

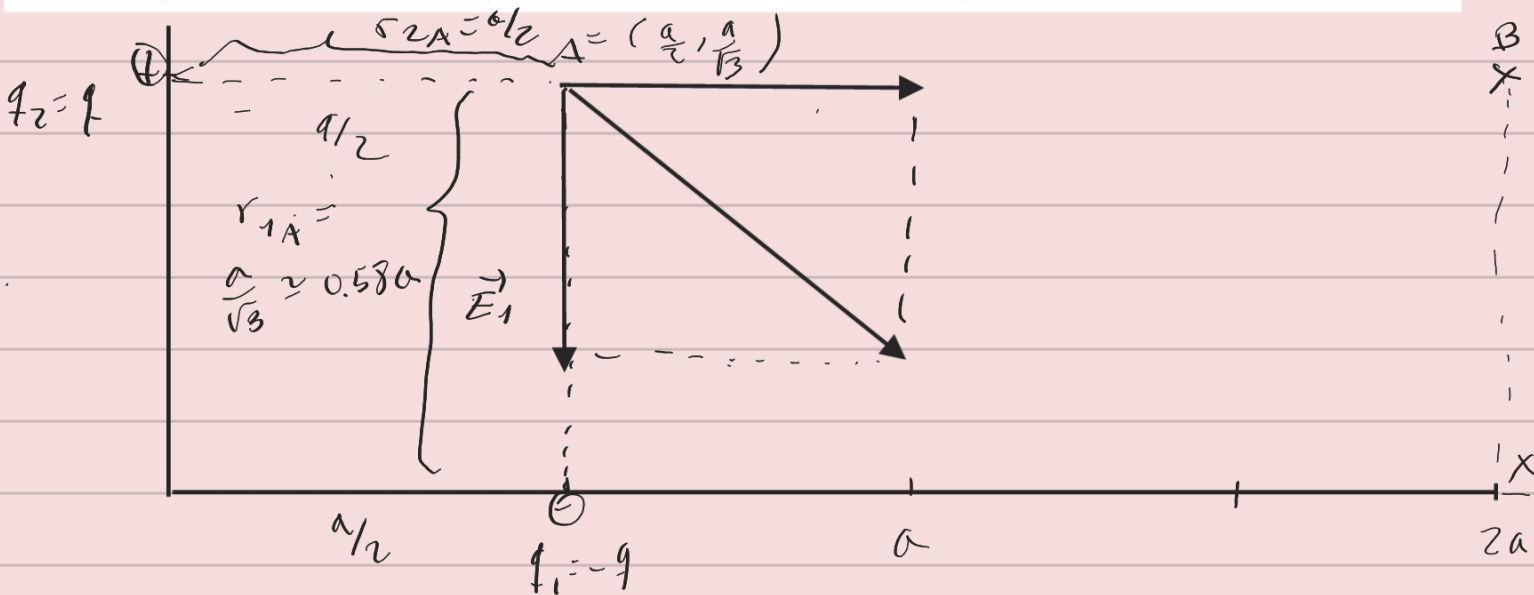
Física II. Grado en Ingeniería de la Salud. Segunda Convocatoria (07/09/2022).  
Primer parcial

**Notas importantes:** 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) Razonar todos los pasos. 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja: ejemplos:  $\vec{E} = k_e \frac{q_1 q_3}{2b^2} \vec{j}$ ,  $q = CV$ ,  $\vec{E} = 32, 3\vec{k}, V/m$ . 4) Dar los números en formato decimal o científico si son muy grandes o pequeños. 5) No dar los resultados como fracciones o combinaciones de raíces, tal como hacen algunas calculadoras, salvo expresiones muy simples. 6) Usar un número apropiado de cifras significativas. 7) Hacer dibujos grandes (media página o así) incluyendo todas las magnitudes relevantes.

**Constantes físicas.**  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ,  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

Eliga entre las opciones 1A y 1B, y entre las opciones 2A y 2B

**1A**(1,5 puntos) Dos cargas puntuales de distinto signo de valor  $q_1 = -q$ ,  $q_2 = +q$  ( $q > 0$ ) están situadas en el eje X en  $x = a/2$  ( $P_1$ ) y en el eje Y en  $y = a/\sqrt{3}$  ( $P_2$ ), respectivamente. Determinar (a) el vector campo eléctrico,  $\vec{E}$ , que crean en el punto  $A = (a/2, a/\sqrt{3})$ . (**Aviso.** No sustituya la constante  $k$  por su valor en ningún apartado) (b) Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico si una carga  $Q$  se desplaza del punto  $A$  al punto  $B = (2a, a/\sqrt{3})$ . ¿Es lógico el signo del trabajo: positivo o negativo? (c) Hacer un dibujo grande con todas las magnitudes implicadas  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}, A, B$  y ejes coordenados.



(a)

El campo eléctrico tiene la dirección y el sentido de una fuerza sobre una carga imaginaria positiva  $q'$ , que será repelida por  $q_2 (+)$  y atraída por  $q_1 (-)$ . Por la geometría del problema  $r_{1A} = \frac{a}{\sqrt{3}} \approx 0,58a$ ;  $r_{2A} = \frac{a}{2} = 0,5a < r_{1A}$ .

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= -k_e \frac{|q_1|}{r_{1A}^2} \vec{j} = -k_e \frac{q}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} \vec{j} = -3k_e \frac{q}{a^2} \vec{j} \\ \vec{E}_2 &= +k_e \frac{|q_2|}{r_{2A}^2} \vec{i} = k_e \frac{q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \vec{i} = 4k_e \frac{q}{a^2} \vec{i} \end{aligned} \right\} \vec{E} = k_e \frac{q}{a^2} (4\vec{i} - 3\vec{j})$$

