Física 2

Grado en Ingeniería de la Salud. **Grupo 1.**

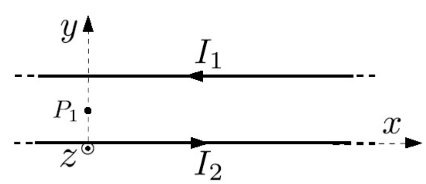
Tercer parcial (24/05/2019)

Constantes físicas. $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A, **Notas importantes:** 1) No use lápiz ni tinta roja. 2) Razone todos los pasos, escriba las fórmulas y sustituya. 3) De los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja; ejemplos: $\boxed{a = \frac{1}{2} g\, t^2}$ o bien $\boxed{a = 3\,\text{m/s}^2}$.

1.- (1 punto) Una partícula de carga $q = -1.6 \times 10^{-19}$ C se mueve con velocidad $\vec{v} = (10\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})$ Mm/s y está en una zona en la que hay un campo magnético uniforme de valor $\vec{B} = 10^4 \hat{\jmath}$ G. Calcular la fuerza magnética $\vec{F}_b$ que experimenta en pN y realizar un dibujo con todas las magnitudes implicadas.

2.- (2 puntos) Un deuteron es una partícula de carga $q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ C y masa $m_d = 3.33 \times 10^{-27}$ kg. Un deuteron está en una zona en la que hay un campo magnético uniforme $\vec{B}$ y se mueve en el plano xy a lo largo de una circunferencia de radio $R = 0.5$ m en sentido antihorario vista desde el lado positivo del eje z con una velocidad de modulo $v_d = 2.2$ Mm/s. Calcular el periodo de rotación T y el valor del vector campo magnético $\vec{B}$. Hacer un dibujo con todas las magnitudes implicadas.

3.- (3 puntos) Dos conductores rectilíneos paralelos de gran longitud están separados una distancia $d = 0.5$ m y transportan intensidades $I_1 = 2$ A e $I_2 = 3$ A en sentidos opuestos, según se indica en la figura. Determinar: (a) campo magnético $\vec{B}$ (vector) en el punto P_1 del eje y que se encuentra en el punto medio entre ambos conductores; (b) el punto P_2 del eje y (distinto de infinito) en el cual el campo magnético total (creado por ambos conductores) es nulo; (c) la fuerza (vector) que el conductor recorrido por I_2 ejerce sobre un tramo de longitud $l_1 = 1.5$ metros del conductor circulado por I_1. (d) Realize dibujos ilustrando las magnitudes implicadas.



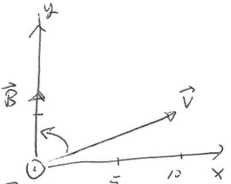
4.- (2.5 puntos) Por una bobina circular cuyo coeficiente de autoinducción vale $L = 30$ mH circula una intensidad $I(t) = 2t^2$ A (t en s). (a) Calcular el valor del flujo magnético en la bobina, Φ_B y la fuerza electromotriz inducida ξ_i en el instante $t_1 = 2.0$ s. (b) Calcular la energía magnética almacenada en la bobina en t_1 (c) Hacer un dibujo con las magnitudes relevantes incluyendo, la intensidad inducida I_i, así como de forma aproximada el campo magnético y el campo magnetico inducidos $\vec{B}$ y $\vec{B}_i$ en la zona de la bobina. (d) Deducir el sentido de la intensidad inducida I_i tanto de forma geométrica como usando la Ley de Lenz. Nota, no se conocen los valores numéricos de I_i y B_i pero sí su dirección y sentido aproximados. Su valor es muy pequeño y no se tiene en cuenta en Φ_B.

5.- (1.5 puntos) Deducir el valor del coeficiente de autoinducción L de un solenoide ideal largo con longitud l, sección circular de área A, con N espiras recorridas por una intensidad I. Realize dos dibujos del solenoide suponiendo que el eje del solenoide está en el eje z y la intensidad recorre las espiras en sentido horario visto desde el lado positivo del eje z. En uno presente una proyección sobre el plano xy y en el otro sobre el plano xz indicando los sentidos de las intensidades y campo magnéticos, vectores superficie, etc.

