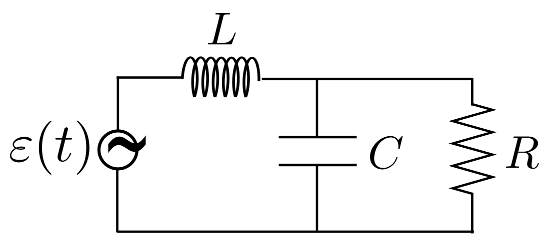
Física 2 Grado en Ingeniería de la salud. ***Parte final de electromagetismo*** (26/06/2018)

Notas importantes: 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) Razonar todos los pasos. 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja; ejemplos: $\boxed{a = 0.5g\,t^2}$ o bien $\boxed{a = 3\,\text{m/s}^2}$. Constantes: $k_e = 9 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{T}\cdot\text{m/A}$, $c = 3 \times 10^8\,\text{m/s}$.

1.- Considere el sistema formado por dos cargas que pueden considerarse puntuales: $q_1 = 2\,\mu\text{C}$, situada en el punto $A = (0, 2)\,\text{cm}$, y $q_2 = 3\,\mu\text{C}$, situada en el punto $B = (3, 0)\,\text{cm}$. **(a)** Calcular la fuerza (vector) $\vec{F}_3$ que este conjunto de cargas ejerce sobre una tercera carga puntual de valor $q_3 = 4\,\mu\text{C}$ situada en el punto $C = (3, 2)\,\text{cm}$. **(b)** Si ahora se sustituye la carga q_3 por $q_4 = -5\mu\text{C}$, situada también en el punto C, calcular la fuerza total (vector) $\vec{F}_4$ que ejercen q_1 y q_2 sobre q_4. **(c)** Calcular el potencial eléctrico $V(C)$ en el punto C debido a q_1 y q_2. **(d)** Calcular el trabajo que se necesita aplicar para mover q_3 desde el punto C hasta el punto $D = (0, 0)$cm.

2.- Suponga un conductor recto de longigud l, sección S, recorrido por una intensidad I. Igualmente, suponga que hay n portadores de carga por unidad de volumen con la misma carga q y velocidad $\vec{v}_d$. La ley de Ohm microscópica establece que $\vec{J} = \sigma\vec{E}$. ¿Qué son $\vec{J}$ y σ? Con estos datos, deducir la ley de Ohm circuital $V_1 - V_2 = RI$ y obtener el valor de R en función de las dimensiones y características del conductor recto.

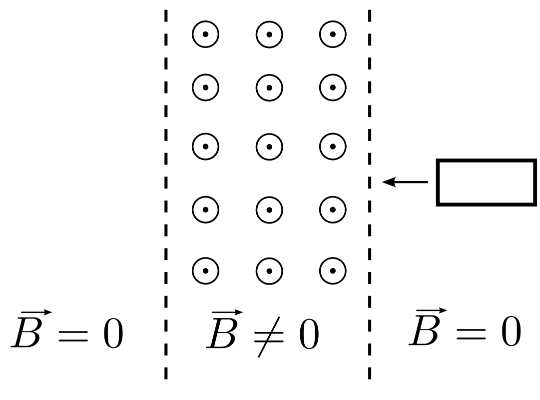
3.- En el circuito de la figura, la fuerza electromotriz suministrada por el generador de corriente alterna es $\xi(t) = 4\cos(100\pi t)$ V (con t en segundos). **(a)** Determinar el valor eficaz de la intensidad que circula por el generador, así como el desfase entre dicha intensidad y la fuerza electromotriz, indicando claramente cuál de ellas está adelantada respecto a la otra. **(b)** Calcular la potencia promedio suministrada por el generador. Sin realizar ningún cálculo adicional, indicar de forma razonada cuál es la potencia consumida en cada elemento del circuito. **Nota**: redondee el valor de las impedancias.



$L = 159.2\,\text{mH}$
$C = 63.66\,\mu\text{F}$
$R = 50\,\Omega$

4.- **(a)** Deducir el campo magnético (vector) $\vec{B}$ producido por una espira circular de radio R en su centro si la espira es plana situada en el plano XZ y recorrida por una intensidad I . **(b)** Obtener el momento dipolar magnético de la misma espira y el momento de fuerzas sobre la misma si hay un campo magnético externo $\vec{B}_{ext}$ en la dirección y sentido positivo del eje X. **(c)** Deducir el valor de la fuerza neta que ejerce $\vec{B}_{ext}$ sobre la espira. **(d)** ¿Cuál es el valor del flujo magnético Φ_{ext} debido al campo magnético externo $\vec{B}_{ext}$ que atraviesa la espira.

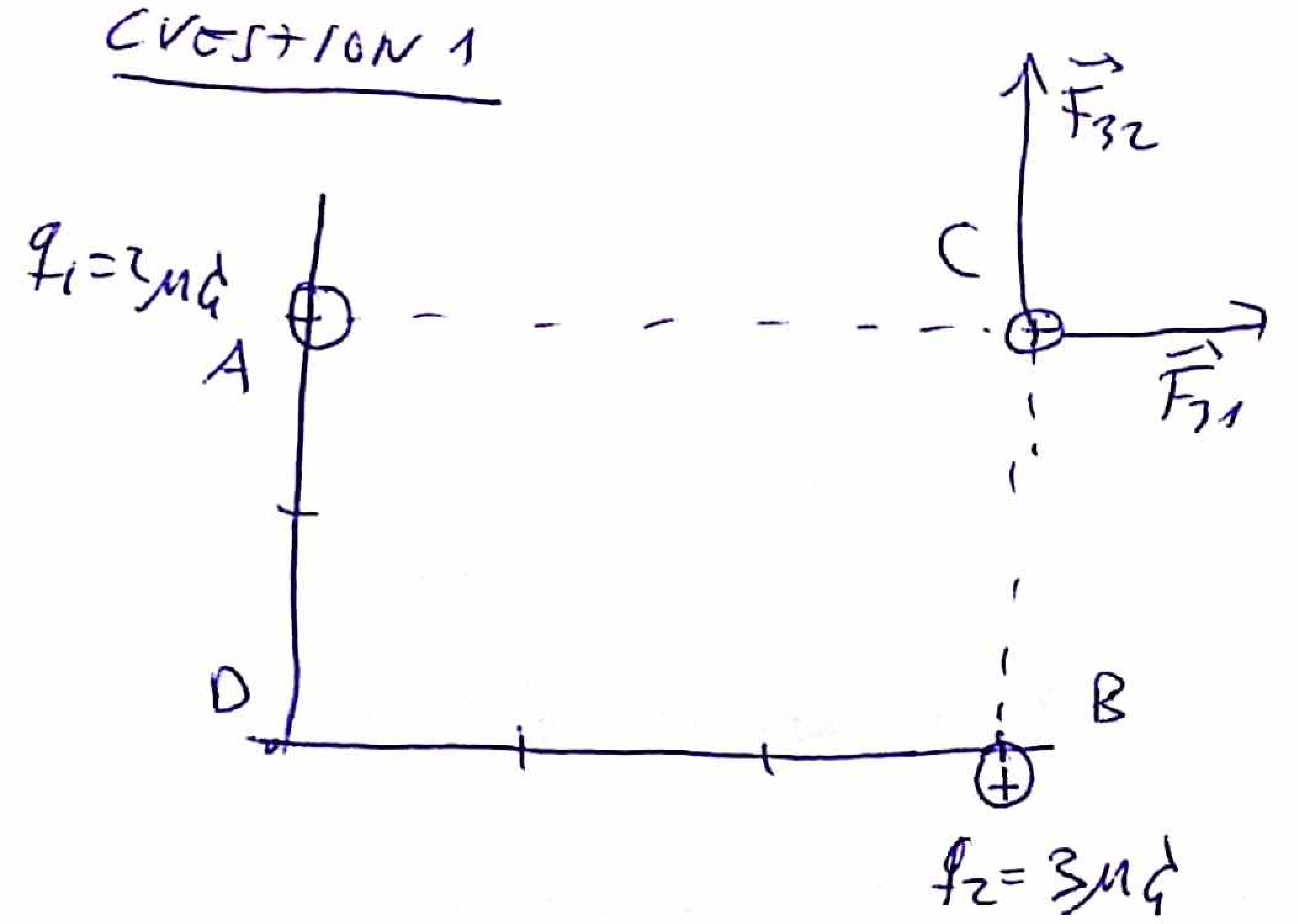
5.- La espira conductora rectangular de la figura, de lados a (el corto) y b (el largo) y resistencia R se desplaza hacia la izquierda con velocidad v atravesando una zona donde existe un campo magnético dirigido hacia el lector de módulo B. Obtenga el flujo magnético que atraviesa la espira Φ_B, deduzca el sentido del campo magnético inducido $\vec{B}_i$ en la espira, el valor de la corriente inducida I_i en la espira así como su sentido (horario, antihorario o ninguno) en los tres intervalos de tiempo siguientes: (a) mientras entra en la zona de campo: (b) cuando se encuentra completamente en la zona de campo; (c) mientras sale de la zona de campo.