Luego:

$$(b) W = W_A - W_B = q(V_A - V_B) = q(V_1(A) + V_2(A) - V_1(B) - V_2(B))$$

$$V_1(A) = k_e \frac{q_1}{r_{1A}} = k_e \frac{-q}{a/\sqrt{3}} = -\sqrt{3} k_e \frac{q}{a}$$

$$V_2(A) = k_e \frac{q_2}{r_{2A}} = k_e \frac{q}{\frac{a}{2}} = 2 k_e \frac{q}{a}$$

$$V_1(B) = k_e \frac{q_1}{r_{1B}} = k_e \frac{(-q)}{r_{1B}} ; r_{1B} = |\vec{r}_{1B}| = |\vec{r}_B - \vec{r}_1| =$$

$$= \left| \left( 2a, \frac{a}{\sqrt{3}} \right) - \left( \frac{a}{2}, 0 \right) \right| = \left| \left( \frac{3}{2}a, \frac{a}{\sqrt{3}} \right) \right|$$

$$\Rightarrow r_{1B} = a \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}} = a \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{3}} = a \sqrt{\frac{27+4}{12}} = a \sqrt{\frac{31}{12}} = 1,61a \Rightarrow$$

$$V_1(B) = k_e \frac{(-q)}{1,61a} = -0,622 k_e \frac{q}{a} ; V_2(B) = k_e \frac{q}{2a} = 0,5 k_e \frac{q}{a}$$

Substituyendo

$$W = k_e \frac{qq}{a} \left( -\sqrt{3} + 2 \cdot -(-0,622 + 0,5) \right) \Rightarrow$$

$$W = 0,390 k_e \frac{qq}{a}$$

El signo de  $W$  es positivo, lo que significa que el campo realiza trabajo. Como  $q > 0$ ,  $\vec{F} = q\vec{E}$  y  $\vec{E}$  es frente todo el tiempo con componente positiva en la dirección  $\vec{AB}$  por lo que realiza trabajo.

**1B**(1,5 puntos) Se dispone de un condensador de placas plano paralelas separadas una distancia  $d = 1 \text{ mm}$  y con el vacío entre las placas y una capacidad  $C_0 = 20 \text{ nF}$ . Se conecta a una diferencia de potencial  $V_0 = 125 \text{ V}$  y el condensador adquiere una energía  $U_0 = 37,5 \mu\text{J}$ . Obtener (a) El campo eléctrico  $E_0$  (en  $\text{kV/m}$ ) en el interior del condensador y la carga  $Q_0$  (en  $\mu\text{C}$ ) que adquiere. (b) Se desconecta el condensador de la fuente de potencial de forma que su carga se mantiene y se introduce entre placas un dieléctrico de permitividad relativa o constante dieléctrica  $\kappa \equiv \epsilon_r = 2.5$ . Obtener los nuevos valores de  $C$ ,  $V$ ,  $E$  y  $U$ . (c) Realice dos dibujos del condensador incluyendo las cargas libres y de polarización, así como el campo eléctrico, en un dibujo sin dieléctrico y en el otro con dieléctrico.

La capacidad de un condensador plano vale  $C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$ , siendo  $\epsilon_r$  la permitividad dieléctrica, que vale  $\epsilon_r = 1$  si no hay dieléctrico entre placas o hay aire. Igualmente  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0}$ .  
 Siendo  $\sigma = \frac{Q}{A}$  la carga de la placa positiva, y  $Q = CV$ .  
 Además como  $E$  es uniforme  $V = Ed$

(a) En el vacío  $E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{125 \text{ V}}{10^{-3} \text{ m}} \left( \frac{1 \text{ kV}}{10^3 \text{ V}} \right) \Rightarrow E_0 = 125 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$

$Q_0 = C_0 V_0 = 20 \text{ nF} \times 125 \text{ V} = 20 \times 10^{-9} \text{ F} \times 125 \text{ V} = 2500 \times 10^{-9} \text{ C} \left( \frac{1 \mu\text{C}}{10^{-6} \text{ C}} \right)$

$\Rightarrow Q_0 = 2,5 \mu\text{C}$

(b)  $Q = Q_0$ ,  $\epsilon_r = 2,5$ , entonces  $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q_0}{A} = \sigma_0 \Rightarrow$

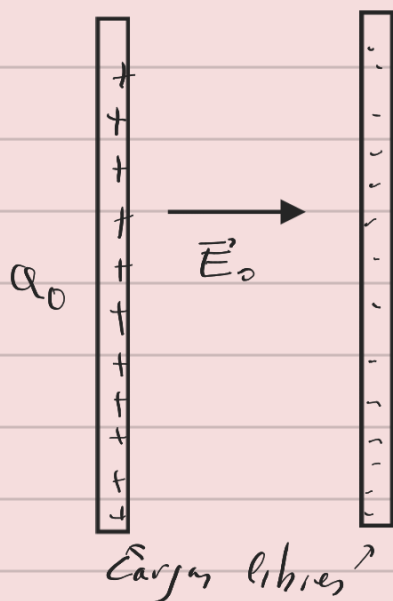
$E = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_r} E_0 = \frac{125 \text{ kV}}{2,5 \text{ m}} \Rightarrow E = 50 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$

$V = Ed = 50 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \times 10^{-3} \text{ m} = 50 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow V = 50 \text{ V} \quad (V = \frac{E_0}{\epsilon_r} d = \frac{V_0}{\epsilon_r})$

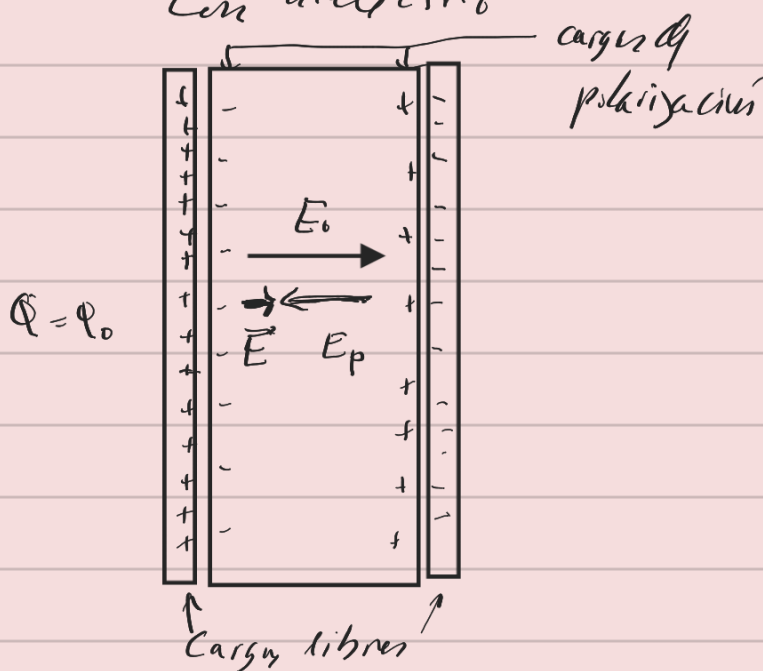
$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon_r C_0 = 2,5 \times 20 \text{ nF} \Rightarrow C = 50 \text{ nF}$

