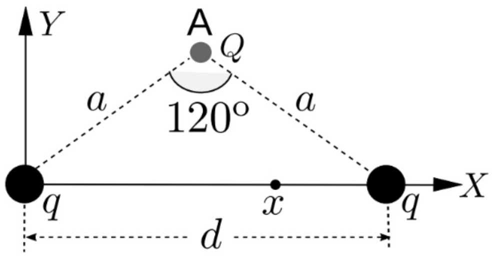
Física II. Grado en Ingeniería de la Salud. Primera Convocatoria (22/06/2022). Primer parcial.

Notas importantes: 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) Razonar todos los pasos. 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja: ejemplos: $\boxed{\vec{E} = k_e \frac{q_1 q_3}{2b^2}\,\vec{j}}$, $\boxed{q = CV}$, $\boxed{\vec{E} = 32,3\vec{k}, \mathrm{V/m}}$. 4) Dar los números en formato decimal o científico si son muy grandes o pequeños. 5) No dar los resultados como fracciones o combinaciones de raices, tal como hacen algunas calculadoras, salvo expresiones muy simples. 6) Usar un número apropiado de cifras significativas. 7) Hacer dibujos grandes (media página o así) incluyendo todas las magnitudes relevantes.

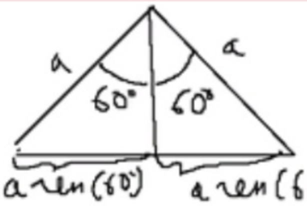
Constantes físicas: $k_e = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$, $e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$,

1. (1.5 puntos) Tres cargas puntuales positivas se encuentran situadas en los vértices de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden a, como se muestra en la figura. Las cargas en $P_1 = (0,0)$ y $P_2 = (d,0)$ tienen igual valor q. Determinar: (**a**) el módulo del campo eléctrico que crean las dos cargas iguales q en el punto $x = 2d/3$ del segmento del eje X entre las mismas (ver figura), siendo d la longitud de dicho segmento (*en el resultado final debe expresar d en función de a*); (**b**) la fuerza total (vector) sobre la carga Q, situada en el punto A, que ejercen las dos cargas iguales situadas en el eje X;



(**c**) Realice un dibujo de media página en que aparezcan todas las magnitudes. (**d**) el trabajo que realiza la fuerza eléctrica que actúa sobre Q debida a las otras dos cargas cuando se deja libre la carga Q para que se aleje desde el punto A hasta el infinito (las otras dos cargas se mantienen fijas en sus posiciones).

(a) Calculamos d



$\Rightarrow d = 2a\,\mathrm{sen}(60º) =$
$= 2a\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{d = \sqrt{3}\,a}$

Calculamos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ en x, los campos creados por q_1 en P_1 y q_2 en P_2.

Ambos se alejan de la carga que los crea pues ⊕.

$$E_1 = k_e\frac{q}{r_1^2} = k_e\frac{q}{\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}a\right)^2} \Rightarrow$$

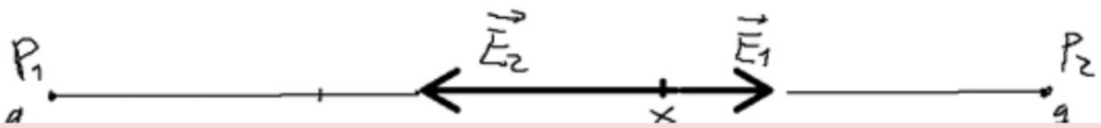
$$E_1 = k_e\frac{q}{\frac{4}{9}3a^2} \Rightarrow E_1 = \frac{3}{4}k_e\frac{q}{a^2} \Rightarrow \underline{\vec{E}_1 = \frac{3}{4}k_e\frac{q}{a^2}\vec{i}}$$

$$E_2 = k_e\frac{q}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = k_e\frac{q}{\left(\frac{1}{3}d\right)^2} = k_e\frac{q}{\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}a\right)^2} = k_e\frac{q}{\frac{3}{9}a^2} = 3k_e\frac{q}{a^2}$$

