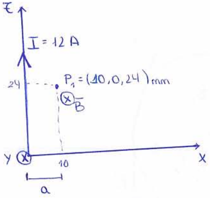
1. (1 punto) Un hilo conductor rectilíneo de gran longitud (supóngase infinita) está dispuesto sobre el eje Z y transporta una intensidad $I = 12\,\mathrm{A}$ en sentido positivo de dicho eje. Determinar: (**a**) el vector campo magnético, $\vec{B}_1$, que crea en el punto $P_1 = (10, 0, 24)$ mm; (**b**) el vector fuerza magnética $\vec{F}_2$, que ejercería sobre un tramo de hilo conductor recto de longitud $L = 2$ m, paralelo al eje Z y que corta al eje Y en el punto $P_2 = (0, 10, 0)$ mm transportando una intensidad de $I' = 4\,\mathrm{A}$ en sentido opuesto al de I. **c**) Realize un dibujo de media página de la proyección sobre el plano XY con una línea de campo magnético que pase por P_1. Incluya todas las magnitudes indicadas en los aparatos anteriores y en particular los hilos conductores y los vectores $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{F}$, $\vec{L}$.

Ejercicio realizado por un alumno/a con calificación de 10/10.

(a)



El vector campo magnético ($\bar{B}$) de un hilo conductor recto ideal viene dado según la ley de Biot-Savart como:

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

'a' es la distancia de P_1 a el cable, que sabemos que el camino más corto es perpendicularmente al cable por lo tanto:

$a = P_1 - (0,0,24) = (10,0,24) - (0,0,24) = 10\,\mathrm{mm}$

Por lo tanto; el campo magnético tendrá el siguiente módulo en P_1:

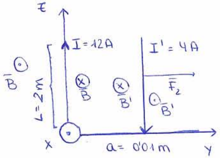
$$B(P_1) = \frac{\mu_0 \cdot 12}{2\pi \cdot 0'01} = 2'4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T} \qquad a = 0'01\,\mathrm{m}$$

El vector campo magnético en el punto P_1 tiene el sentido positivo del eje Y, lo podemos deducir por la Regla de Maxwell

Es decir: VECTOR CAMPO MAGNÉTICO (en P_1)

$$\boxed{\bar{B} = 2'4 \cdot 10^{-4}\,\bar{j}\,\mathrm{T}}$$

(b)

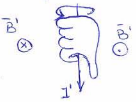


Como I e I' tienen sentidos opuestos, la fuerza ejercida será repulsiva, es decir, $\bar{F}_2$ tendrá el sentido positivo del eje Y.

$$\bar{F}_2 = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi a}\,\bar{j} = \frac{\mu_0 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 2}{2\pi \cdot 0'01}\,\bar{j}\,\mathrm{N}$$

$$\boxed{\bar{F}_2 = 1'9 \cdot 10^{-3}\,\bar{j}\,\mathrm{N}}$$

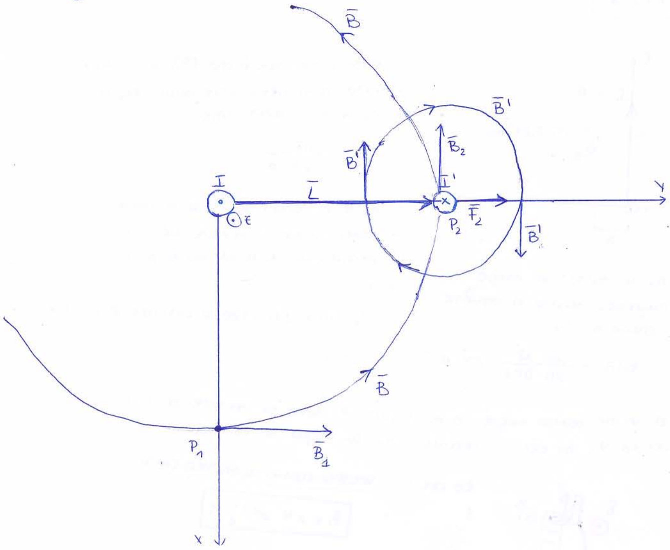
Deducimos el sentido de $\bar{B}'$ por la Regla de Maxwell:



1

EJERCICIO 1

c)