$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} Q_0 \frac{V_0}{\epsilon_r} = \frac{1}{\epsilon_r} U_0 = \frac{1}{2,5} 37,5 \mu\text{J} \Rightarrow U = 15 \mu\text{J}$

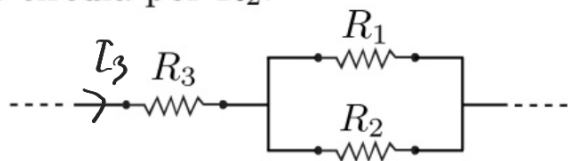
(c) Sin dieléctrico



Con dieléctrico



**2A**(1,5 puntos) En la asociación de la figura  $R_1 = 54\Omega$ ,  $R_2 = 27\Omega$  y  $R_3 = 20\Omega$ . Si la diferencia de potencial entre los extremos de  $R_3$  es de  $\Delta V_3 = 48\text{V}$ , determinar la intensidad  $I_2$  que circula por  $R_2$ .



Usamos la ley de Ohm

$$\Delta V = R I \text{ para } R_3$$

$$I_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = \frac{48\text{V}}{20\Omega} \Rightarrow$$

$$I_3 = 2,4\text{A}$$

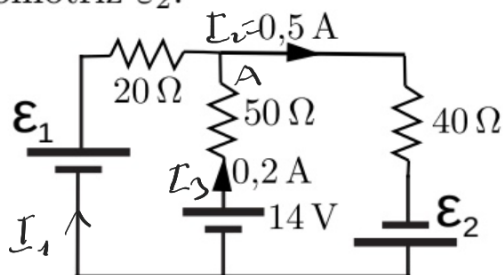
Entonces  $\Delta V_{12} = R_{12} I_{12}$ , con  $R_{12}$  está en serie con  $R_3$ ,  $I_{12} = I_3$  y con  $R_{12}$  el equivalente a  $R_1$  y  $R_2$  en paralelo  $\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{54} + \frac{1}{27} = \frac{1+2}{54} \Rightarrow$

$$R_{12} = \frac{54}{3} = 18\Omega$$

$$\text{y } \Delta V_{12} = R_{12} I_3 = 18\Omega \times 2,4\text{A} = 43,2\text{V} \text{ Por voltios}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V_{12}}{R_2} = \frac{18 \times 2,4}{27} \Rightarrow \boxed{I_2 = 1,6\text{A}}$$

**2B**(1,5 puntos) En el circuito de la figura calcular: (a) la fuerza electromotriz  $\varepsilon_1$  y (b) la fuerza electromotriz  $\varepsilon_2$ .



Ponemos nombres a las intensidades.

$$I_2 = 0,5\text{A}, I_3 = 0,2\text{A}$$

En el nodo A, aplicamos la ley de Kirchhoff de las intensidades:  $I_2 - I_1 - I_3 = 0$

$\Rightarrow I_1 = I_2 - I_3 = (0,5 - 0,2)\text{A} \Rightarrow I_1 = 0,3\text{A}$ . usamos ahora la ley de Kirchhoff del potencial para la malla de la izquierda: (D)

$$\sum \mathcal{E}_i = \sum I_j R_j \Rightarrow \mathcal{E}_1 - 14 = 20I_1 - 50I_3 = 20 \times 0,3 - 50 \times 0,2 = -4\text{V} \Rightarrow$$

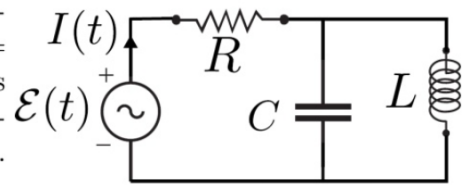
$$\mathcal{E}_1 = 14 - 4 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_1 = 10\text{V}}$$

(b) Igualmente, para la malla de la derecha: (D)

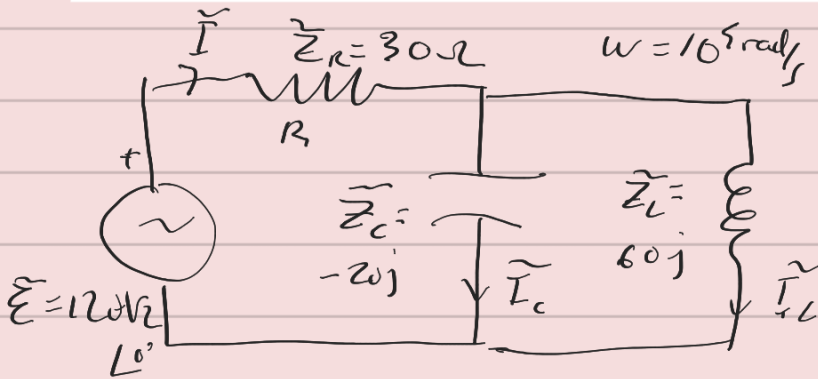
$$14 + \mathcal{E}_2 = 50I_3 + 40I_2 = 50 \times 0,2 + 40 \times 0,5 = 30 \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_2 = 30 - 14 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_2 = 16\text{V}}$$

3 (3 puntos) En el circuito de la figura, la fuerza electromotriz suministrada por el generador de corriente alterna es  $\mathcal{E}(t) = 120\sqrt{2}\cos(10^4 t)$  V ( $t$  en segundos). El valor de la resistencia es  $R = 30\Omega$  y las reactancias de la bobina y el condensador a la frecuencia de trabajo son respectivamente  $X_L = 60\Omega$  y  $X_C = 20\Omega$ .