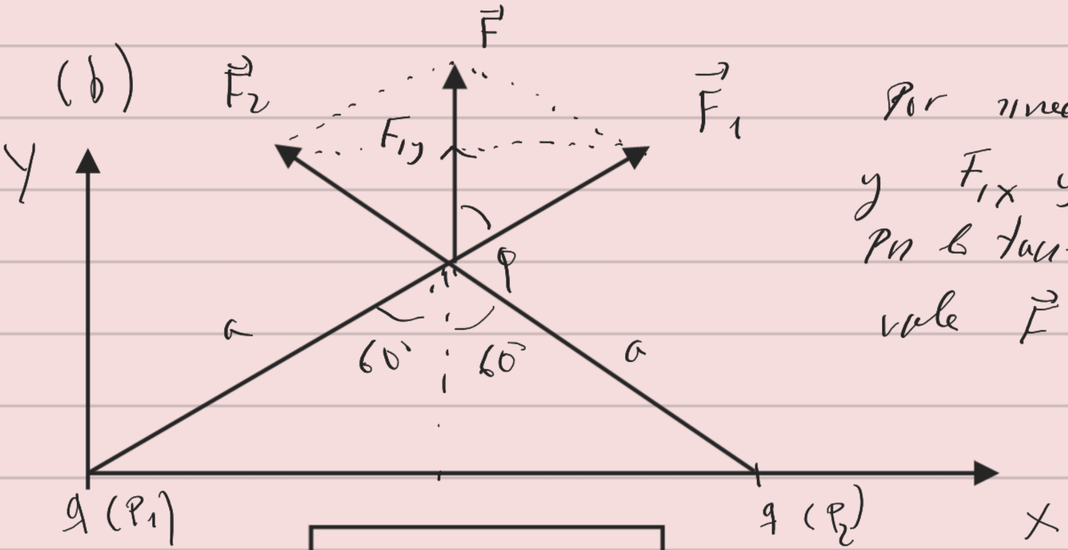
$$\Rightarrow \underline{\vec{E}_2 = -3k_e\frac{q}{a^2}\vec{i}} \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + E_2 = \frac{3}{4}k_e\frac{q}{a^2}\vec{i} - 3k_e\frac{q}{a^2}\vec{i} \Rightarrow$$

$$\vec{E} = \left(\frac{3}{4} - \frac{12}{4}\right)k_e\frac{q}{a^2}\vec{i} = -\frac{9}{4}k_e\frac{q}{a^2}\vec{i} \Rightarrow \boxed{E = \frac{9}{4}k_e\frac{q}{a^2}}$$

$\vec{E}$ apunta a la izquierda pues la repulsión de q_2 es mayor al estar más cerca. $E_1 = \frac{1}{4}E_2$ al estar dos veces más lejos.



(b)



Por simetría $F_{1y} = F_{2y}$ y F_{1x} y F_{2x} se cancelan. Por lo tanto $\vec F \uparrow\uparrow \vec j$ y vale $\vec F = 2F_{1y}\vec j =$

$$= 2F_1 \cos(60°)\vec j =$$

$$= 2k_e \frac{qq}{a^2}\frac{1}{2}\vec j$$

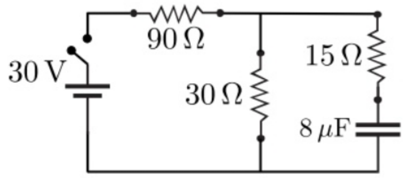
$$\Rightarrow \boxed{\vec F = k_e \frac{qq}{a^2}\vec j}$$

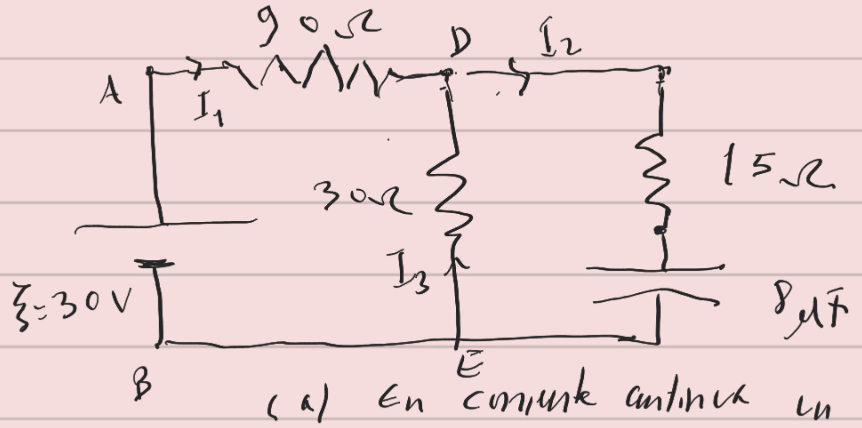
(c) Realizado en los dos dibujos (d) $W = U(A) - U(\infty) = U_1(A) + U_2(A) - \underbrace{U_1(\infty)}_{0} - \underbrace{U_2(\infty)}_{0}$

$$\Rightarrow W = k_e\frac{qq}{a} + k_e\frac{qq}{a} \Rightarrow \boxed{W = 2k_e\frac{qq}{a}}$$