Ejercicio realizado por un alumno/a con calificación de 10/10

2. (1 punto) Se dispone de un solenoide (circuito C_1) de coeficiente de autoinducción $L_1 = 50$ mH que contiene en su interior una bobina (circuito C_2) con sus extremos en abierto. Si hacemos circular por el solenoide una corriente $I_1(t) = 2 \times 10^3 t^2$ A (t en segundos) y mantenemos los extremos de la bobina interior en abierto, determinar: (**a**) la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo $\mathcal{E}_1(t)$. (**b**) Realizar un dibujo de media página de la proyección del solenoide sobre el plano XY, suponiendo que su eje tiene la dirección del eje Z y la intensidad circula en sentido antihorario desde el punto de vista del eje Z positivo. Razonar el sentido de $\mathcal{E}_1(t)$ tanto geométricamente como por la Ley de Lenz. (**c**) Obtener el coeficiente de inducción mutua, M, entre ambas bobinas sabiendo que en el instante $t' = 10^{-2}$ s en la bobina interior se mide una fuerza electromotriz inducida con $|\mathcal{E}_2| = 1,2$ V.

EJERCICIO 2

(a) $L_1 = 50 \cdot 10^{-3}$ H. $I_1(t) = 2 \cdot 10^3 t^2$ A

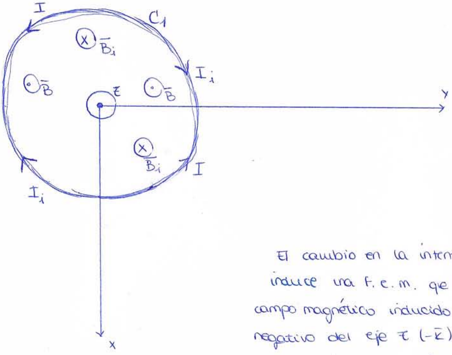
3/3

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} = -50 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{d(2 \cdot 10^3 t^2)}{dt} = -50 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot 4 \cdot \cancel{10^3}\, t = -200\,t$$

$$\boxed{\mathcal{E}_1(t) = -200\,t \text{ V}}$$

3

(b) 4/4



El cambio en la intensidad induce una f.e.m. que genera un campo magnético inducido en el sentido negativo del eje z $(-\bar{k})$. Este campo a su vez induce una intensidad que como podemos observar por la Regla de Maxwell va en sentido horario.

Al revés I_i induce B_i

Además, esto tiene lógica ya que como enuncia la ley de Lenz, la f.e.m. se opone al cambio de flujo magnético, de forma que se crea ese campo inducido opuesto al original. (de ahí el − de la expresión de $\mathcal{E}$.)

3

EJERCICIO 2

(c)

$$\xi_2(t) = -M\frac{dI_1}{dt} = -M \cdot 4 \cdot 10^3\, t$$

3/3

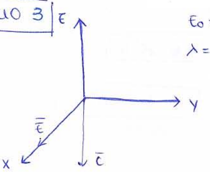
$$\xi_2(t') = -M \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} = 1'2V \longrightarrow M = \frac{-1'2}{40} = 0'03$$

$$\boxed{M = 0'03\ H}$$

Ejercicio realizado por un alumno/a con la califiación de 7/10

3. (1 punto) El campo eléctrico de una onda electromagnética armónica plana de longitud de onda $\lambda = 1$ m tiene una amplitud $E_0 = 0,6$ V/m. La onda se propaga en el sentido negativo del eje Z y su campo eléctrico $\vec{E}$ oscila en la dirección del eje X tomando su valor máximo en el origen de coordenadas en $t = 0$. Determine: (**a**) la frecuencia, f, la frecuencia angular ω el número de ondas K, el vector de ondas $\vec{K}$ y la velocidad de propagación $\vec{c}$. (**b**) las expresiones de los vectores campo eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ de la onda; (**c**) Realice un dibujo de media página con los vectores $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{c}$ en el origen de coordinadas en $t = 0$ junto a un dibujo de la onda propagandose. (**d**) Calcular la intensidad promedio de la onda I_m, el vector de Poynting $\vec{S}$ y la energía U que incide sobre una superficie de área $A = 1\,\text{m}^2$ de área perpendicular a la dirección de propagación en un tiempo $t = 60$ s.

EJERCICIO 3



$E_0 = 0'6\ V/m$

$\lambda = 1\ m$

a) frecuencia (f):

1/2

$f = \frac{1}{T} \longrightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{1\ m}{3\cdot 10^8\ m/s} = \frac{1}{3\cdot 10^8}\ s$

$\boxed{f = 3\cdot 10^8\ Hz}$

B

frecuencia angular (ω):

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi\cdot 3\cdot 10^8 = 6\pi\cdot 10^8$

$\boxed{\omega = 6\pi\cdot 10^8\ rad/s}$

B

número de ondas (K):

$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad/m$

$\boxed{K = 2\pi\ rad/m}$

B

vector de ondas ($\bar{K}$):

Este vector tiene el sentido de propagación de la onda, es decir, sentido negativo del eje Z.