Determinar: (a) la impedancia equivalente del circuito completo visto desde los terminales del generador y utilizar el resultado para determinar la intensidad instantánea,  $I(t)$ , que circula por el generador; (b) el fasor  $\tilde{V}_{LC}$  asociado a la caída de potencial en la asociación en paralelo  $L-C$ , y su voltaje asociado  $V_{LC}(t)$ ; el fasor  $\tilde{V}_R$  asociado a la caída de potencial en  $R$  y representar en un diagrama los fasores  $\tilde{V}_R$ ,  $\tilde{V}_{LC}$  y el fasor  $\tilde{\mathcal{E}}$  asociado a  $\mathcal{E}(t)$ ; (c) la potencia media suministrada por el generador y la potencia media consumida en el circuito.



Calculamos las impedancias  
 $\tilde{Z}_C = -jX_C \Rightarrow \tilde{Z}_C = -20j\Omega$   
 $\tilde{Z}_L = jX_L \Rightarrow \tilde{Z}_L = 60j\Omega$   
 $\tilde{Z}_R = R = 30\Omega$  y el fasor  $\tilde{\mathcal{E}} = 120\sqrt{2} V = 120\sqrt{2} e^{j0} V$

(a)  $\tilde{Z}_C$  y  $\tilde{Z}_L$  están en paralelo, luego

$$\frac{1}{\tilde{Z}_{LC}} = \frac{1}{-20j} + \frac{1}{60j} = \frac{1}{20j} \left( -1 + \frac{1}{3} \right)$$

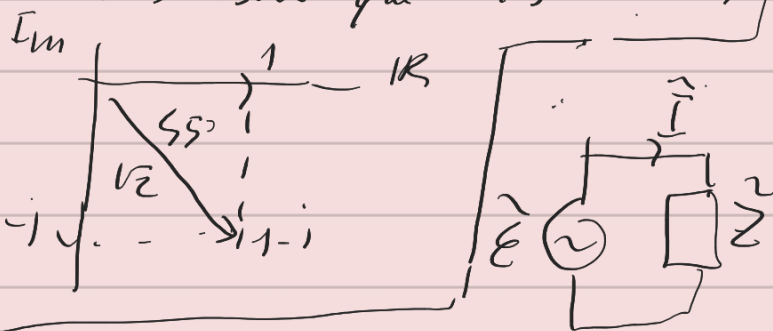
$$\Rightarrow \frac{1}{\tilde{Z}_{LC}} = \frac{1}{20j} \left( \frac{-3+1}{3} \right) \Rightarrow \tilde{Z}_{LC} = \frac{60j}{-2} \Rightarrow \tilde{Z}_{LC} = -30j\Omega \text{ y como este}$$

en serie con  $\tilde{Z}_R$ :  $\tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_{LC} \Rightarrow$

$$\tilde{Z} = 30 - 30j\Omega = 30\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \Omega$$

Hemos usado que  $1-j = \sqrt{2} e^{-j\pi/4}$

Usando la ley Kirchhoff de V en la única malla

$$\tilde{\mathcal{E}} = \tilde{I} \tilde{Z} \Rightarrow \tilde{I} = \frac{\tilde{\mathcal{E}}}{\tilde{Z}}$$


$$\Rightarrow \tilde{I} = \frac{120\sqrt{2}}{30\sqrt{2} e^{-j\pi/4}} \Rightarrow \tilde{I} = 4 e^{j\pi/4} A \Rightarrow I(t) = 4 \cos(\omega t + \frac{\pi}{4}) A$$

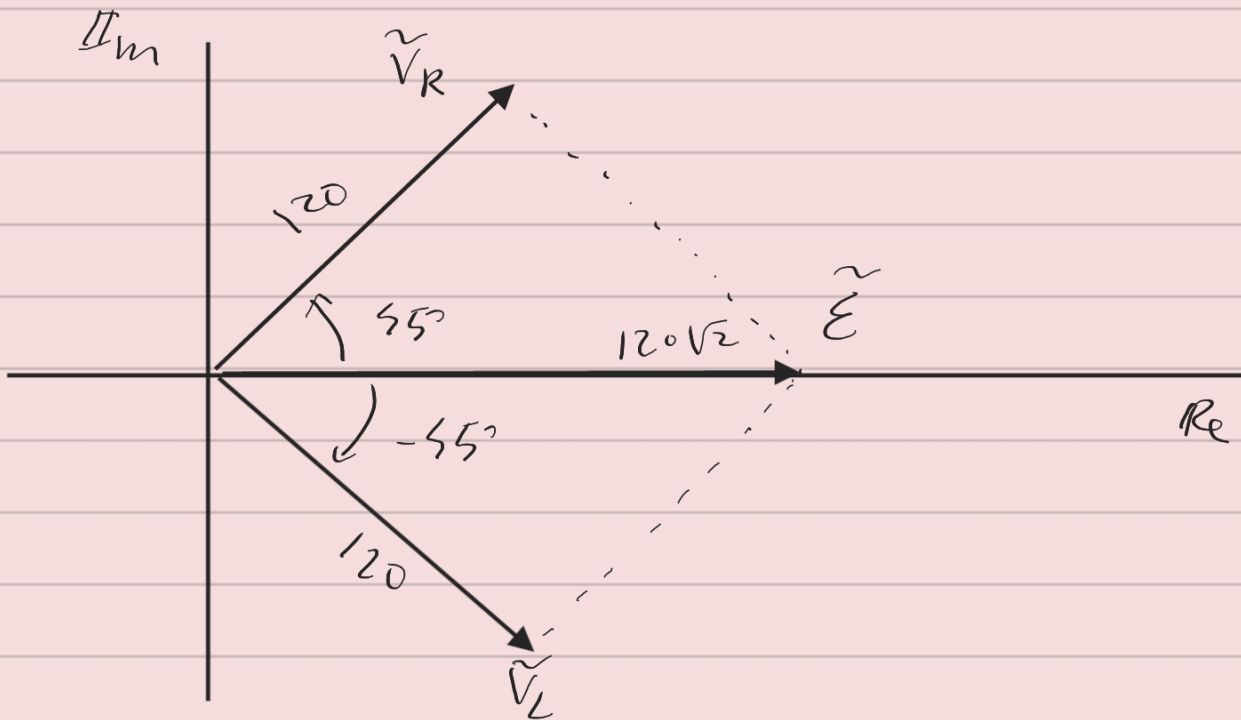
(b)  $\tilde{V}_{LC} = \tilde{Z}_{LC} \tilde{I}$  por la ley de Ohm en c.c.  $\Rightarrow$

$$\tilde{V}_{LC} = -30j \cdot 4 e^{j\pi/4} = 30 e^{-j\pi/2} \times 4 e^{j\pi/4} = 120 e^{j(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})} \Rightarrow$$

$$\tilde{V}_{LC} = 120 e^{-j\pi/4} V$$

Por la ley de Ohm en ca.  $\tilde{V}_R = \tilde{Z}_R \tilde{I} \Rightarrow$

$$\tilde{V}_R = 30 \times 4 e^{j\pi/4} \Rightarrow \tilde{V}_R = 120 e^{j\pi/4} V$$