6.- Una onda electromagnética armónica plana se propaga en el vacío siendo su frecuencia $f = 100\,\text{MHz}$. Su campo magnético viene dado por $\vec{B} = 10\cos(ky + \omega t + \pi/4)\hat{k}\,\text{nT}$. Determinar: **(a)** la dirección y sentido de propagación de la onda; **(b)** la longitud de onda, el número de onda y la frecuencia angular; **(c)** el vector campo eléctrico $\vec{E}$ realizando además un dibujo de la onda (incluya en el dibujo los ejes de coordenadas); **(d)** la intensidad promedio de la onda $\langle I \rangle$ y el vector de Poynting $\vec{S}$. **(e)** La energía W que llega en media hora a una superfice de área $A = 2\,\text{cm}^2$ colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.

JUNIO 2018

CUESTION 1



$q_1=2\mu C$ en $A=(0,2)$ cm

$q_2=3\mu C$ en $B=(3,0)$ cm.

(a) ¿$\vec F_3$ sobre $q_3=5\mu C$ en $C=(3,2)$ cm?

$$\vec F_3=\vec F_{32}+\vec F_{31}$$

$$\vec F_{31}=k_e\frac{q_1 q_3}{|\vec{AC}|^3}\vec{AC}$$

$$\vec F_{32}=k_e\frac{q_2 q_3}{|\vec{BC}|^3}\vec{BC}$$

Con $\vec{AC}=C-A=(3,2)-(0,2)=(3,0)\text{ cm}=3\vec i\text{ cm}\Rightarrow|\vec{AC}|=3\text{ cm}$

y $\vec{BC}=C-B=(3,2)-(3,0)=(0,2)\text{ cm}=2\vec j\text{ cm}\Rightarrow|\vec{BC}|=2\text{ cm}.$

Además $\frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}=\frac{3\vec i\text{ cm}}{3\text{ cm}}=\vec i$ y $\frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|}=\frac{2\vec j\text{ cm}}{2\text{ cm}}=\vec j$, luego:

$$\vec F_3=\vec F_{32}+\vec F_{31}=k_e\frac{q_2q_3}{|\vec{BC}|^2}\frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|}+k_e\frac{q_1q_3}{|\vec{AC}|^2}\frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}\Rightarrow$$

$$(1)\quad \vec F_3=k_e q_3\left(\frac{q_2}{|\vec{BC}|^2}\vec j+\frac{q_1}{|\vec{AC}|^2}\vec i\right)=9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\,5\times10^{-6}C\left(\frac{3\times10^{-6}C}{2^2\times10^{-4}m^2}\vec j+\frac{2\times10^{-6}C}{3^2\times10^{-4}m^2}\vec i\right)=$$

$$=8\times10^{9-6+5-6}\vec i+9\times3\times10^{9-6+4-6}\vec j\ N\Rightarrow\boxed{\vec F_3=80\vec i+270\vec j\ N}$$

(b) Idem, cambiando q_3 por $q_4=-5\mu C$

Modificamos la ecuación (1):

$$\vec F_4=k_e q_4\left(\frac{q_2}{|\vec{BC}|^2}\vec j+\frac{q_1}{|\vec{AC}|^2}\vec i\right)=\frac{q_4}{q_3}\vec F_3=\frac{-5\mu C}{5\mu C}\vec F_3=-\frac{5\times80}{4}\vec i-\frac{5\times270}{4}\vec j\ N$$

$$\Rightarrow\boxed{\vec F_4=-100\vec i-337{,}5\vec j}$$

(c) calculo $V(C)$: $V(C)=V_1(C)+V_2(C)=k_e\frac{q_1}{|\vec{AC}|}+k_e\frac{q_2}{|\vec{BC}|}$, sustituyendo

$$V(C)=9\times10^9\frac{\times2\times10^{-6}}{3\times10^{-2}}V+9\times10^9\frac{\times3\times10^{-6}}{2\times10^{-2}}V=9\times\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)\times10^{9-6+2}V\Rightarrow V(C)?$$

$$\boxed{V(C)=1{,}95\times10^6 V}$$

(d) Como es un trabajo externo contra el campo $W_{CD}=U_D-U_C=q_3(V_D-V_C)$,

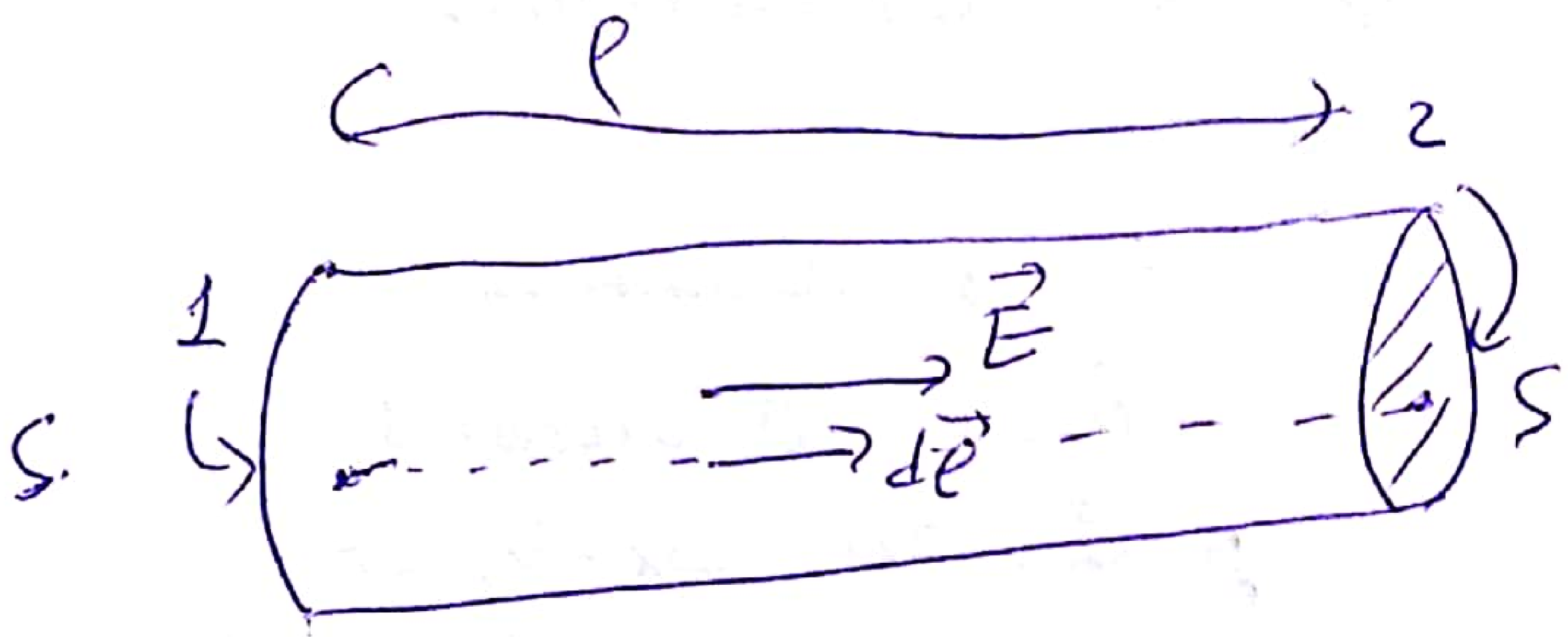
falta calcular $V_D=V(D)=9\times10^9\frac{\times2\times10^{-6}}{2\times10^{-2}}V+9\times10^9\frac{\times3\times10^{-6}}{3\times10^{-6}}=9\times(1+1)\times10^5\ V\rightarrow$