① $q = -1.6\times10^{-19}\,C$, $\vec{v} = (10\hat{i} + 5\hat{j})\,Mm/s$, $\vec{B} = 10^{4}\,\hat{j}\,G$

¿F_B en pN? Dibujo

Un gauss vale $G = 10^{-4}\,T$, luego $\vec{B} = 10^{4}\hat{j}\,G\left(\frac{10^{-4}T}{1G}\right) \Rightarrow \underline{\vec{B} = 1\hat{j}\,T}$



$\vec{v}\times\vec{B}$ ⊙

$\vec{F}_B = -e\vec{v}\times\vec{B}$ ⊗

La fuerza magnética vale $\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}$; en nuestro caso

$$\vec{F}_B = -e\,(v_x\hat{i} + v_y\hat{j})\times B\hat{j}$$

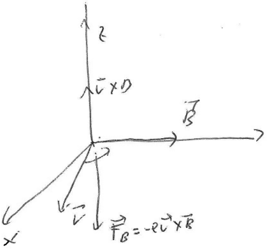
$\hat{j}\times\hat{j} = 0$; $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}$, luego

$$\vec{F}_B = -e\,v_x\,B\,\hat{k}$$, sustituyendo

$$\vec{F}_B = -(1.6\times10^{-19}\times10\times10^{6}\times1)\,\hat{k}\,N \Rightarrow$$

$\vec{F}_B = -1.6\times10^{-12}\,\hat{k}\,N$. Como $1\,pN = 10^{-12}\,N$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_B = -1.6\,\hat{k}\,pN}$$

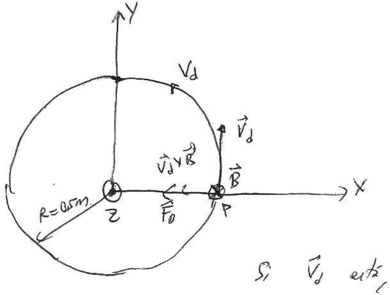


← otra perspectiva

(2) Deuterón $q = e = 1.6\times10^{-19}\,C$, $m_d = 3.33\times10^{-27}\,kg$.

$\vec B$ unif. circunferencia en el plano XY con $R = 0.5\,m$ en sentido antihorario desde el lado positivo del eje z. $V_d = 2.2\,Mm/s$.

Calcular T y $\vec B$ (vector). Dibujo.



La fuerza sobre una partícula cargada en un campo magnético
$$\vec F_B = q\vec v \times \vec B.$$
Si hace circunferencia en el plano xy, $\vec V_d$ está en ese plano y $\vec F_B$ también.
Por lo tanto, como $\vec F_B \perp \vec B$ y $\vec v$, tiene que ser $\vec F_B \perp$ plano xy.

Si $\vec V_d$ está, por ejemplo, en el punto P, la fuerza debe ir hacia el centro de la circunferencia.

Si $\vec B = B\hat k$ y $\vec V_d = V_d\hat j$ en P, entonces

$\vec F_B = e(V_d\hat j)\times B\hat k = eV_dB\hat i$ que es incorrecto, luego $\underline{\vec B = -B\hat k}$

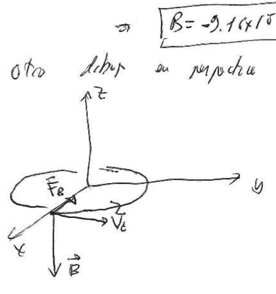
$\hat k \to \hat j \to \hat i$

Para calcular el módulo usamos que $F_B = F_n \Rightarrow eV_dB = m_d\frac{V_d^2}{R} \Rightarrow$

$$B = \frac{m_dV_d}{eR} = \frac{3.33\times10^{-27}\times2.2\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}\times0.5}\,T = \frac{3.33\times2.2}{1.6\times0.5}\times10^{-27+6+19}\,T = 9.16\times10^{-2}\,T$$

$\Rightarrow \boxed{\vec B = -9.16\times10^{-2}\,T\,\hat k}$ o bien $\boxed{\vec B = -91.6\,mT\,\hat k}$

Otro dibujo en perspectiva



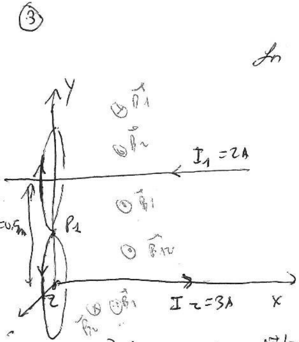
El periodo se puede calcular independientemente. Como recorre una circunferencia $2\pi R$ en T