(c) Potencia media suministrada  $P_g = \frac{1}{2} E_0 I_0 \cos(\varphi_E - \varphi_{I_0}) \Rightarrow$

$$P_g = \frac{1}{2} 120\sqrt{2} \times 4 \cos\left(0 - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} 120\sqrt{2} \times 4 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{P_g = 240 \text{ W}}$$

Potencia media consumida. Solo consumen las resistencias, y solo hay una  $R$ , recordo por  $P$

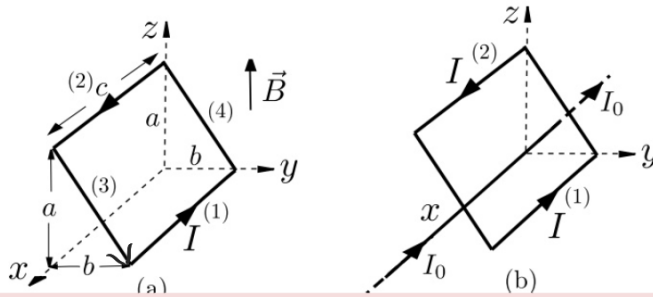
$$P_R = \frac{1}{2} I_0^2 R = \frac{1}{2} 4^2 \times 30 = 8 \times 30 \Rightarrow \boxed{P_R = 240 \text{ W}}$$

Como es lo mismo  $P_g = P_R$

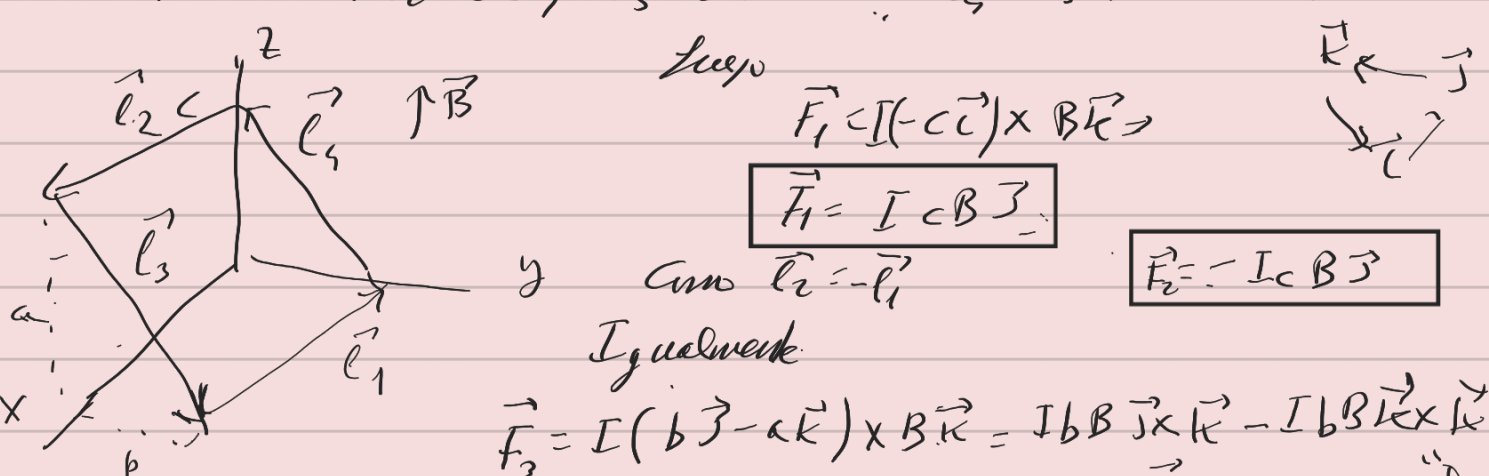
Física II. Grado en Ingeniería de la Salud. Segunda Convocatoria (07/09/2022).  
Segundo parcial

4(2 puntos) Figura (a): Se muestra una espira rectangular circulada por un corriente  $I$  en el sentido indicado. Si imponemos un campo magnetostático uniforme  $\vec{B} = B\hat{k}$  en la región de la espira, determinar: (4.1) la fuerza sobre cada uno de los lados (respete la numeración de la figura); (4.2) el momento de fuerzas que actúa sobre la espira.

Figura(b): Manteniendo la espira en la posición de la figura (a) retiramos el campo anterior y hacemos circular una corriente  $I_0$ , en el sentido indicado, por un hilo muy largo (infinito) situado sobre el eje X. (4.3) Determinar los vectores campo magnético  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creado por el hilo sobre los lados (1) y (2) de la espira. (4.4) También en la figura (b), usando la proyección sobre el plano YZ vista desde el eje X positivo, realizar un dibujo de las líneas de campo magnético que pasen por dichos lados, deduciendo su sentido, incluir en el dibujo los conductores (1) y (2) y los vectores  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$ .