$\bar{K} = -K\bar{k} = -2\pi\ \bar{k}\ rad/m$

$\boxed{\bar{K} = -2\pi\ \bar{k}\ rad/m}$

B

vector velocidad de propagación ($\bar{c}$)

$\boxed{\bar{c} = -3\cdot 10^8\ \bar{k}\ m/s}$

b) los vectores campo magnético ($\bar{B}$) y campo eléctrico ($\bar{E}$) serán de la forma:

2.5/3

$\bar{B} = -B_0 \cos(Kz + \omega t)\,\bar{j}$ y $\bar{E} = E_0 \cos(Kz + \omega t)\,\bar{i}$

⟶ Es positivo porque va en el sentido negativo del eje Z.

Para saber la dirección de $\bar{B}$ usamos la expresión:

$\bar{E} = \bar{B}\times\bar{c}$, $E\bar{i} = \bar{B}\times c(-\bar{k})$, de donde deducimos:

$E\bar{i} = B(-\bar{j})\times c(-\bar{k})$

B

solo nos falta conocer B_0: $c = \frac{E_0}{B_0}$; $B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{0'6\ V/m}{3\cdot 10^8\ m/s} = 2\cdot 10^{-7}\ T$

2×10^{-9}

Mal

2×10^{-9}

$\boxed{\bar{B} = -2\cdot \cancel{10^{-7}\ T} \cos\left(2\pi \frac{rad}{m} z + 6\pi\cdot 10^8 \frac{rad}{s} t\right)\bar{j}}$

$\boxed{\bar{E} = 0'6\ V/m \cos\left(2\pi \frac{rad}{m} z + 6\pi\cdot 10^8 \frac{rad}{s} t\right)\bar{i}}$

B

EJERCICIO 3

$\boxed{Im=4.7\times10^{-4}\ W/m^2}$

d) 2.5/2

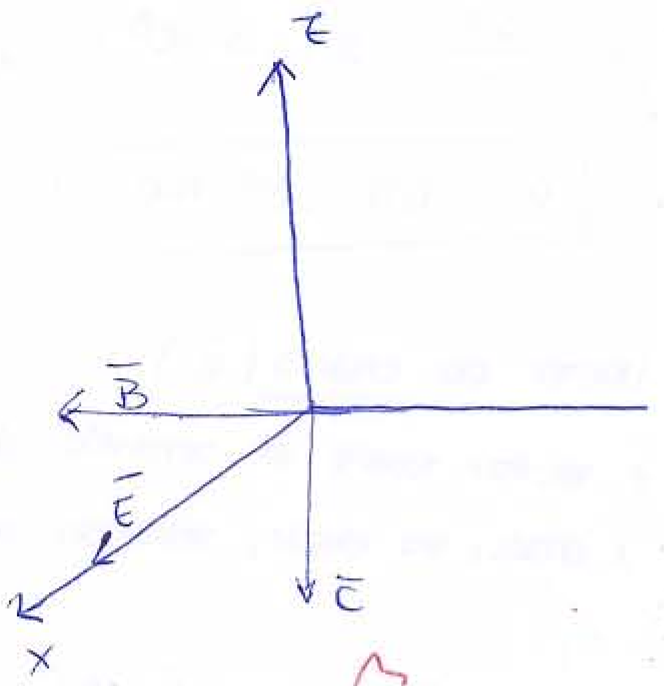
$$Im = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{0'6 \cdot \cancel{2\cdot10^{7}}}{2\mu_0} = 5'9\cdot10^{6}\ A \rightarrow \boxed{\cancel{Im = 5'6\cdot10^{6}}\ A}$$

2×10^{-9} $\neq \frac{5'9}{\mu_0}$ No opera con μ_0

$$U = Pt = IAt = 5'\cancel{6\cdot10^{6}}\cdot 1 \cdot 60 = 3'5\cdot10^{8} \rightarrow \boxed{U = \cancel{3'5\cdot10^{8}}\ J}$$