$V_D=1{,}8\times10^6 V\rightarrow W_{CD}=5\times10^{-6}C(1{,}8-1{,}95)\times10^6 V\Rightarrow\boxed{W_{CD}=-0{,}6\ W}$

El signo menos indica que en realidad es el campo el que hace el trabajo.

JUNIO 2018: CUESTIÓN 2

Conductor recto ℓ, S, I, n, q y $\vec{v}_d$. De $\vec{J}=\sigma\vec{E}$ obtener $V_1-V_2=RI$ y R.



La caída de potencial entre dos puntos es $V_1-V_2=\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$ (1)

Suponiendo $\vec{E}$ uniforme y el conductor recto, el camino es paralelo a $\vec{E}$. Además $\vec{E}$ apunta en el sentido del potencial decreciente, es decir $V_1>V_2$ en el dibujo. Entonces $d\vec{\ell}$ tiene el mismo sentido y dirección que $\vec{E}$ $\Rightarrow$ $\vec{E}\cdot d\vec{\ell}=E\,d\ell\cos(0)$, sustituyendo:

$$V_1-V_2=\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{\ell}=\int_1^2 E\,d\ell=E\int_1^2 d\ell=E\ell. \qquad (2)$$

El vector densidad de corriente es $J=\frac{I}{S}$ (3) por definición y sabemos que además está relacionado con las variables microscópicas por $J=qnv_d$, pero esto no es necesario para la deducción.

A partir de la ley de ohm microscópica $\vec{J}=\sigma\vec{E} \Rightarrow J=\sigma E \Rightarrow$ $E=\frac{J}{\sigma}$, sustituyendo en (2): $V_1-V_2=\frac{J}{\sigma}\ell$ y sustituyendo (3):

$\Rightarrow V_1-V_2=\frac{I}{S\sigma}\ell=\left(\frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{S}\right)I$. Vemos que V_1-V_2 es proporcional a I y el coeficiente de proporcionalidad, que llamamos resistencia,

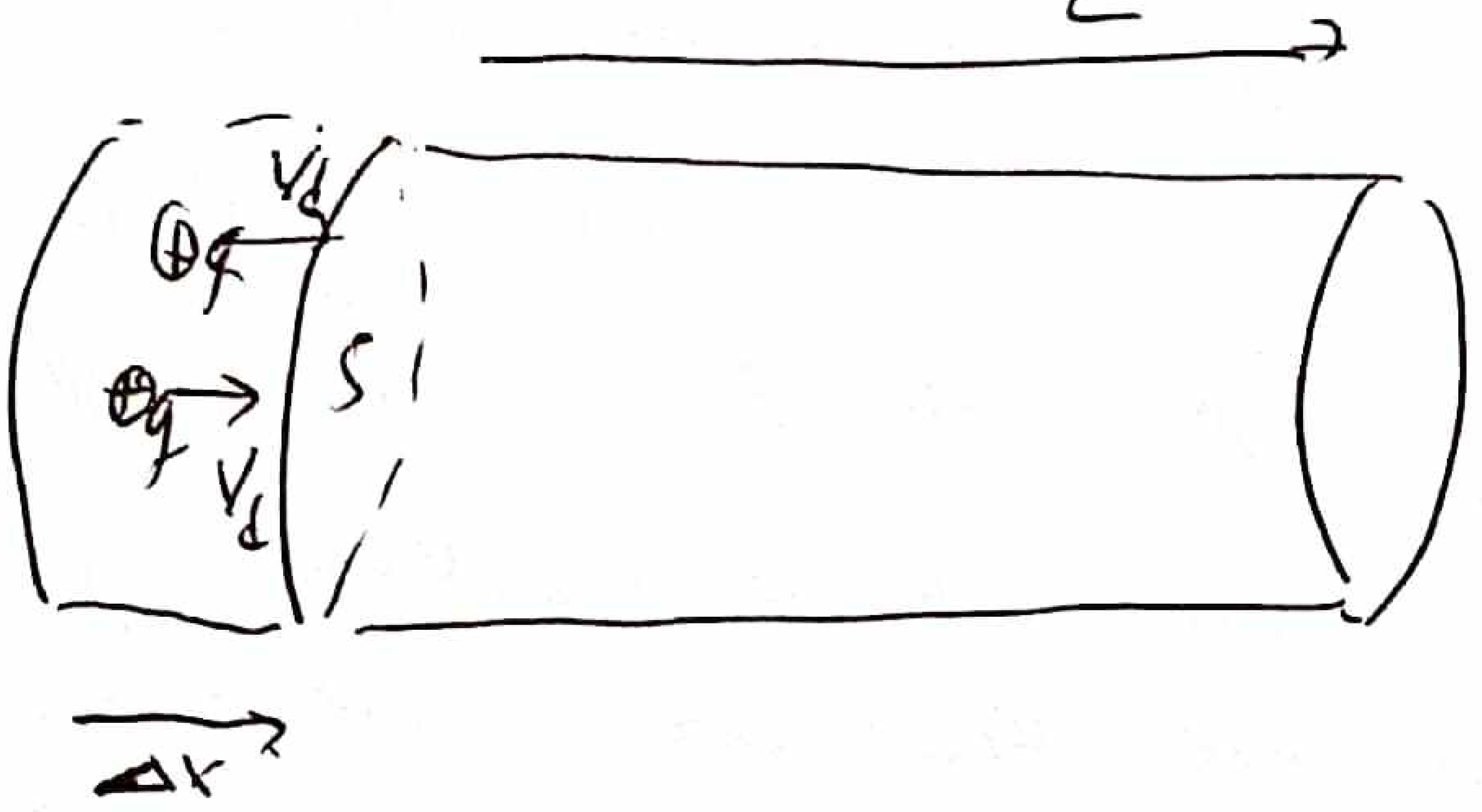
$\boxed{R=\frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{S}}$ depende sólo del conductor, a través de la sección S, longitud ℓ y σ. σ es la conductividad y es una característica del conductor que indica cómo de bien conduce, según $\vec{J}=\sigma\vec{E}$. De esta forma tenemos la ley de ohm circuital:

$$\boxed{V_1-V_2=RI}$$

$\vec{J}$ es el vector densidad de corriente definida por $J=\frac{I}{S}$, esto es la intensidad de corriente por unidad de área y con la dirección y sentido del movimiento de las cargas positivas (u opuesta a las negativas). Como se ha dicho es igual a $\vec{J}=qn\vec{v}_d$.

Esto no es estrictamente necesario incluirlo

La relación de $\vec{J}$ con $n\,q$ y $\vec{v_d}$ es fácil de obtener



Si consideramos un cilindro de sección S y longitud $\Delta x = v_d \Delta t$ a la entrada del conductor anterior de longitud ℓ.

