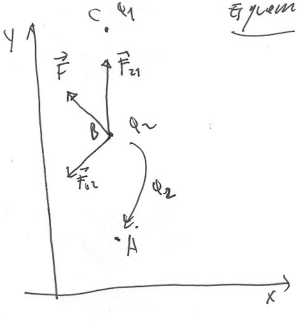
$$W_{1,BA} = q_2\left(V_1(B) - V_1(A)\right) = q_2\left(k_e \frac{q_1}{|\vec{CB}|} - k_e \frac{q_1}{|\vec{CA}|}\right) \Rightarrow$$

$$W_{1,BA} = k_e \frac{q_1 q_2}{|\vec{CB}|}\left(1 - \frac{1}{2}\right)$$, pues $|\vec{CA}| = 2|\vec{CB}|$ ya que $|\vec{CB}| = 0.1 m$ y $|\vec{CA}| = 0.2 m$

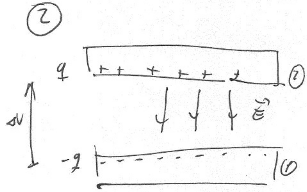
$$\Rightarrow W_{1,BA} = \frac{1}{2}\, 9\times10^{9} \frac{N m^2}{C^2} \frac{(-\frac{1}{3} nC)\, 1nC}{0.1 m}\left(\frac{10^{-9}}{1nC}\right)^2 \Rightarrow W_{1,BA} = -15\times10^{-9} J$$

Luego $\boxed{W = W_{0,BA} + W_{1,BA} = 5\times10^{-9} J}$

(e) Esquema



2



Suponemos un condensador a medio cargar con carga q (arriba) y $-q$ (abajo). Tiene una diferencia de potencial.
$\Delta V = V_+ - V_- = \frac{q}{C}$, estando q_+ a mayor potencial pues $\vec{E}$ sale de las cargas positivas y entra en las negativas. Y va de mayor a menor potencial.

Si una cantidad de carga muy pequeña dq se mueve de la armadura negativa a la positiva, la diferencia de potencial apenas varía.

La carga dq tiene una energía potencial en (1) de $V_- dq$
" " " " " " (2) de $V_+ dq$

Por lo tanto el aumento de energía del condensador varía en

$$dU = V_+ dq - V_- dq = \Delta V dq.$$

La energía total será la suma de los aumentos dU desde que q cambia de $q=0$ a $q=Q$, la carga final. Luego:

$$U = \int_{q=0}^{Q} \Delta V dq = \int_{q=0}^{Q} \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\frac{Q^2}{2}.$$

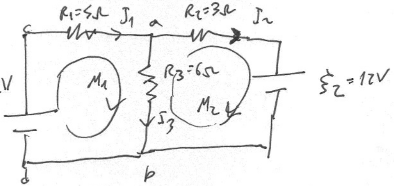
Sustituyendo $Q = C\Delta V$, obtenemos $U = \frac{1}{C}\frac{C\Delta V Q}{2} = \frac{1}{2} Q\Delta V$

y sustituyendo la nueva $U = \frac{1}{2}(C\Delta V)\Delta V \rightarrow U = \frac{1}{2} C\Delta V^2$.

En definitiva

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C\Delta V^2}$$

③ Asignamos sentidos a las intensidades en cada rama de forma arbitraria. También ponemos nombre a las diferentes magnitudes y puntos de interés.



También nombramos y asignamos sentido a las mallas. De forma arbitraria, ambas es sentido horario.

Hay dos nudos y una ecuación de nudos, por ejemplo $\underline{a}$: $\left\{ \begin{array}{l} \sum I_i = 0 \Rightarrow \\ I_3 + I_2 - I_1 = 0 \\ \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 \quad (0) \end{array} \right.$

Ecuaciones de mallas: $\sum \xi_i = \sum I_i R_i$

$$\left.\begin{array}{ll} M1: & \xi_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3 \\ M2: & -\xi_2 = R_2 I_2 - R_3 I_3 \end{array}\right\} \text{Sustituyendo:} \quad \begin{array}{ll} 12 = 5I_1 + 6I_3 & (1) \\ -12 = 3I_2 - 6I_3 & (2) \end{array}$$

Sumando (1)+(2) $\quad 5I_1 + 3I_2 = 0 \Rightarrow \underline{I_2 = -\frac{5}{3} I_1} \quad (3)$

Sustituyendo en (0) $\quad I_3 = I_1 - \left(-\frac{5}{3} I_1\right) \Rightarrow \underline{I_3 = \frac{7}{3} I_1} \quad (4)$