(Pues $k_e\frac{qq}{\infty} = 0$)

2. (1.5 puntos) En la figura se muestra un circuito cuya fuente se conecta en el instante $t = 0$. (**a**) Determinar la carga final, Q, del condensador una vez alcanzado el estado estacionario (corriente continua). (**b**) En el instante $t = 0$, el condensador equivale a un cortocircuito (cable de resistencia nula). Calcular en ese instante las intensidades que circulan por las tres ramas del circuito.

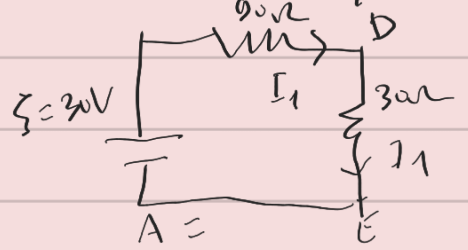




Nombramos las intensidades según se indica en la figura. Dado que $V_A > V_B$, I_1 debe ir de A a B como se indica e igualmente las otras dos intensidades.

(a) En corriente continua un condensador no permite el paso de la corriente, luego $I_2 = 0$. Por la ley de nudos $I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = I_1 \neq 0$

El circuito queda:



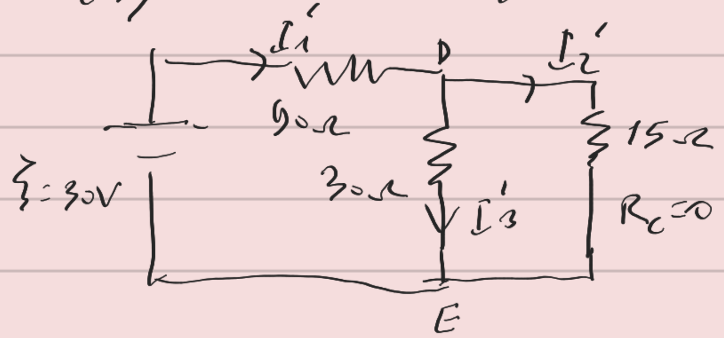
Por la ley de mallas de Kirchhoff $\xi - I_1(90+30)\Omega$

$\Rightarrow I_1 = \frac{30}{90+30} \Rightarrow \boxed{I_1 = 0,25 A}$

La caída de potencial en la resistencia de 15 Ω es cero, pues $I_2\, 15 = 0 \times 15 = 0$, luego $V_D - V_E = \Delta V_C$, la caída de potencial en el condensador. También $V_D - V_E = 30\,\Omega \times I_1 = 30 \times 0{,}25$ V

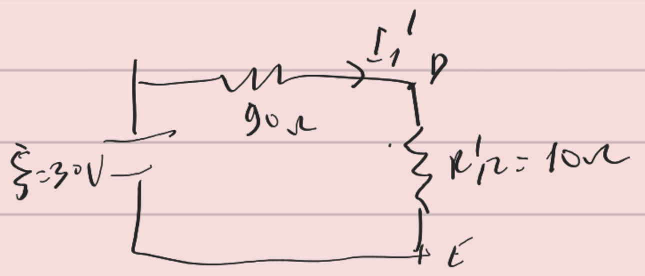
$\Rightarrow V_C = V_D - V_E = 7{,}5$ V y $Q = C\, V_C = 8\,\mu F \times 7.5 V \Rightarrow \boxed{Q = 60\,\mu C}$

(b) En $t=0$, C equivale a un cortocircuito, o cable con $R=0$, entonces quedan dos resistencias en paralelo con resistencia equivalente R'_{12} tal que:



$$\frac{1}{R'_{12}} = \frac{1}{30\,\Omega} + \frac{1}{15\,\Omega} = \frac{1+2}{30\,\Omega} \Rightarrow R'_{12} = 10\,\Omega$$

El sistema equivale a:



90 y 10 Ω están en serie, luego $R' = 90+10 = 100\,\Omega$

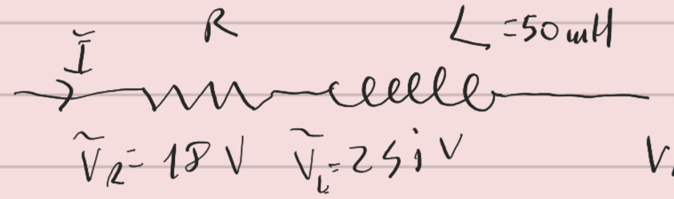
y $\xi - I_1' \times 100\,\Omega = 0 \Rightarrow I_1' = \frac{\xi}{100} = \frac{300}{100} \Rightarrow I_1' = 0{,}3 V$

Calculamos $V_{DE} = I_1' \times R'_{12} = 0{,}3 \times 10 = 3 V \Rightarrow$

$I_3' = \frac{V_{DE}}{30} = \frac{3V}{30}$ y $I_2' = \frac{V_{DE}}{15} = \frac{3}{15} \Rightarrow$

$\boxed{I_3' = 0{,}1 A}$ y $\boxed{I_2' = 0{,}2 A}$

3. (2, 5 puntos) En una asociación en serie (RL) de una resistencia R y una bobina de coeficiente de autoinducción $L = 50\,\text{mH}$, los voltajes en la resistencia y la bobina tienen las expresiones siguientes: $V_R(t) = 18\,\cos(4000\,t)\,\text{V}$ y $V_L(t) = 24\,\cos(4000\,t + \pi/2)\,\text{V}$, respectivamente ($t$ en segundos). (**a**) Determinar la impedancia, $\widetilde{Z}_L$, de la bobina y utilizar dicho resultado para obtener la expresión de la intensidad en función del tiempo $I_{RL}(t)$ y su fasor $\widetilde{I}_{RL}$. (**b**) Calcular el valor de la resistencia R y el fasor $\widetilde{V}$ de la diferencia de potencial entre los extremos de la asociación en forma binómica y exponencial. (**c**) La asociación RL con los valores de intensidad y diferencia de potencial anteriores está conectada en paralelo a un condensador de reactancia (módulo de la impedancia) $X_C = 200\,\Omega$. Obtener el fasor de la intensidad $\widetilde{I}_C$ que circula por el condensador así como el fasor intensidad total $\widetilde{I}$ que está atravesando la asociación RLC. (**d**) Obtener la impedancia $\widetilde{Z}$ de dicha asociación RLC.
Nota: obtiene números más sencillos trabajando con los complejos en forma binómica. No es necesario obtener los fasores en forma módulo argumental o exponencial. (**e**) Realice dos diagramas fasoriales (media página), uno para las diferencias de potencial y otro para las intensidades. (**f**) Determinar la potencia media consumida por cada elemento de la asociación RLC



$\omega = 4000$ rad/s. Calculamos los fasores: $V_R(t) = 18\cos(4000t) \Rightarrow \tilde{V}_R = 18e^{j0}\,V$

$V_L(t) = 24\cos(4000t + \frac{\pi}{2})\,V \Rightarrow \tilde{V}_L = 24e^{j\pi/2}\,V = 24j\,V$

Calculamos las impedancias de cada elemento:

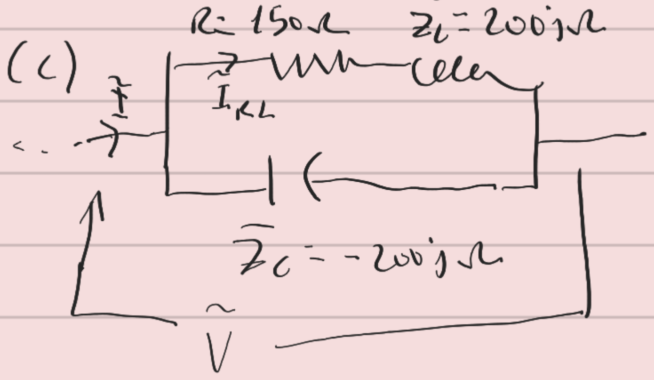
$\tilde{Z}_R = R$ que no conocemos: $\tilde{Z}_L = j\omega L = j\,4000\,\frac{rad}{s} \times 50\times10^{-3}\,H \Rightarrow \tilde{Z}_L = 200j\,\Omega$

Por lo tanto $\tilde{I}_{RL} = \tilde{I}_R = \tilde{I}_L = \frac{\tilde{V}_L}{\tilde{Z}_L} = \frac{24j\,V}{200j\,\Omega} \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_{RL} = 0{,}12\,A = 0{,}12e^{j0}\,A \Rightarrow I_{RL}(t) = 0{,}12\,A\cos(4000\,t)\,A}$