$\Rightarrow V_d = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{V_d} = \frac{2\pi\, 0.5}{2.2\times10^{6}}\,s$

$\Rightarrow T = 1.43\times10^{-6}\,s \Rightarrow \boxed{T = 1.43\,\mu s}$

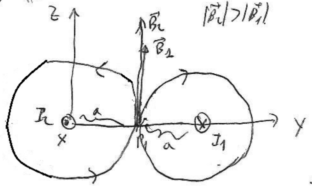
③

Los conductores crean líneas de campo en forma de circunferencias con campo $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ con el sentido según la regla de Maxwell (tornillo que gira con $\vec{B}$ avanza con I).



Es más conveniente una proyección sobre el plano YZ, eje X hacia afuera (fig 2).

Fig 2

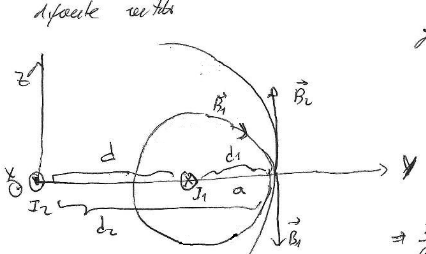


(a) Vemos que $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ son paralelos y del mismo sentido en P_1, en la dirección $+\hat{k}$.
Sus módulos se suman
$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$; $B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$ $a=\frac{d}{2}=$
$=0.25m.$

$\Rightarrow B= B_1+B_2=\frac{\mu_0(I_1+I_2)}{2\pi a} \Rightarrow$

$B=\frac{5\cancel{\pi}\times10^{-7}(2+3)}{2\cancel{\pi}\times0,25}T=\frac{5\times5}{2\times0.25}\times10^{-7}T=50\times10^{-7}T$ $\Rightarrow \boxed{\vec{B}(P)=5\times10^{-6}\hat{k}\ T} \Rightarrow \boxed{\vec{B}(P)=5\ \hat{k}\ \mu T}$

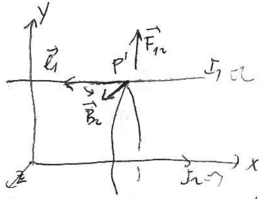
(b) Como $I_2>I_1$ tendrá que estar más lejos de I_2 que de I_1 y fuera de la zona entre ellos para que los campos B_1 y B_2 tengan diferente sentido



Luego $d_1=a$ y
$d_2=d+a$. y los módulos son iguales
$B_1(a)=B_2(d+a) \Rightarrow$
$\frac{\cancel{\mu_0} I_1}{\cancel{2\pi} a}=\frac{\cancel{\mu_0} I_2}{\cancel{2\pi}(d+a)}$
$\Rightarrow \frac{2}{a}=\frac{3}{d+a} \Rightarrow 2d+2a=3a \Rightarrow$
$a=2d=2\cdot0.5\ m \Rightarrow a=1m.$

Por lo tanto estará en la posición $y=d_2=d+a=1.5m$ $\boxed{y=1.5m}$
$\boxed{\text{A } 0.5m \text{ de distancia de } I_1.}$

(c)



Como tienen diferente sentido la fuerza es repulsiva, luego la fuerza sobre I_1 será $\vec{F}_{12} = F_{12}\hat{j}$.

También lo podemos ver, sabiendo del apartado anterior que $\vec{B}_2 = B_2\hat{k}$ en el plano xy (y>0) y que $\vec{l}_1$ tiene la dirección y sentido de I_1

$$\vec{l}_1 = -l_1\hat{i} \quad ; \quad \vec{B}_2(P') = +B_2\hat{k}$$

$$\vec{F}_{12} = I_1\vec{l}_1 \times \vec{B}_2 = I_1(-l_1\hat{i}) \times B_2\hat{k} = I_1 l_1 B_2\hat{j} \quad (c.q.d)$$

Como $B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$ ⇒ $F_{12} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_1$.

(o bien, como la f. por unidad de longitud es $f_{12} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$ ⇒ $F_{12} = f_{12} l_1$)

$$F_{12} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times2\times3\times1.5}{2\pi\times0.5}N = \frac{4\times3\times1.5}{0.5}\times10^{-7} = 36\times10^{-7}N = 3.6\times10^{-6}N \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F}_{12} = 3.6\times10^{-6}N\,\hat{j} = 3.6\,\hat{j}\,\mu N}$$

(4) $L = 30\,mH = 3\times10^{-2}\,H$.
$I(t) = 2t^2\,A$ (t en s.)