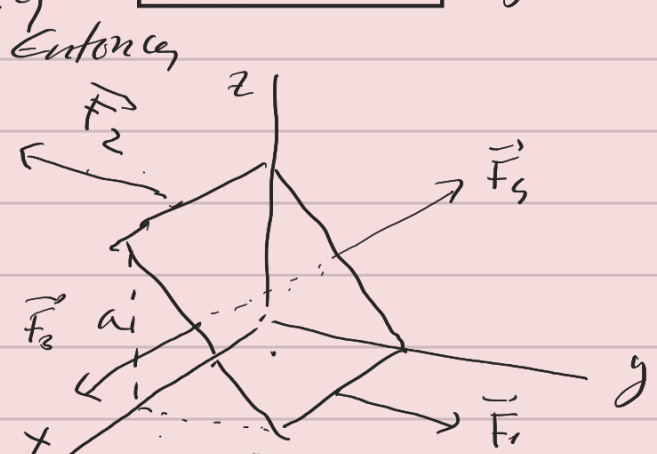
(4.1) La fuerza magnética sobre un conductor recto en un campo magnético uniforme vale  $\vec{F}_B = I \vec{\ell} \times \vec{B}$ , donde  $\vec{\ell}$  tiene correspondencia al conductor en el sentido de  $I$ . Tenemos  $\vec{\ell}_1 = -c\hat{z}$ ,  $\vec{\ell}_2 = c\hat{z}$ ;  $\vec{\ell}_3 = b\hat{y} - a\hat{k}$ ;  $\vec{\ell}_4 = -\vec{\ell}_3$ .  $\vec{B} = B\hat{k}$



luego  $\vec{F}_1 = I(-c\hat{z}) \times B\hat{k} \Rightarrow \vec{F}_1 = I c B \hat{y}$   
 Como  $\vec{\ell}_2 = -\vec{\ell}_1$   $\vec{F}_2 = -I c B \hat{y}$

Igualmente  $\vec{F}_3 = I(b\hat{y} - a\hat{k}) \times B\hat{k} = I b B \hat{y} \times \hat{k} - I a B \hat{k} \times \hat{k} = I b B \hat{x}$

(4.2)  $\Rightarrow \vec{F}_3 = I b B \hat{x}$  y  $\vec{F}_4 = -\vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_4 = -I b B \hat{x}$

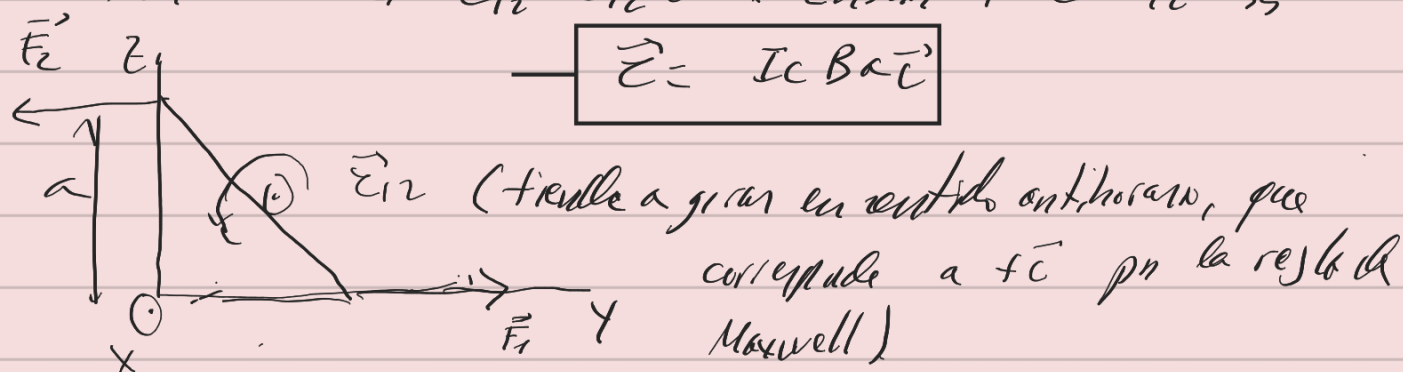


El momento de fuerzas de un par de fuerzas vale  $\tau = Fd$  donde  $F$  el módulo de cada fuerza y  $d$  la distancia entre las líneas de acción.

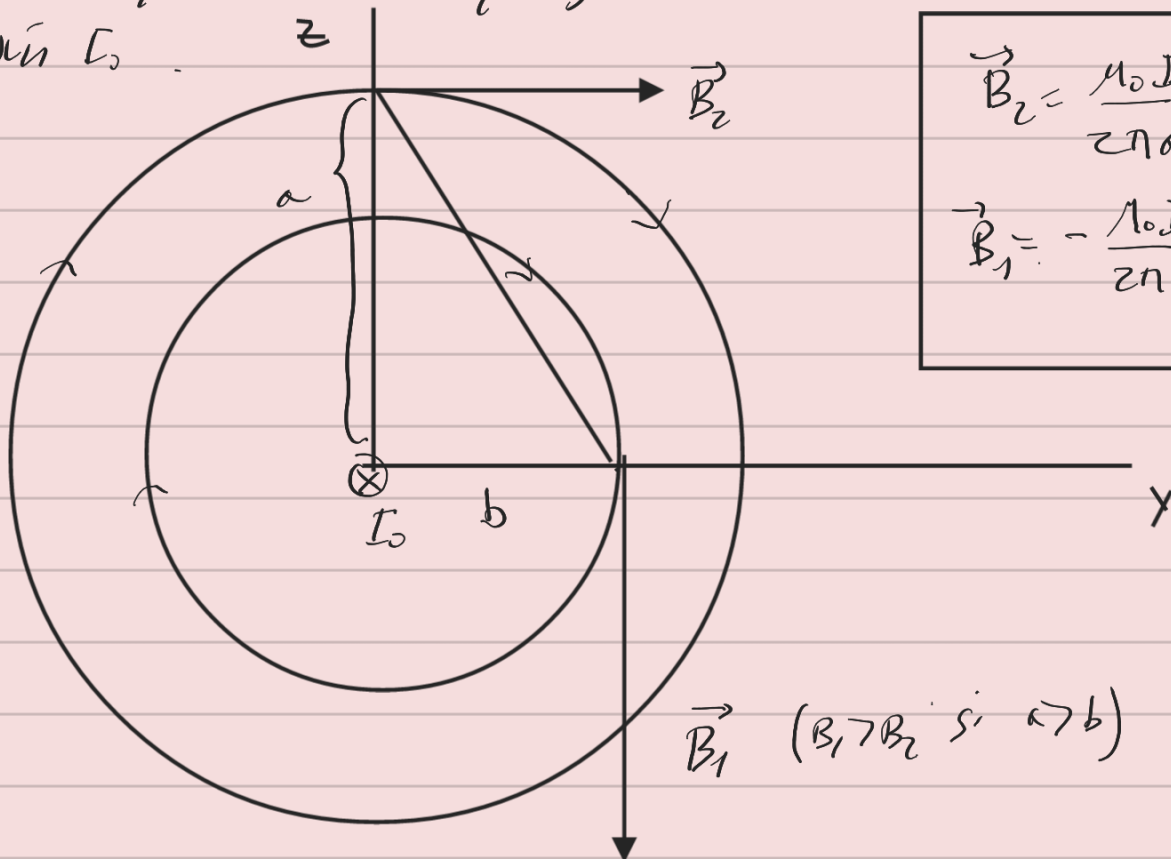
hoy  $\tau_{12} = F_1 a = I_c B a$  y  $\tau_{34} = F_3 \cdot 0 = 0$