En un tiempo Δt todos los portadores de carga que están en el cilindro recorren una distancia $\Delta x = v_d \Delta t$ y por lo tanto atraviesan S. Los que están fuera no atraviesan S. Hemos supuesto que los portadores tienen carga positiva pero se puede hacer una deducción análoga si tienen carga negativa.

Carga neta que atraviesa S en Δt: (nº de portadores por unidad de volumen × volumen del cilindro $S \cdot \Delta x$) × (carga de cada portador) $= n\,S\,\Delta x\,q = n\,q\,v_d\,\Delta t\,S$

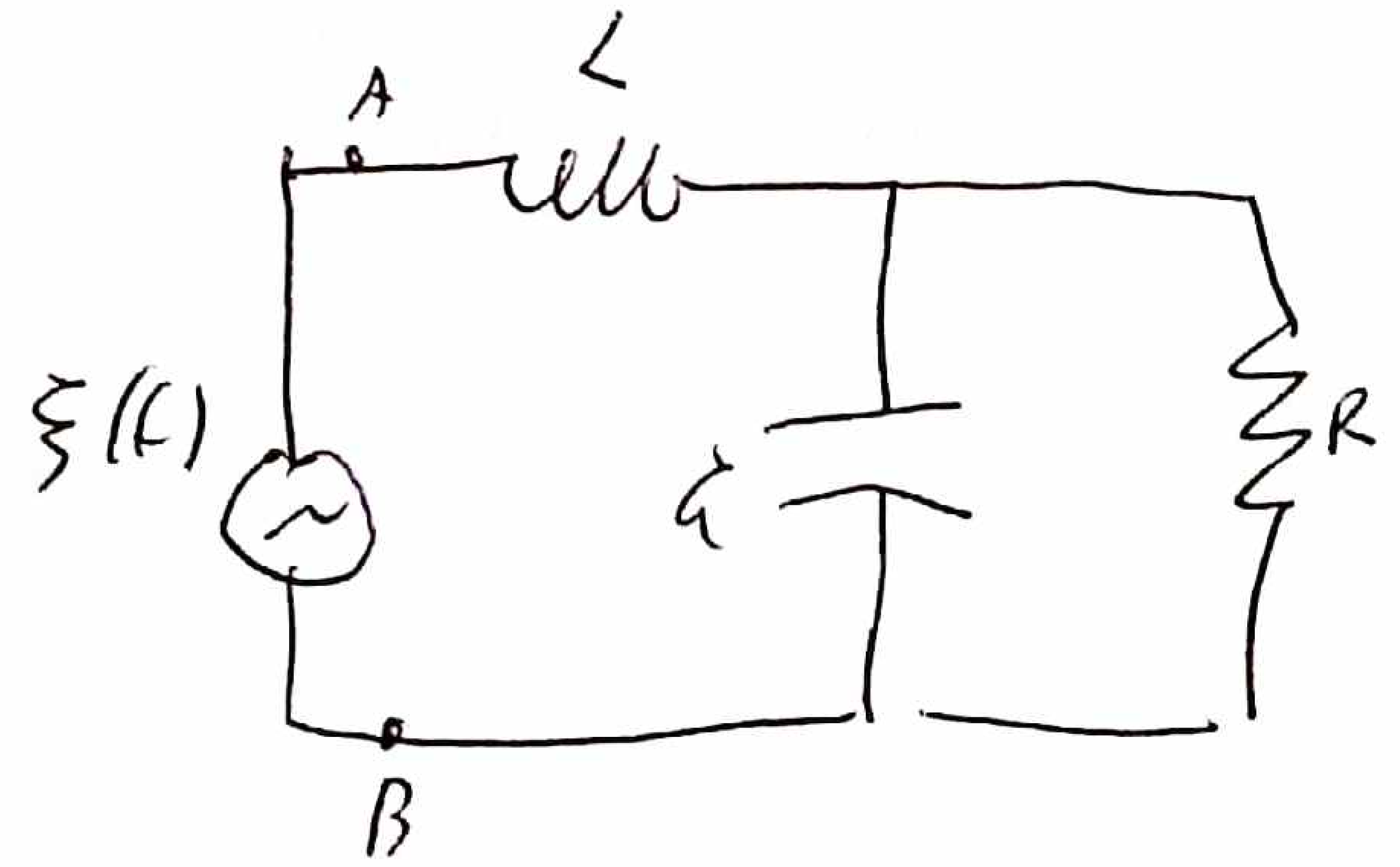
Intensidad que atraviesa S: carga neta por unidad de tiempo que atraviesa S: $= \dfrac{n\,q\,v_d\,\cancel{\Delta t}\,S}{\cancel{\Delta t}} = n\,q\,v_d\,S$

Densidad de corriente: intensidad por unidad de área $J = \dfrac{n\,q\,v_d\,\cancel{S}}{\cancel{S}} = n\,q\,v_d$

Como por definición $\vec{J}$ tiene el sentido de $\vec{v_d}$:

$$\boxed{\vec{J} = n\,q\,\vec{v_d}}$$

JUNIO 2018 CUESTIÓN 3



$L = 159,2\,mH$; $C = 63,6\,\mu F$; $R = 50\,\Omega$

$\xi(t) = 5\cos(100\pi t)\,V \rightarrow \omega = 100\pi$ rad/s

(a) ¿I_e, φ en el generador?

Calculamos las impedancias.

$\tilde{Z}_R = R = 50\,\Omega$

$\tilde{Z}_L = j\omega L = j\,159,2\times10^{-3}\times100\pi\,\Omega \Rightarrow$

$\tilde{Z}_L = j50\,\Omega$

$$\tilde{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{100\pi\times63,6\times10^{-6}} \Rightarrow \boxed{\tilde{Z}_C = -50j\,\Omega}$$

Calculamos $\tilde{Z}_{CR}$:

$$\frac{1}{\tilde{Z}_{CR}} = \frac{1}{\tilde{Z}_C} + \frac{1}{R} = \frac{1}{-50j} + \frac{1}{50} = \frac{1}{50}\left(\frac{1}{-j} + 1\right) = \frac{1}{50}(1+j) \Rightarrow \tilde{Z}_{CR} = \frac{50}{(1+j)}$$

$$\tilde{Z}_{CR} = \frac{50}{(1+j)}\,\frac{(1-j)}{(1-j)} = \frac{50-50j}{1^2+1^2} \Rightarrow \tilde{Z}_{CR} = 25-25j\,\Omega$$

$$\text{y } \tilde{Z}_{AB} = \tilde{Z}_L + \tilde{Z}_{CR} = 50j + (25-25j)\,\Omega \rightarrow \tilde{Z}_{AB} = 25+25j\,\Omega = 25\sqrt{2}\,e^{j\pi/4}\,\Omega.$$

$$I_e = \frac{\xi_e}{|\tilde{Z}_{AB}|} = \frac{5/\sqrt{2}\,V}{25\sqrt{2}\,\Omega} = \frac{5}{25\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2}{25} \Rightarrow \boxed{I_e = 0,08\,A}$$

Como $\tilde{I} = \frac{\tilde{\xi}}{\tilde{Z}_{AB}}$ el atraso de $\tilde{I}$ es igual a la fase de la impedancia $\pi/4$. Luego $\tilde{I}$ atrasa $\pi/4$ respecto a $\tilde{\xi}$.

b) Potencia suministrada por ξ: Viene dada por.