(a) Φ_B, ξ_i en $t_1 = 2.0\,s$
(b) U_L (c) Dibujo, con I_i, $\vec{B}_i$ (aprox.) (d) Deducir I_i de forma geométrica y Ley de Lenz.

(a) $\Phi_B = LI = 3\times10^{-2}\times(2t^2)\,Wb \Rightarrow \boxed{\Phi_B = 0.06\,t^2\,Wb}$ (t en s.)

$\xi_i = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -2\times0.06\,t\,(V) \rightarrow \boxed{\xi_i = -0.12\,t\ V}$ (t en s.)

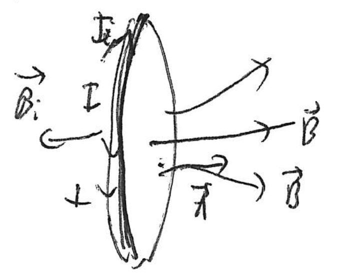
Para $t_1 = 2.0\,s.$, resultan $\Phi_B = 0.06\times2^2\,Wb \Rightarrow \boxed{\Phi_B(t_1) = 0.24\,Wb}$

$\xi_i = -0.12\times2\,V.$ $\boxed{\xi_i = -0.24\ V.}$

(b) $U_L = \frac{1}{2}LI^2$. Para $t_1 = 2s \rightarrow I(t_1) = 2\times2^2\,A = 8\,A$

$U_L(t_1) = \frac{1}{2}\,3\times10^{-2}\times8\,J \Rightarrow \boxed{U_L(t_1) = 0.12\,J}$

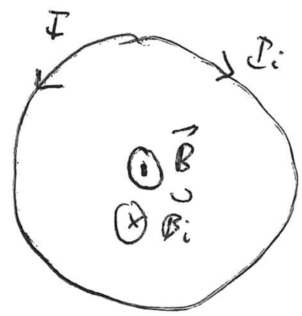
(d)



Geométrica
Si elegimos $\vec{A} \uparrow\uparrow \vec{B}$, el sentido de I también es el positivo, luego como ξ_i es negativa tendrá el sentido contrario y $\vec{B}_i$ también el contrario a $\vec{B}$.

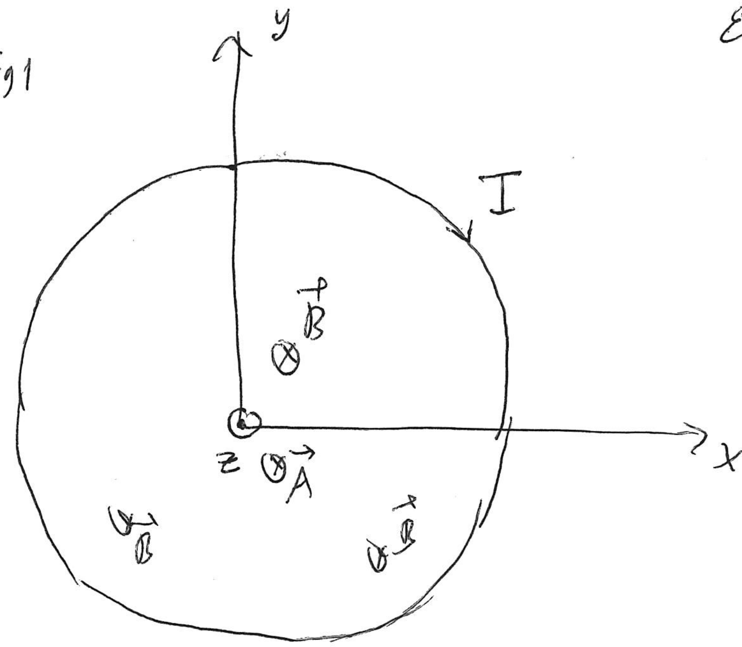
Lenz. Como el flujo hacia la derecha $\Phi = 0.06\,t^2\,Wb$ aumenta, el campo magnético inducido tenderá a disminuirlo, luego tendrá sentido opuesto a $\vec{B}$

(c) Dibujo arriba. Otra perspectiva



(5) Solenoide con el eje según el eje z.
I horario desde +z.