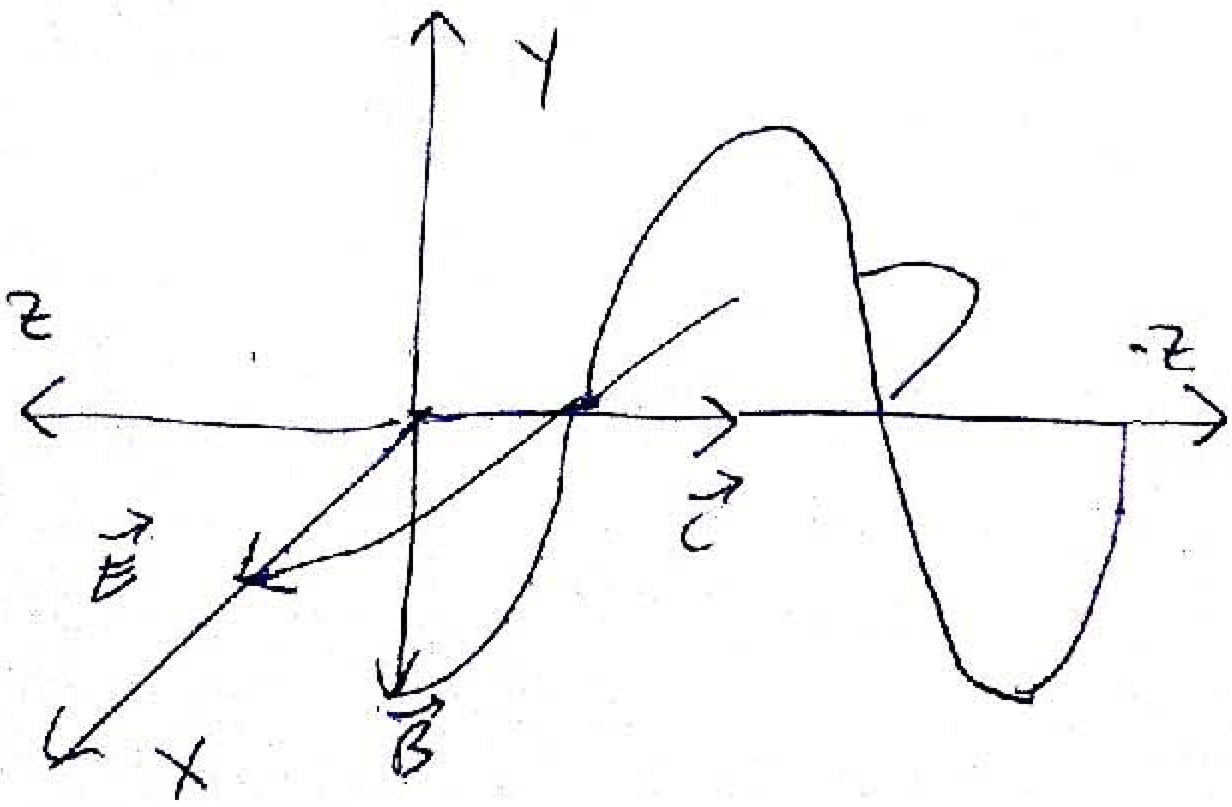
U=Pt=Im A t= 4.7×10^{-4} W/m^2 1m^{2}60 s==> $\boxed{U=28.6\ mJ}$ **Error de mu0 y unidades**