La dirección del momento de fuerza es perpendicular al plano definido por el par de fuerzas y recibe según la regla de Maxwell  $\Rightarrow \vec{\tau}_{12} = \tau_{12} \vec{i}$ . Entonces  $\vec{\tau} = \vec{\tau}_{12} + \vec{\tau}_{34} \Rightarrow$

$$\vec{\tau} = I_c B a \vec{i}$$



4.3 Vemos la proyección sobre el plano  $YZ$ , perpendicular a  $I_0$ . Las líneas de campo magnético son circunferencias perpendiculares al conductor  $I_0$ , esto es en el plano  $YZ$ , con centro en el conductor  $I_0$  que crea el campo, y con sentido según la regla de Maxwell. Esto es que un tornillo que gire con la línea de campo avanza según  $I_0$ .



$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi a} \vec{j}$$

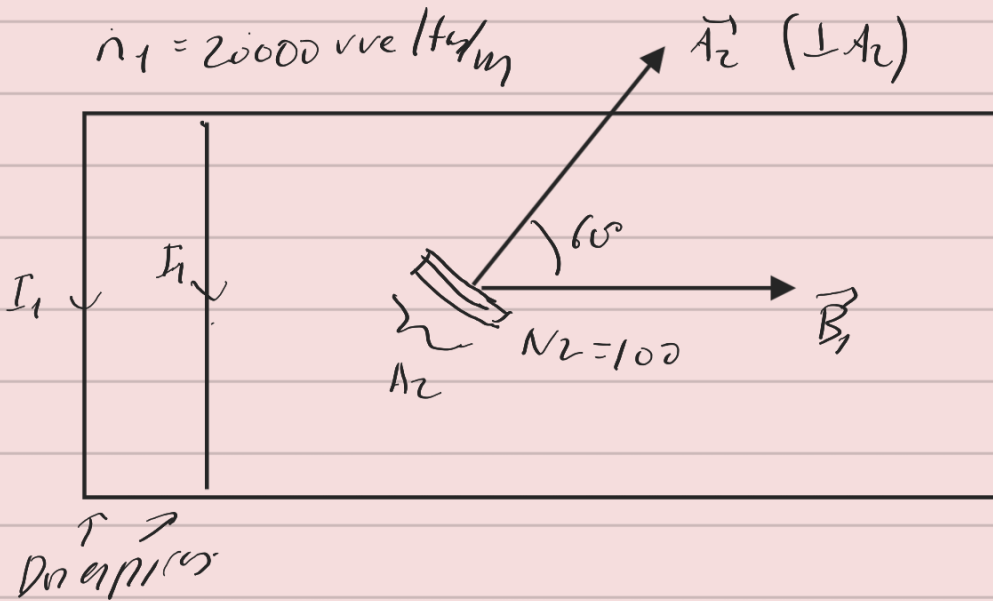
$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi b} \vec{i}$$

$\vec{B}_1$  ( $B_1 > B_2$  si  $a > b$ )

4.4 dibujo arriba

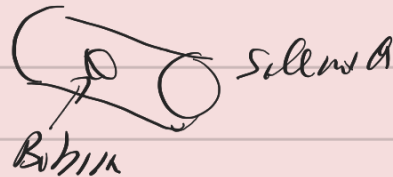


5(1 punto) En el interior de un solenoide esbelto, bobinado (1), con 20000 vueltas/m, colocamos una pequeña bobina de 100 vueltas de sección circular de área  $A_2 = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , bobina (2), cuyo eje forma un ángulo de  $60^\circ$  con el eje del solenoide (1). Si manteniendo los terminales de la bobina (2) en abierto hacemos circular una corriente  $I_1$  por el solenoide (1) que aumenta a una tasa de  $0,27 \text{ A}$  cada  $10$  milisegundos, determinar (a) la fuerza electromotriz (en valor absoluto),  $|\mathcal{E}_{2,i}|$ , inducida en la bobina (2). (b) Determinar el sentido de  $\mathcal{E}_{2,i}$  matemáticamente (b1) y usando la ley de Lenz (b2). (c) Realizar un dibujo que ilustre el solenoide, la bobina y las magnitudes  $I_1$ ,  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{\mathcal{E}}_{2,i}$ ,  $A_2$  y  $\vec{A}_2$ . Nota: puede suponer una intensidad inducida  $I_{i,2}$  en la bobina para usar la Ley de Lenz, en ese caso puede incluirla en el dibujo. Esta intensidad no existirá al estar la bobina en circuito abierto pero es útil para la deducción del sentido.



Realizaremos primero el dibujo en la proyección del solenoide sobre un plano  $px$  para  $py$

en eje. En perspectiva



$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} = M_{21} I_1 + L_2 I_2$ , pero  $I_2 = 0$  al estar en abierto  $\Rightarrow \Phi_2 = M_{21} I_1$ . obtenemos  $M_{21}$ , como  $\vec{B}_1$  es paralela al eje del solenoide y vale  $B_1 = \mu_0 n_1 I_1$  y forma un ángulo de  $60^\circ$  con  $\vec{A}_2$  (perpendicular a las espiras de la bobina).

$$\Phi_{21} = N_2 \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} \quad \text{y como } \vec{B}_1 \text{ es uniforme } \times A_2 \text{ plana:}$$

$$\Phi_{21} = N_2 \vec{B}_1 \cdot \vec{A}_2 = N_2 B_1 A_2 \cos(60^\circ) \quad \text{y } B_1 = \mu_0 n_1 I_1$$

$$\Rightarrow \Phi_{21} = \mu_0 n_1 N_2 A_2 \cos(60^\circ) I_1 \quad \Rightarrow M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \mu_0 n_1 N_2 A_2 \cos(60^\circ)$$

$$\Rightarrow M_{21} = 4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^4 \times 100 \times 2 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} \Rightarrow M_{21} = 8 \pi \times 10^{-5} \text{ H}$$