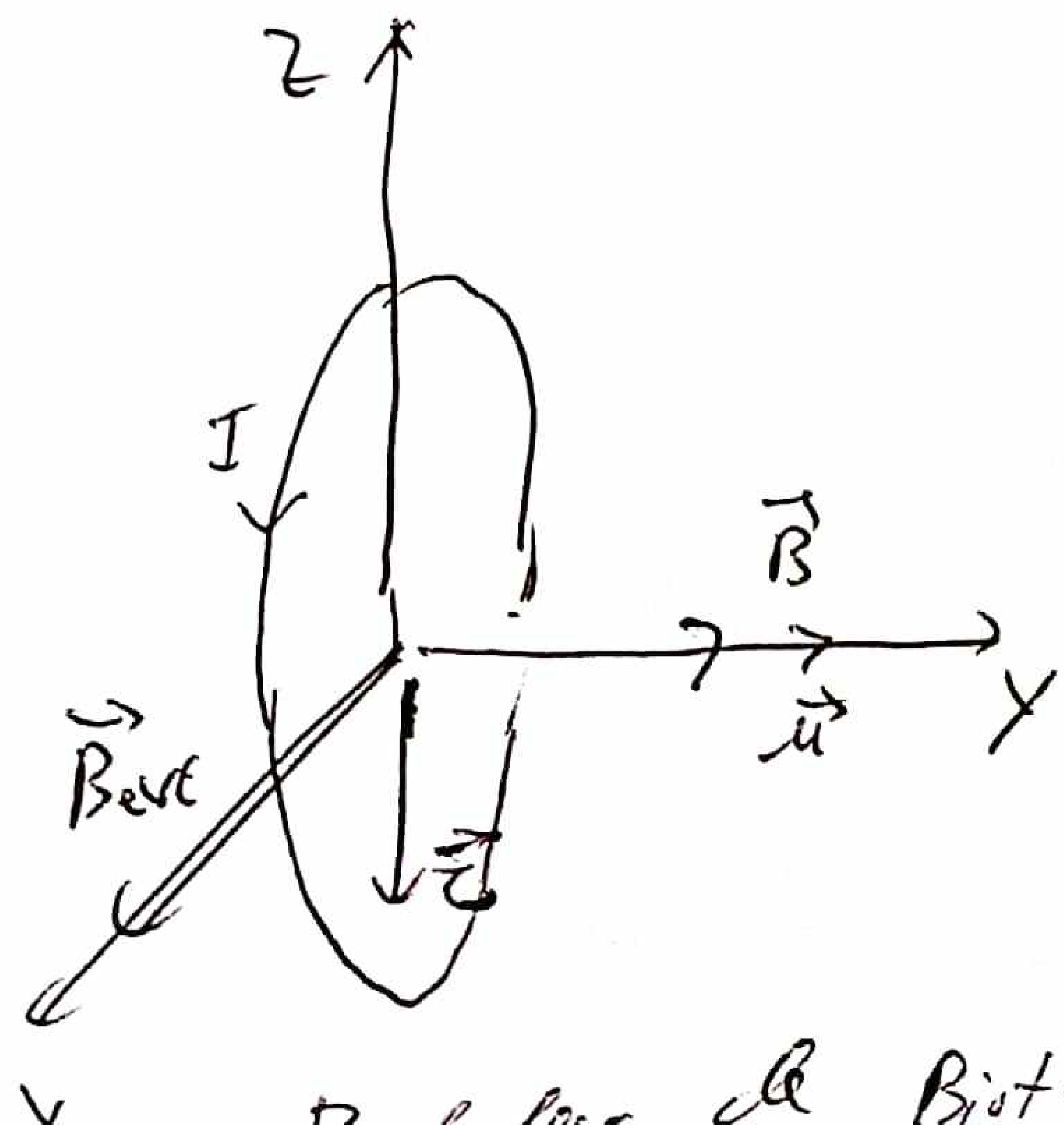
$$P_g = \xi_e I_e \cos(\varphi) = \frac{5}{\sqrt{2}}\,0,08\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{\sqrt{2}}\,0,08\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,W \Rightarrow \boxed{P_g = 0,16\,W}$$

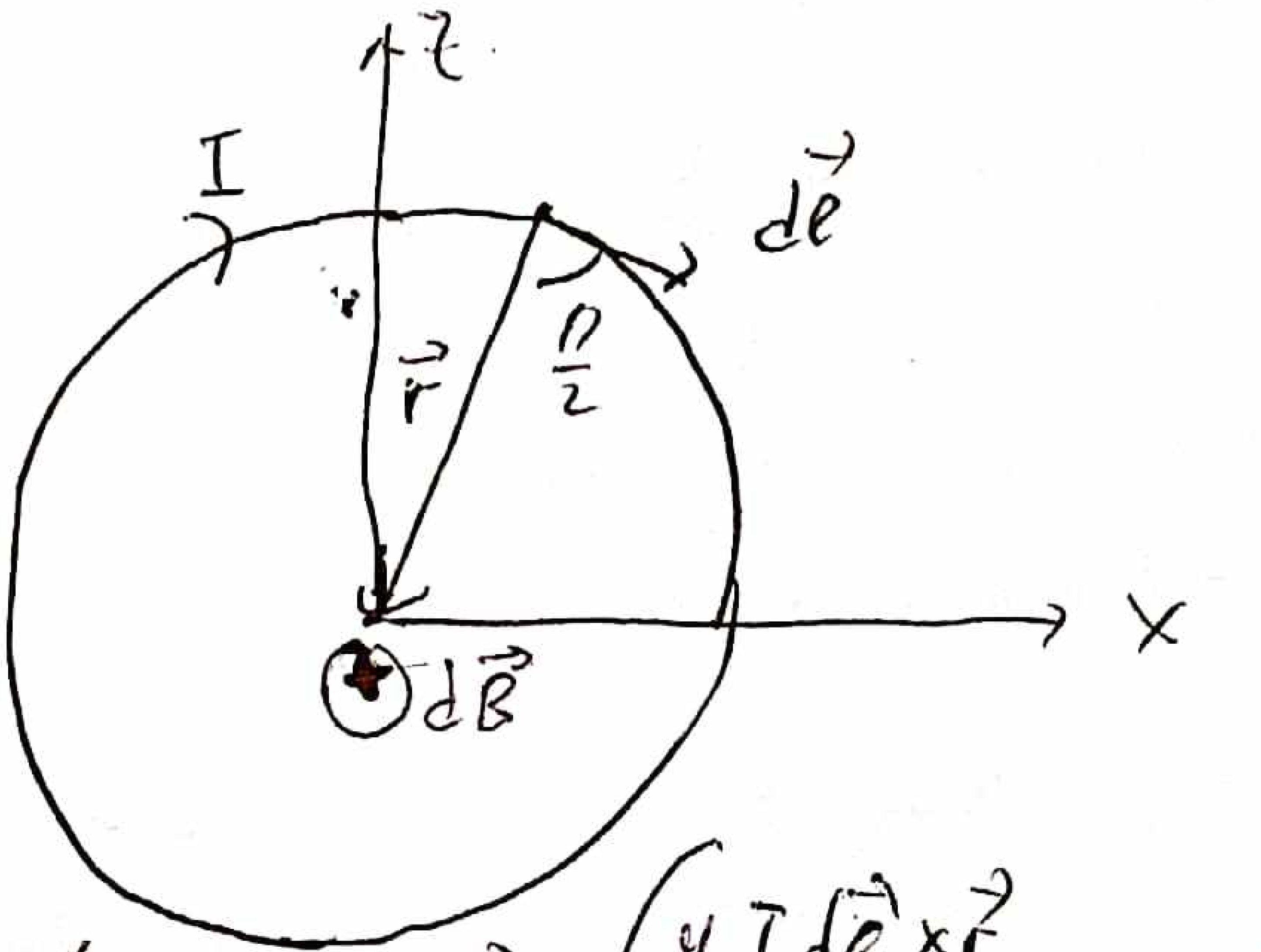
- $\boxed{\text{L y C no consumen ni producen potencia}}$. Por el balance de potencias la potencia consumida es igual a la generada. Por lo tanto toda la potencia generada se consume en la resistencia $\boxed{P_R = 0,1\,W}$

JUNIO 2018 CUESTIONES

(a) Deducir $\vec{B}$ por una espira circular, radio R en su centro. Espira en plano XZ y recorrida por I.