$\boxed{P_{\xi_1} + P_{\xi_2} = 18,67W \text{ igual a la potencia consumida}}$

Sustituimos (3) y (4) en (2) dividida por 3:

$$-4 = I_2 - 2I_3 \Rightarrow -4 = -\frac{5}{3} I_1 - \left(2\,\frac{7}{3} I_1\right) = -\frac{18}{3} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{12}{18} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{2}{3} A = 0,667 A}$$

Y por lo tanto de (3): $\quad I_2 = -\frac{5}{3}\left(\frac{2}{3}\right) A \Rightarrow \boxed{I_2 = -\frac{8}{9} A = 0,889 A}$

Y de (4) $\quad I_3 = \frac{7}{3}\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{I_3 = \frac{14}{9} A = 1,56 A}$

(b) Usamos la ec. de Kirchhoff de una rama $V_a - V_b = \sum I_i R_i - \left(\sum \xi_i\right)$, para el camino acdb: $V_a - V_b = -I_1 R_1 - (-\xi_1) = -\frac{2}{3}5 + 12 \Rightarrow \boxed{V_a - V_b = \frac{28}{3} V = 9,33V}$

Directamente $V_a - V_b = R_3 I_3$ por la ley de Ohm:

$V_a - V_b = 6 \times \frac{14}{9} = 9,33V \Rightarrow \underline{V_a - V_b = 9,33V}$, ligeramente igual

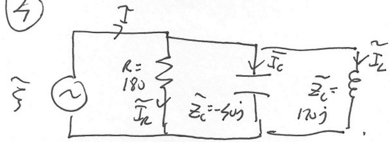
(c) En las resistencias $P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 5\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $P_{R_2} = R_2 I_2^2 = 3\left(\frac{8}{9}\right)^2$; $P_{R_3} = 6\left(\frac{14}{9}\right)^2 \Rightarrow$

$\boxed{P_{R_1} = 1,78W;\ P_{R_2} = 2.37W;\ P_{R_3} = 14,52W}$ La suma es $P_{consumida} = 18,67W$.

(d) En ξ_1, I_1 está a favor, luego $P_{\xi_1} = \xi_1 I_1 = 12 \times \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{P_{\xi_1} = 8W}$

I_2 está en contra de ξ_2, pero $I_2' = -I_2 = \frac{8}{9}$ estaría a favor $\Rightarrow P_{\xi_2} = \xi_2 I_2' = 12 \times \frac{8}{9} \Rightarrow \boxed{P_{\xi_2} = 10,67W}$

(4)



Esquema de impedancias, fasores intensidad y f.e.m.

No dan las reactancias esto es el módulo de las impedancias. obtenemos estas:

$\tilde Z_R = R = 180\,\Omega$,
$\tilde Z_C = -X_C j \Rightarrow \tilde Z_C = -50\,\Omega\, j$
$\tilde Z_L = X_L j \Rightarrow \tilde Z_L = 120\,\Omega\, j$

(a) $\tilde Z_R$, $\tilde Z_C$ y $\tilde Z_L$ están en paralelo, luego

$$\frac{1}{\tilde Z} = \frac{1}{\tilde Z_R} + \frac{1}{\tilde Z_C} + \frac{1}{\tilde Z_L} \Rightarrow \frac{1}{\tilde Z} = \frac{1}{180} + \left(\frac{1}{-50j}\right) + \frac{1}{120j} = \frac{1}{180} + \frac{1}{j}\left(\frac{-3+1}{120}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\tilde Z} = \frac{1}{180} - \frac{2}{120j} = \frac{1}{180} + \frac{j}{60} = \frac{1}{60}\left(\frac{1+3j}{3}\right) \Rightarrow \tilde Z = \frac{60\times 3}{(1+3j)}\,\frac{(1-3j)}{(1-3j)} \Rightarrow$$

$$\tilde Z = \frac{180(1-3j)}{10} = 18(1-3j) \Rightarrow \boxed{\tilde Z = 18 - 54j\,\Omega}$$

(b) Como están en paralelo, la d.d.p es la misma, el fasor $\tilde\xi$.

$$\tilde I = \frac{\tilde \xi}{\tilde Z} = \frac{72}{18(1-3j)} = \frac{72}{18(1-3j)}\cdot\frac{(1+3j)}{(1+3j)} = \frac{4(1+3j)}{10} \Rightarrow \boxed{\tilde I = 0{,}4 + 1{,}2j\ \Omega}$$

$|\tilde I| = \sqrt{0.4^2 + 1.2^2} = 1.27$; $\varphi = \operatorname{atg}\frac{1.2}{0.4} = 71.6°$ $\Rightarrow \boxed{\tilde I = 1{,}27\,e^{j71.6°}}$ también.