(b) $\tilde{V}_R = R\tilde{I} \Rightarrow R = \frac{\tilde{V}_R}{\tilde{I}_{RL}} = \frac{18}{0{,}12} \Rightarrow \boxed{R = 150\,\Omega}$

$\tilde{V} = \tilde{V}_R + \tilde{V}_L = 18 + 24j = \sqrt{18^2 + 24^2}\,e^{j\,\mathrm{atg}\frac{24}{18}} \Rightarrow \boxed{\tilde{V} = (18+24j)\,V = 30e^{j53{,}1^\circ}\,V}$

(c)



$\tilde{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -X_C j = -200j\,\Omega$

Conocemos $\tilde{V}$, luego $\tilde{I}_C = \frac{\tilde{V}}{\tilde{Z}_C} \Rightarrow$

$\tilde{I}_C = \frac{18+24j}{-200j} = \frac{18}{-200j} - \frac{24}{200} \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_C = -0{,}12 + 0{,}09j}$

$\tilde{I} = \tilde{I}_C + \tilde{I}_{RL} = -0{,}12 + 0{,}09j + 0{,}12 \Rightarrow \boxed{\tilde{I} = 0{,}09j\,A = 0{,}09e^{j\pi/2}\,A}$

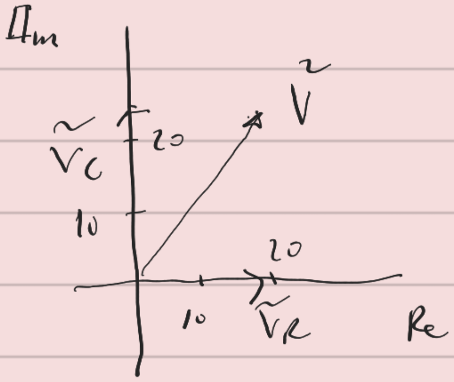
(d) $\tilde{Z} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = \frac{18+24j}{0{,}09j} = -\frac{18}{0{,}09}j + \frac{24}{0{,}09} \Rightarrow \boxed{\tilde{Z} = 266{,}7 - 200j\,\Omega}$

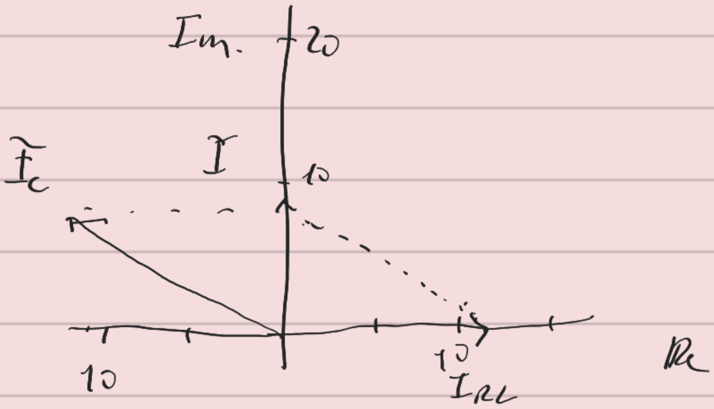
o bien $\frac{1}{\tilde{Z}} = \frac{1}{150+200j} + \frac{1}{-200j} = \frac{1}{100}\left(\frac{1}{1{,}5+2j} + \frac{j}{2}\right) = \frac{2}{100}\left(\frac{1}{3+4j} + \frac{j}{4}\right) \Rightarrow$

$$\frac{1}{Z} = \frac{2}{100}\left(\frac{4+3j+4j\,i^{-1}}{(3+4j)4}\right) = \frac{2}{100}\left(\frac{3j}{3+4j}\right) \Rightarrow Z = \frac{100}{2}\times\frac{4(3+4j)}{3j} = \frac{50\times4}{3}(-3j+4)$$

$$\Rightarrow \underline{\tilde{Z} = (266{,}7 - 200j)\,\Omega} \quad \text{cqd}$$

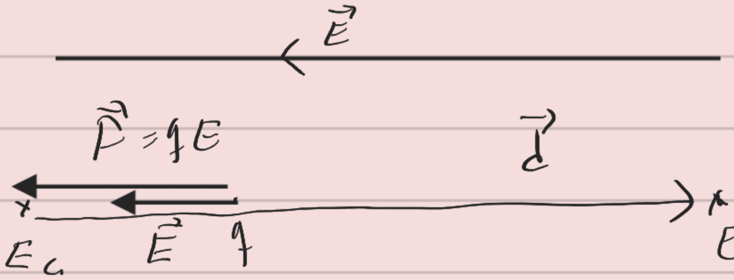
(e) No lo piden. Diagrama fasorial





Cuestiones cortas para las personas que solo se presentan al primer parcial.