Suponemos el sentido de I como en la figura. En el plano XZ





Por la ley de Biot-Savart $\vec{B} = \int_{circuito} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$, luego

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$; $\vec{r}$ va de $\vec{dl}$ recorrido por I al punto en que se calcula el campo, vemos que $\vec{dl} \perp \vec{r}$, luego:

$dB = |d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|\vec{dl}|\,|\vec{r}| \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2}$, además $r = R$ cte.

Todos los vectores $d\vec{B}$ tienen la misma dirección y sentido ⊗.

Luego $B = |\vec{B}| = \int_{circ.} |d\vec{B}| = \int_{circ} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_{circ} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R \Rightarrow$

$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}$ Dirección $\perp$ a la espira y sentido relacionado con I por la regla de Maxwell! En nuestro caso $\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{j}}$

(b) $\vec{\mu} = I\vec{S}$, $\vec{S} \perp$ a la espira y relacionado con I por la regla de Maxwell!

$S = \pi R^2 \Rightarrow \boxed{\vec{\mu} = I\pi R^2 \vec{j}}$

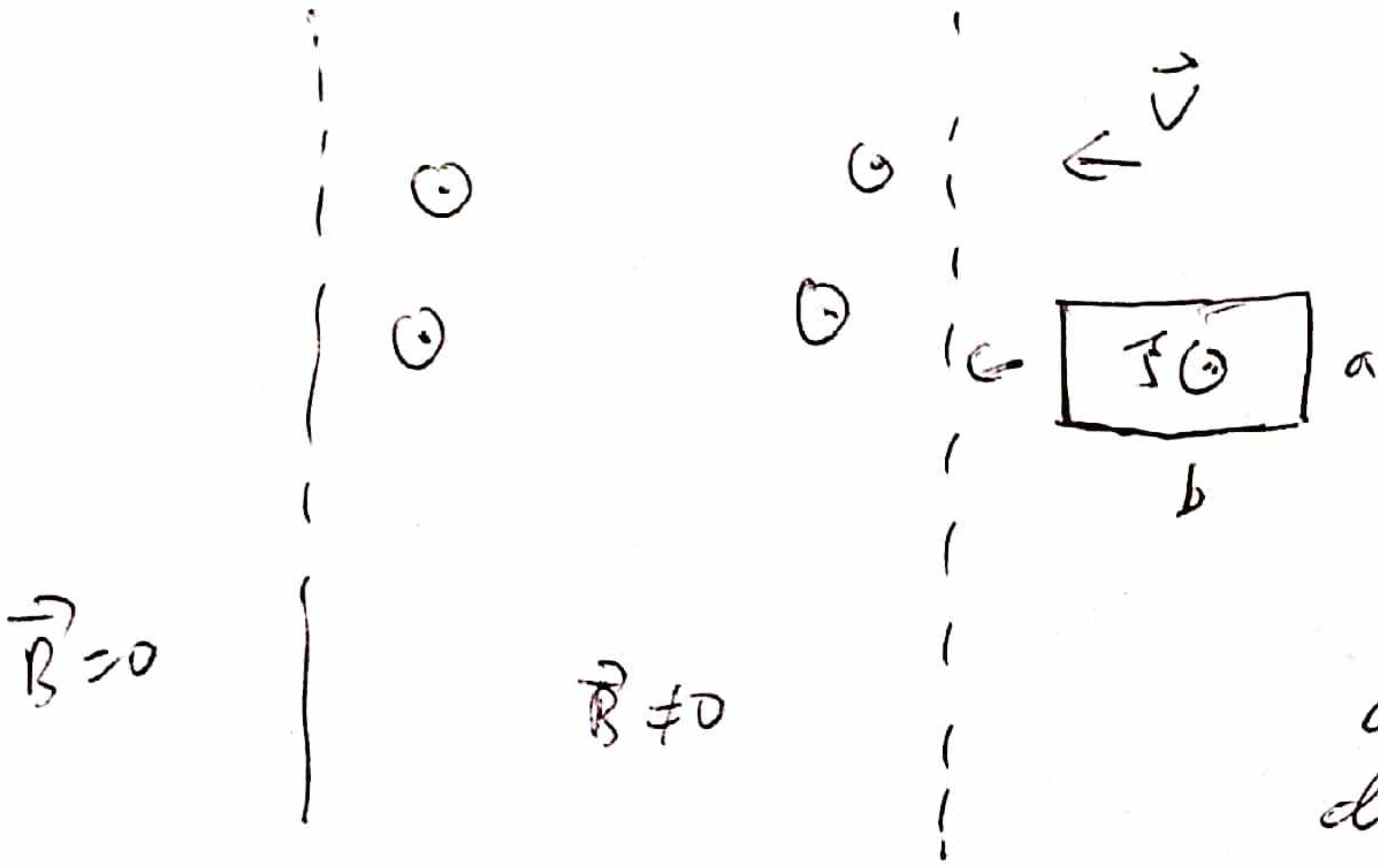
El momento de fuerza $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}_{ext} = I\pi R^2 \vec{j} \times B_{ext} \vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = -I\pi R^2 B_{ext} \vec{k}}$

(c) En $\vec{B}_{ext}$ uniforme $\vec{F} = \int_{circ} I\, \vec{dl} \times B_{ext} = I\left(\int_{circ} \vec{dl}\right) \times B_{ext}$, pero $\int_{circ} \vec{dl} = \vec{l}_{ll} = 0$ en un circuito cerrado $\Rightarrow \boxed{\vec{F} = 0}$

(d) ϕ en un c. mag. unif. y espira plana es $\phi = \vec{B}_{ext} \cdot \vec{S} = B_{ext} S \cos(\alpha)$

α ángulo entre la normal a la espira y B_{ext}. $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{2} = 0$ $\boxed{\phi = 0}$

JUNIO 2018. CUESTIÓN 5



Para una espira en $\vec{B}$ unif y área S:

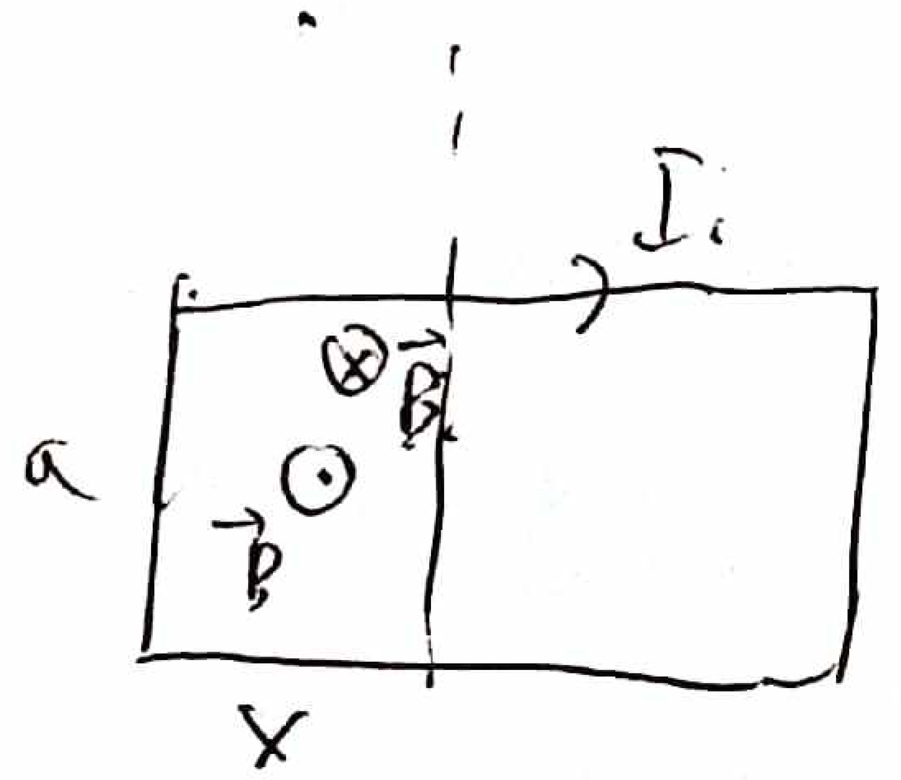
$\phi_B = \vec{B}\cdot\vec{S}$

Si suponemos $\vec{S}$ hacia fuera ($\perp$ a S) $\Rightarrow$

$\phi_B = BS\cos(0) = BS$.