$10^{-5}$

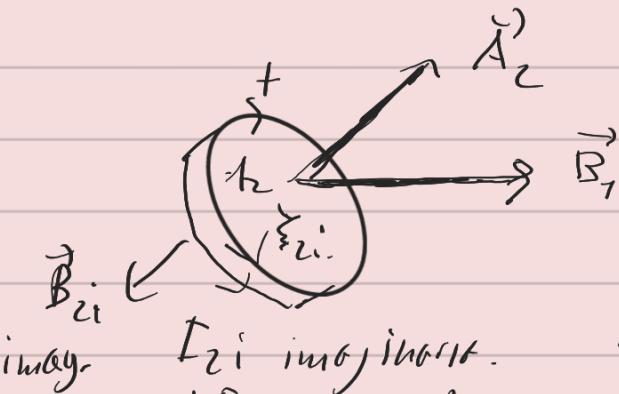
$$y \quad \xi_{2i} = - \frac{d\phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad \text{1 con } \Delta I_1 = 0,27A \text{ cada } \Delta t = 10ms$$

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{0,27A}{10 \times 10^{-3}s} \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = 27 \frac{A}{s} \Rightarrow$$

$$|\xi_{2i}| = 8M \times 10^{-5} \times 27 \Rightarrow |\xi_{2i}| = 2,16M \times 10^{-3}V = 6,75mV$$

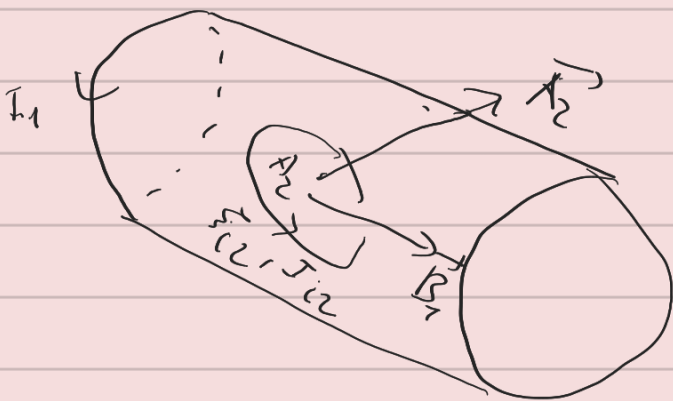
(b) Matemáticamente: Como  $\frac{dI_1}{dt} > 0$ ;  $\xi_{2i} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$  es

negativa. Como  $\vec{A}$  circula en el sentido + sobre la espira  $\xi_{2i}$  tiene el sentido contrario.



$I_{2i}$  imaginaria. Ley de Lenz  $\phi_{21} = M_{21} I_1$  como  $\frac{dI_1}{dt} > 0$ ,  $\phi_{21}$  aumenta y la intensidad  $I_{2i}$  tenderá a oponerse creando un campo  $\vec{B}_{2i}$  opuesto a  $\vec{A}_2$  para oponerse al aumento de flujo. Este campo sería creado por  $I_{2i} = \tilde{I}_{2i}$  en el sentido indicado.

(c) Dibujo:



6 (1 punto) Una onda electromagnética plana de longitud de onda 20 cm se propaga en sentido negativo del eje Y de forma que su campo magnético oscila en la dirección del eje X con una amplitud  $B_0 = 5 \text{ nT}$ , tomando su valor máximo positivo en  $t = 0$ . Determinar: (a) la expresión completa del vector campo eléctrico de la onda  $\vec{E}$ ; (b) la intensidad media,  $I_m$ , de la onda y el vector de Poynting; (c) la distancia entre dos puntos del eje Y,  $\Delta y$ , cuya diferencia de fase sea de  $\pi/4 \text{ rad}$ . (d) Realizar un dibujo de la onda en  $t = 0$  así como de los vectores  $\vec{c}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  en  $t = 0$ .

$x = 0,2 \text{ m}$        $\vec{B} = B_0 \cos(ky + \omega t) \vec{k}$        $\leftarrow$  v. bra en el eje X.

$\nearrow$        $\uparrow$        $\nwarrow$   $\vec{c} \equiv 0$  pues el máx.  $\text{en } t=0$ .  
 Pues se propaga en el eje Y      Pues se propaga en sentido (-)

Calculamos  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2 \text{ m}} \Rightarrow k = 10\pi \text{ rad/m}$

$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = ck = 3 \times 10^8 \times 10\pi \Rightarrow \omega = 3 \times 10^9 \pi \text{ rad/s}$

$\left. \begin{array}{l} \nearrow \vec{c} \\ \nwarrow \vec{E} \end{array} \right\} \vec{c} \perp \vec{E}$

Además  $\vec{B} \times \vec{c} = \vec{E} \Rightarrow B_0 \times \vec{c} = E_0 \Rightarrow E_0 = B_0 c \times (-\vec{j}) = -B_0 c \vec{j}$

$\Rightarrow E_0 = B_0 c = 5 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8 \Rightarrow E_0 = 1,5 \text{ V/m}$

Así que  $\vec{E} = -1,5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cos(10\pi y + 3 \times 10^9 \pi t) \vec{j}$

(b)  $I_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0 B_0 = \frac{1}{2} \times 8,85 \times 10^{-12} \times 1,5 \times 5 \times 10^{-9} \Rightarrow I_m = 2,98 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$

$\vec{S} = -I_m \vec{j} \Rightarrow \vec{S} = -2,98 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2} \vec{j}$

(c)  $\Delta\phi = k\Delta y \Rightarrow \frac{\pi}{4} = 10\pi \Delta y \Rightarrow \Delta y = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow \Delta y = 2,5 \text{ cm}$

$\Delta y = 2,5 \text{ cm}$

También  $\left. \begin{array}{l} \lambda \rightarrow 2\pi \\ \Delta y \rightarrow \Delta\phi = \pi/4 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta y = \frac{\lambda \Delta\phi}{2\pi} = \frac{\lambda \pi/4}{2\pi} = \frac{\lambda}{8} = \frac{20 \text{ cm}}{8}$

$\Rightarrow \Delta y = 2,5 \text{ cm}$  c. f. d

(d)