c) 1/3

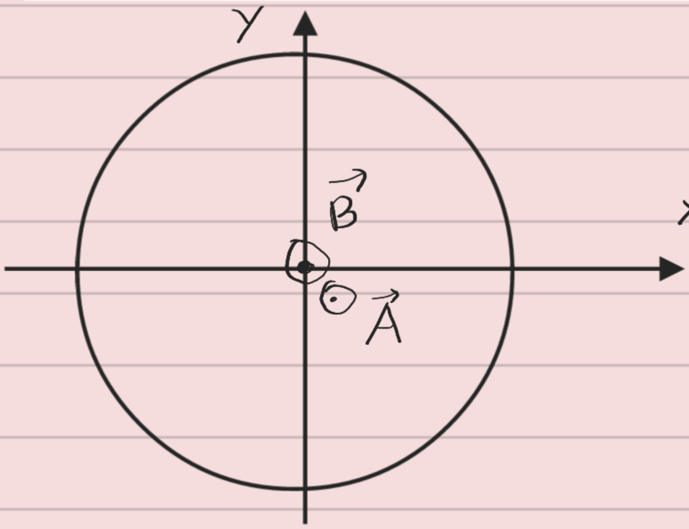


M

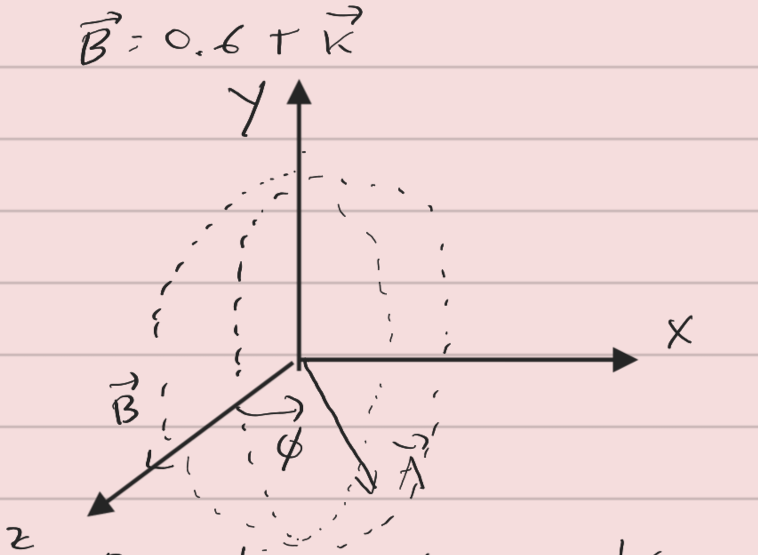
Falta la onda



4. (1 punto) Una espira conductora circular de radio $R = 25\,\text{cm}$ está situada inicialmente en el plano XY con su centro en el origen de coordenadas. En la zona existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,6\,T\vec{k}$. Si hacemos que la espira gire alrededor del eje Y a 300 revoluciones por minuto, obtener: (**a**) el flujo $\Phi_B(t)$ a traves de la espira. (**b**) Determinar la amplitud (valor máximo) $\mathcal{E}_{\text{máx.}}$ de la fuerza electromotriz inducida en la misma. (**c**) Realize un dibujo en el plano XZ de la espira en el instante inicial y para un ángulo cualquiera ϕ incluyendo los vectores $\vec{B}$ y $\vec{A}$ (vector superficie de la espira) en ambos casos.

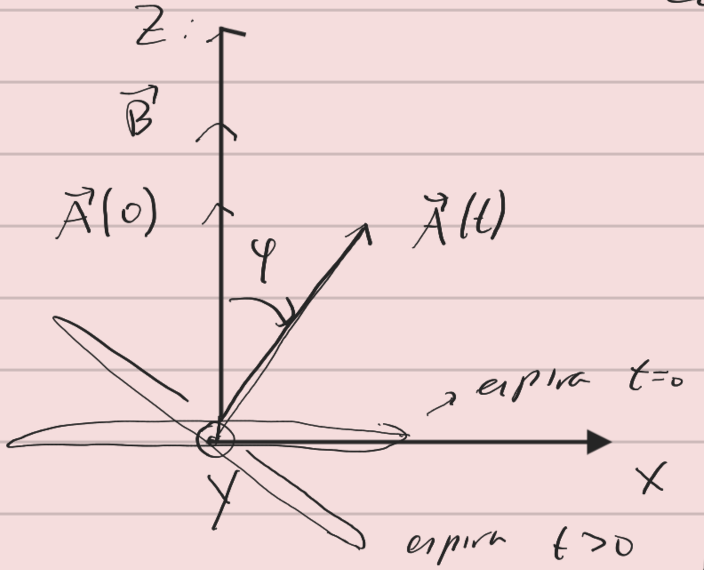


Situación inicial



Perspectiva en $t=0$ y otra posición

Vista desde el eje Y+, más clara:



Como $\vec{B}$ es uniforme y $\vec{A}$ plana

$\phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\varphi$;

φ varía con ω cte y vale 0 en $t=0$.

$\varphi = \omega t + \underset{=0}{\varphi_0} = \omega t \Rightarrow$

$\phi_B = BA\cos(\omega t) \Rightarrow \phi_B = B\pi R^2\cos(\omega t)$

$\Rightarrow \phi_B = 0{,}6\times\pi\,(0{,}25)^2\cos(\omega t)$

$\omega = 2\pi f = 2\pi\times 300\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\left(\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right) \Rightarrow$

$\omega = 10\pi\,\text{rad/s} \Rightarrow$

$$\boxed{\phi_B = 0{,}0375\pi\cos(10\pi t)\ \text{Wb}}$$

(b) $\xi = -\frac{d\phi_B}{dt} = 0{,}0375\pi\times 10\pi\,\text{sen}(10\pi t) = 3{,}7\,\text{sen}(\omega t)\ \text{V} \Rightarrow$

$$\boxed{\xi_{max} = 3{,}7\,\text{V}}$$

(c) Dibujos arriba.