Pero S es sólo la parte de la espira que está dentro del campo magnético

(a) Espira entrando. Llamamos x a la parte que ha entrado $\boxed{\phi_B = Bax}$

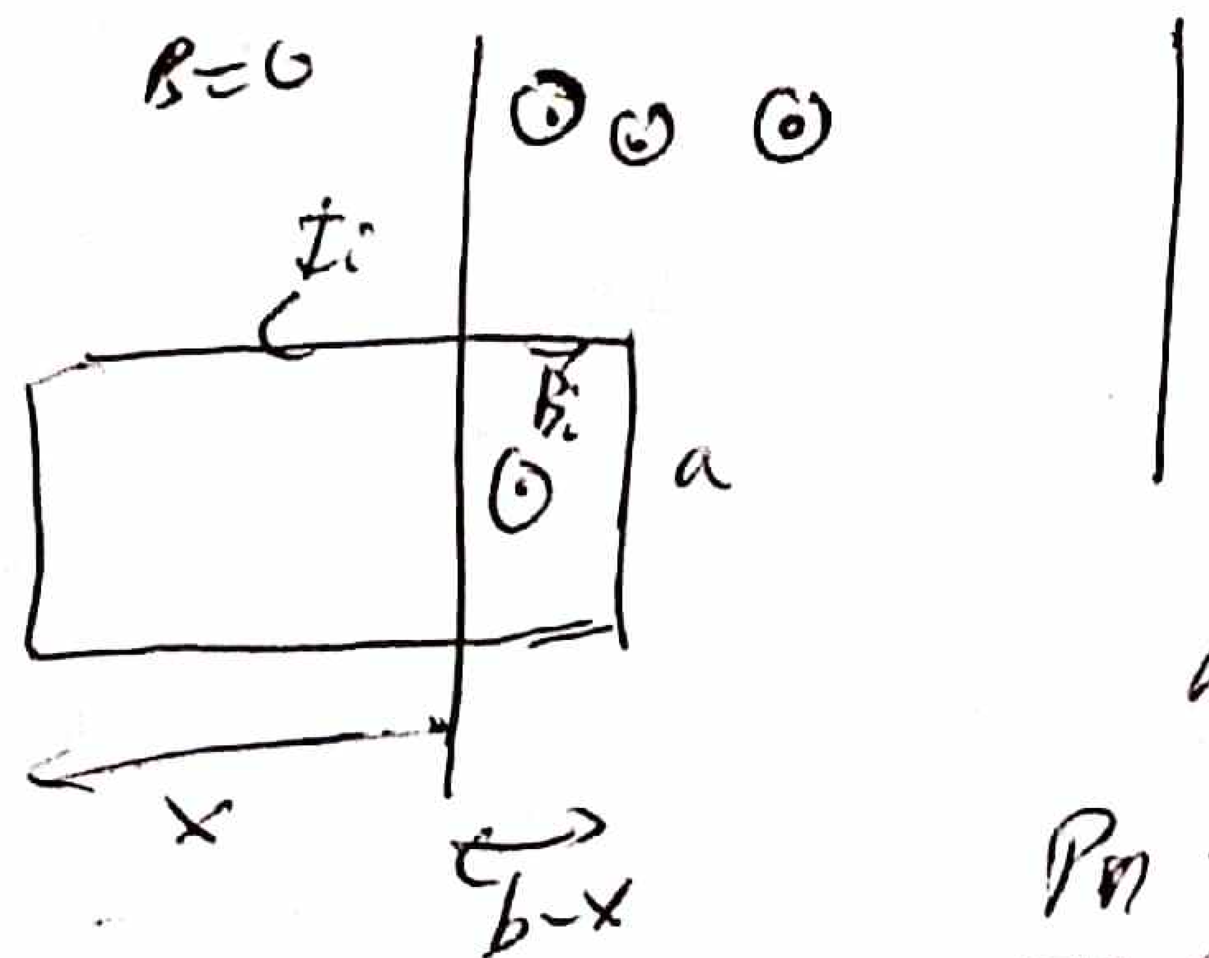


Como ϕ_B aumenta, $\vec{B}_i$ se opone al aumento y tiene sentido contrario a $\vec{B}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\otimes \vec{B}_i}$ y por la regla de Maxwell resp. a $\vec{B}_i$, I_i (que lo produce) es en sentido horario.

$$|\varepsilon_i| = \left|-\frac{d\phi_B}{dt}\right| = \left|Ba\frac{dx}{dt}\right| = Bav \Rightarrow \boxed{I_i = \frac{Bav}{R}}$$

(b) Espira dentro $S=ab$ constante $\Rightarrow$ $\boxed{\phi_B = Bab}$ cte $\Rightarrow \varepsilon_i = 0 \Rightarrow$ $\boxed{I_i = 0}$

(c) Espira que sale:



Llamamos ahora x a la parte que ha salido $\boxed{\phi_B = BS = Ba(b-x)}$

con $\frac{dx}{dt} = v > 0$

S disminuye, luego $\vec{B}_i$ tiende a mantenerlo y es $\parallel$ a $\vec{B}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{B}_i \odot}$.

Por lo que $\vec{I}_i$ que lo produce, relacionada con $\vec{B}_i$ por la regla de Maxwell va en sentido antihorario

$$|\varepsilon_i| = \left|-\frac{d\phi_B}{dt}\right| = \left|-Ba\left(-\frac{dx}{dt}\right)\right| = Bav \Rightarrow \boxed{I_i = \frac{Bav}{R}}$$

JUNIO 2018 CUESTIÓN 6

OEM: $f = 100\,MHz$. $\vec{B} = 10\cos(ky+\omega t+\pi/4)\,\vec{k}$ nT.

(a) Dir y sentido de prop. de la onda.

Como la fase es $\varphi = ky+\omega t+\pi/4$ y en ella sólo aparece la coordenada y, se propaga en el eje Y. Como los coeficientes de ky y ωt son del mismo signo, se propaga en el sentido negativo del eje Y.

Otra forma: Para un punto de fase constante φ

$\varphi = ky+\omega t+\pi/4$; $\frac{d\varphi}{dt}=0 \Rightarrow k\frac{dy}{dt}+\omega=0 \Rightarrow v=\frac{dy}{dt}=-\frac{\omega}{k} \Rightarrow$