4. (1 punto) Una partícula con carga positiva $q = e = 1,6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ se lanza con una energía cinética inicial $E_c = 450$ eV en sentido opuesto a las líneas de un campo eléctrico uniforme. Tras recorrer una distancia de $d = 0,25\,\mathrm{m}$ su velocidad se reduce hasta ser un tercio de su valor inicial. Determinar: (**a**) su energía cinética E_c' en eV tras el citado recorrido y (**b**) el módulo E del campo eléctrico.



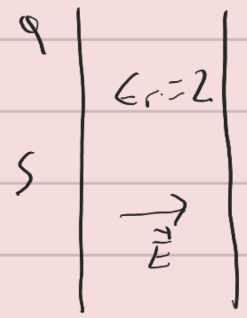
$V' = \frac{1}{3} V \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m V^2 = 450\,\mathrm{eV}$

$E'_c = \frac{1}{2} m V'^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{V}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}\,\frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow$

$E'_c = \frac{1}{9} E_c = \frac{1}{9}\, 450\,\mathrm{eV} \Rightarrow E'_c = 50\,\mathrm{eV}$

Sabemos que el trabajo realizado por el campo es $W = \vec{F}\cdot\vec{d} = Fd\cos(180°)$
$\Rightarrow W = -Fd$, además por el teorema de trabajo. $W = E'_c - E_c = (50 - 450)\,\mathrm{eV}$
$\Rightarrow W = -400\,\mathrm{eV} = -Fd = -qEd \Rightarrow E = \frac{400\,\mathrm{V}}{0,25\,\mathrm{m}} \Rightarrow \boxed{E = 1600\,\mathrm{V/m}}$

5. (1 punto) Un condensador ideal de placas plano paralelas contiene en su interior un dieléctrico de constante dieléctrica $\kappa = \epsilon_r = 2$ (también llamada permitividad dieléctrica relativa) y cuyo campo de ruptura (o rigidez dieléctrica) vale 5×10^6 V/m. Sabiendo que cada placa tiene un área de $S = 0,2\,\mathrm{m}^2$, determinar la carga máxima, $Q_{\text{máx.}}$, que puede acumular el condensador antes de producirse ruptura dieléctrica.



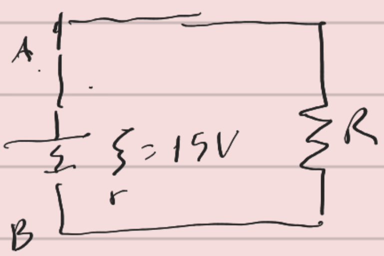
En un condensador plano con un dieléctrico en su interior $E = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0}$ y $Q = \sigma S = \epsilon_r \epsilon_0 E S$

La carga máxima corresponde a E máximo $= E_{crit} = 5\times 10^6\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

Como $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K} = \frac{1}{4\pi\, 9\times 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}} \Rightarrow \epsilon_0 = 8,85\times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2} \Rightarrow$

$Q = 2 \times 8,85\times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}\, 5\times 10^6\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \Rightarrow \boxed{Q = 127\,\mu\mathrm{C}}$

6. (1 punto) Se conecta una resistencia R a una batería de continua de fem $\xi = 15\,\mathrm{V}$ que posee cierta resistencia interna r de forma que el voltaje entre los extremos de R es de 14,4 V. Determinar la fracción de potencia que se consume en la resistencia interna r respecto a la total consumida. Puede suponer $R = 1000\,\Omega$ aunque no es necesario y si lo usa disminuye la puntuación.



$V_R = V_{AB} = 14,4\,\mathrm{V}$, Potencia consumida en R: $P_R = I^2 R$

Potencia generada en ξ: $P = \xi I$

Potencia consumida en la resistencia interna $P_r = P - P_R$

$\text{Fracción} = \frac{P_r}{P} = \frac{P - P_R}{P} = \frac{\xi I - I^2 R}{\xi I} = \frac{(\xi - IR) I}{\xi I} = \frac{(\xi - V_R)}{\xi} \Rightarrow$

$\text{Fracción} = \frac{15 - 14,4}{15} \Rightarrow \boxed{\text{Fracción} = 0,04 = 4\%}$