$$\tilde I_R = \frac{\tilde\xi}{\tilde Z_R} = \frac{72}{180} = 0.4 \quad \boxed{\tilde I_R = 0.4\,A = 0.4\,e^{j0}\,A}$$

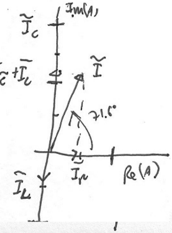
$$\tilde I_C = \frac{\tilde \xi}{\tilde Z_C} = \frac{72}{-50j} = \frac{72}{50}j \Rightarrow \boxed{\tilde I_C = 1{,}8j\,A = 1.8\,e^{j\pi/2}\,A}, \quad \tilde I_L = \frac{72}{120j} \Rightarrow \boxed{\tilde I_L = -0.6j\,A = 0.6\,e^{-j\frac{\pi}{2}}\,A}$$

c) Solo consume la resistencia $P_R = I_{eR}^2 R = \frac{1}{2}|\tilde I_R|^2 R = \frac{1}{2}\,0.4^2 \times 180 \Rightarrow \boxed{P_R = 14.4\,W}$

el generador produce $P_g = \xi_e I_e \cos(\varphi) = \frac{1}{2}\xi_0 I_0 \cos(\varphi_I - \varphi_V) = \frac{1}{2}\,72 \times 1{,}27^2 \cos(71{,}6° - 0)$

$\Rightarrow P_g = \frac{1}{2}\,72\,\underbrace{I_0 \cos 71.6}_{Re(\tilde I)} = \frac{1}{2}\,72 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{P_g = 14.4\,W}$ $\quad P_g = P_R$ como debe ser

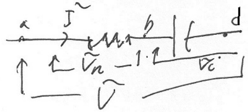
d)



e) Para que $\tilde Z + \tilde Z'$ sea real (pues están en serie) $\Rightarrow$ $\tilde Z' = 54j$, luego es ~~imag~~ imaginaria positiva y corresponde a una bobina con $\omega L = 54\,\Omega \Rightarrow L = \frac{54}{2000} \Rightarrow$

$$\boxed{L = 27\,mH}$$

5



El fasor $\tilde V = \tilde V_R + \tilde V_C$ siendo $\tilde V$ el fasor correspondiente a $V_a(t)-V_d(t)$; $\tilde V_R$ correspondiente a $V_a(t)-V_b(t)$, y $\tilde V_C$ corresponde a $V_b(t)-V_d(t)$.

Además cada fasor d.d.p está relacionado con la intensidad de fasor $\tilde I$.

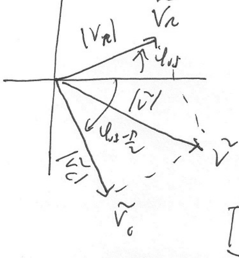
$$\tilde V = \tilde Z \tilde I \ ; \ \tilde V_R = \tilde Z_R \tilde I = R \tilde I \ ; \ \tilde V_C = \tilde Z_C \tilde I$$

Si $\tilde I$ tiene módulo I_0 y fase φ_{0I}. $\tilde I = I_0 e^{j\varphi_{0I}}$, tenemos

$$\tilde V_R = R I_0 e^{j\varphi_{0I}} = |\tilde V_R| e^{j\varphi_{0I}} \quad \text{con} \quad |\tilde V_R| = R I_0$$

$$\tilde V_C = -\frac{j}{\omega C} I_0 e^{j\varphi_{0I}} = \frac{I_0}{\omega C} e^{-j\pi/2} e^{j\varphi_{0I}} = \frac{I_0}{\omega C} e^{j(\varphi_{0I}-\pi/2)} = |\tilde V_C| e^{j(\varphi_{0I}-\frac{\pi}{2})}$$

Luego $\tilde V_C$ está atrasado 90° respecto a $\tilde V_R$ formando los lados de un triángulo rectángulo.



Como $\tilde V = \tilde V_R + \tilde V_C$, forma la hipotenusa de ese triángulo. Por el teorema de Pitágoras.

$$|\tilde V_R|^2 + |\tilde V_C|^2 = |\tilde V|^2$$

El valor eficaz de un fasor es igual a su módulo dividido por $\sqrt{2}$, luego $\frac{|\tilde V_R|^2}{\sqrt{2}^2} + \frac{|\tilde V_C|^2}{\sqrt{2}^2} = \frac{|\tilde V|^2}{\sqrt{2}^2} \rightarrow$

$$\boxed{V_e^2 = V_{Re}^2 + V_{Ce}^2}$$