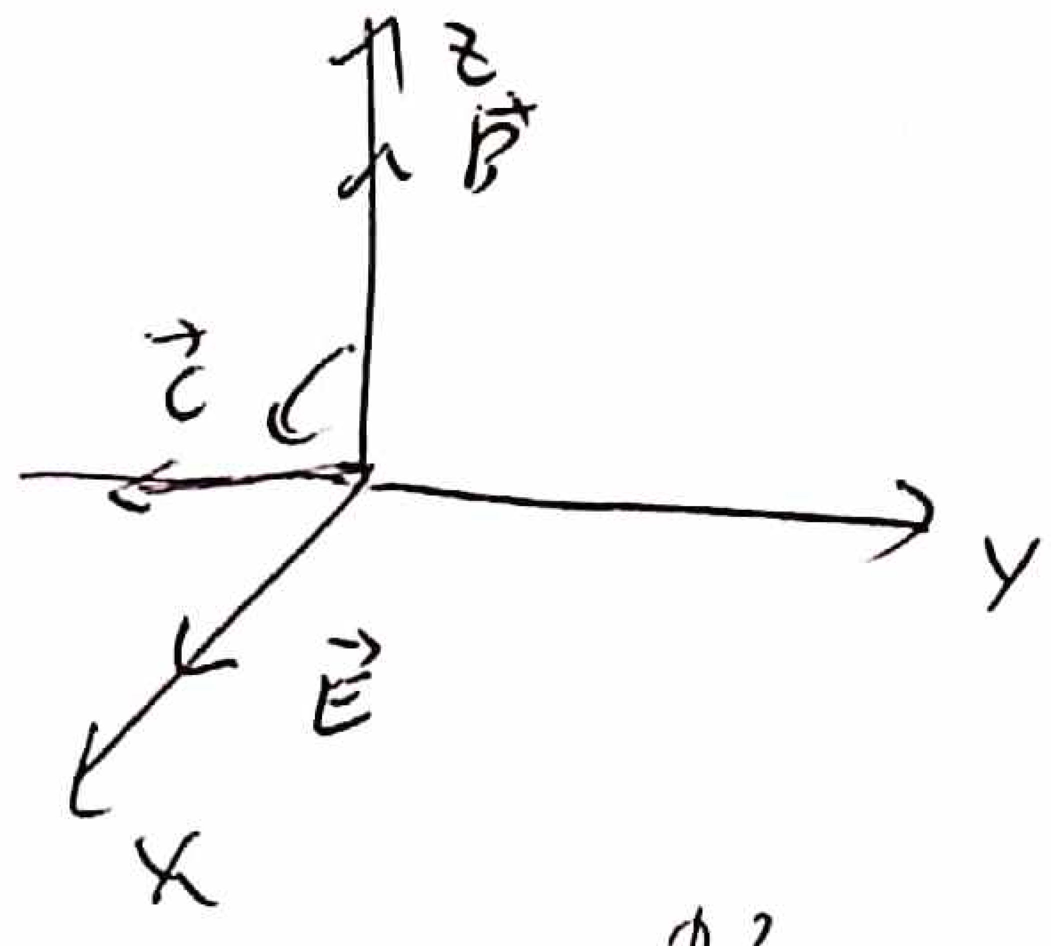
dirección negativa del eje y

(b) $f = 100\,MHz$, $\omega = 2\pi f = 2\pi\times 100\times 10^{6}$ rad/s $\Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi\times 10^{8}\,rad/s}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100\times 10^{6}}\,s \Rightarrow \boxed{T = 10^{-8}\,s}$; $v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = \underset{c}{v}\,T = cT \Rightarrow$

$\lambda = 3\times 10^{8}\,m/s \cdot 10^{-8}\,s \Rightarrow \boxed{\lambda = 3\,m} \Rightarrow \boxed{k = \frac{2\pi}{3}\,m^{-1}}$ $\left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$

(c) $\vec{B}\times\vec{c} = \vec{E}$; $\vec{B} = B\vec{k}$, $\vec{c} = -c\vec{j} \Rightarrow \vec{B}\times\vec{c} = -Bc\,\underbrace{\vec{k}\times\vec{j}}_{-\vec{i}} = Bc\,\vec{i}$



También se ve en el dibujo $\Rightarrow$

$E_0 = B_0 c = 10\,nT \times c = 10\times 10^{-9} \times 3\times 10^{8} = 3\,V/m$

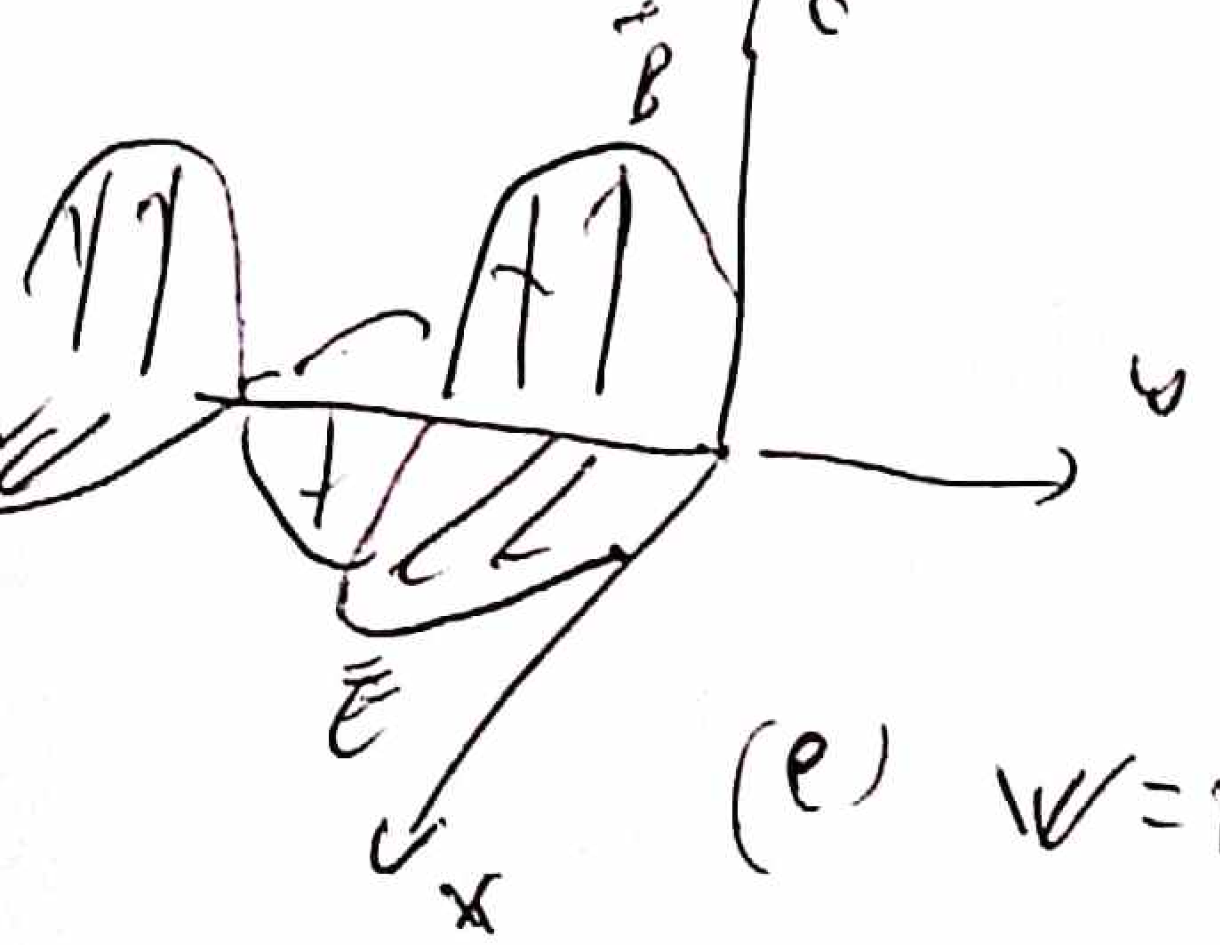
$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = 3\frac{V}{m}\cos\left(\frac{2\pi}{3}y + 2\pi\times 10^{8}t + \pi/4\right)\vec{i}}$

y en m, y t en s.

(d) $\langle I\rangle = \frac{1}{2\mu_0}E_0B_0 = \frac{1}{4\pi\times 10^{-7}}\,3\times 10\times 10^{-9}\,W/m^2 \Rightarrow$

$\boxed{\langle I\rangle = 0{,}119\,W/m^2}$ El vector de Poynting $\vec{S}$ tiene la dirección de prop. y módulo $\langle I\rangle \Rightarrow$

$\boxed{\vec{S} = -0{,}119\,W/m^2\,\vec{j}}$



(e) $W = Pt = \langle I\rangle A t = 0{,}119\times 2\times 10^{-4}\times 30\times 60 \Rightarrow$

$\boxed{W = 42{,}8\,mJ}$