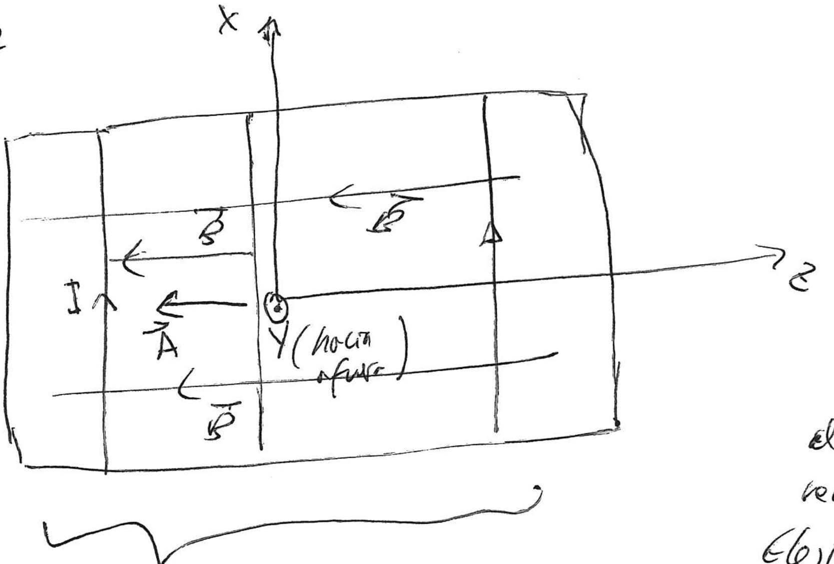
Fig 1



El campo magnético producido por un solenoide esbelto en su interior es uniforme, paralelo al eje del solenoide, con módulo $B=\mu_0 n I$ ($n=\frac{N}{\ell}$) y con el sentido relacionado con I por la regla de Maxwell. ($\vec{B}$ tiene el sentido de avance de un tornillo que gira con la intensidad)

Por lo tanto en la Fig. 2, va hacia el interior del papel.
$\vec{B}=-B\hat{k}$.

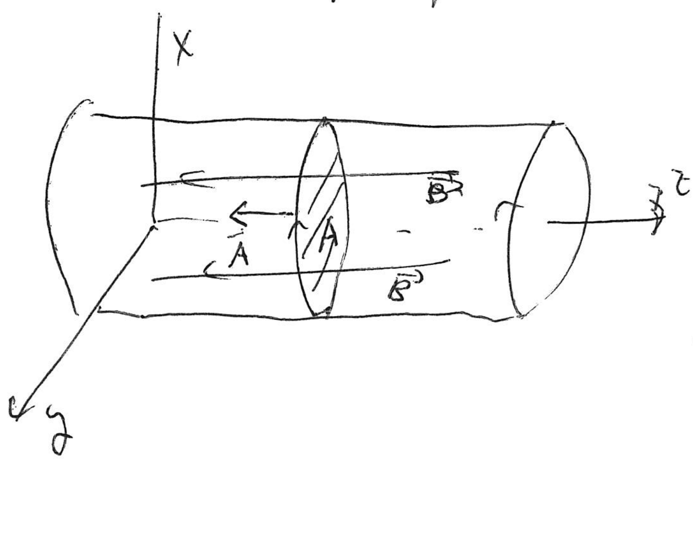
Fig 2



El flujo será igual a flujo mag. a través de una espira multiplicado por el número de espiras

$$\Phi_B = N\Phi_{B,1}.$$

Una espira tiene un área A colocada perpendicularmente al eje del solenoide. Luego, su vector superficie $\vec{A}$ es // al eje Z.
Elegimos $\vec{A}=-A\hat{k}$.



Como $\vec{B}$ es uniforme $\Phi_{B,1}=\vec{B}\cdot\vec{A}=BA\cos(0)\Rightarrow$

$\Phi_{B,1}=\mu_0\frac{N}{\ell}IA$ y $\Phi_B=N\Phi_{B,1}=\mu_0\frac{N^2}{\ell}AI$.

Como el coef. de autoinducción se define por la relación $\Phi_B=LI$, obtenemos

$$L=\frac{\Phi_B}{I}\Rightarrow \boxed{L=\mu_0\frac{N^2}{\ell}A}$$