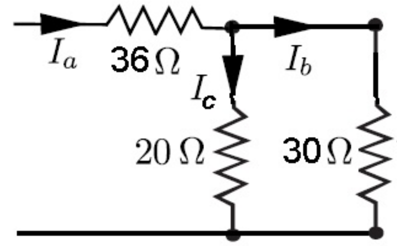
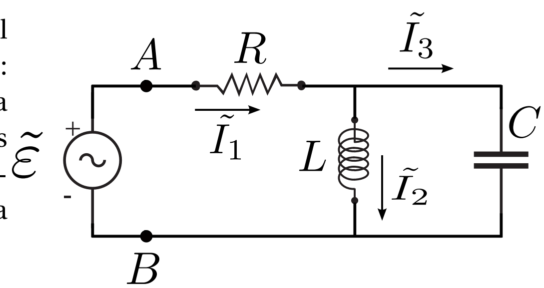
Física 2. Grado en Ingeniería de la Salud.***Segunda Convocatoria***. Curso 2017-18. (14/09/2018)

Notas importantes: 1) No usar lápiz ni tinta roja. 2) Razonar todos los pasos. 3) Dar los resultados con la notación indicada y con sus unidades correspondientes si el resultado es numérico, y en una caja; ejemplos: $\boxed{a = 0{,}5g\,t^2}$ o bien $\boxed{a = 3\,\mathrm{m/s^2}}$. Constantes: $k_e = 9\times10^9\,\mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}$, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T{\cdot}m/A}$, $c = 3\times10^8\,\mathrm{m/s}$.

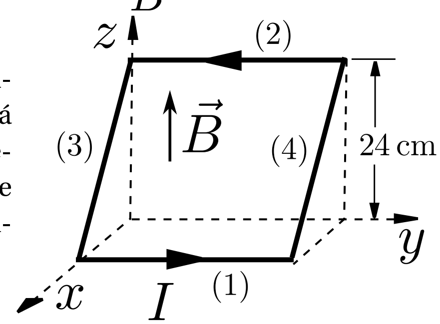
1.- Dos cargas puntuales q y $-q$ se encuentran en los puntos de coordenadas $(-a/2, 0)$ y $(a/2, 0)$, respectivamente, correspondientes a dos de los vértices de un triángulo equilátero. (**a**) Calcular el campo eléctrico (vector) que generan en el tercer vértice vacío del triángulo. (**b**) Si colocamos ahora una tercera carga Q en dicho vértice vacío y la desplazamos hasta situarla en el eje x a distancia $2a$ de q y $3a$ de $-q$, determinar el trabajo, W_E, realizado por la fuerza eléctrica que actúa sobre Q en dicho recorrido.



2.- En el circuito de corriente continua a la derecha $I_a = 10\,\mathrm{mA}$, **(a)** Obtener la resistencia equivalente a las tres resistencias R_{abc}; **(b)** Obtener la intensidades I_b e I_c.



3.- En el circuito de alterna de la figura $\mathcal{E}(t) = 6\sqrt{2}\cos(2000\,t - \pi/4)\,\mathrm{V}$, siendo la resistencia $R = 30\,\Omega$, la reactancia inductiva de la bobina $X_L = 60\,\Omega$ y la reactancia capacitiva del condensador $X_C = 20\,\Omega$, a la frecuencia de trabajo. Determinar: **(a)** Las impedancias de cada elemento, así como la impedancia total del circuito; **(b)** Los fasores $\tilde{I}_i$ correspondientes a las tres intensidades y su diagrama fasorial; **(c)** La potencia media suministrada por el generador y la potencia media disipada en cada elemento.

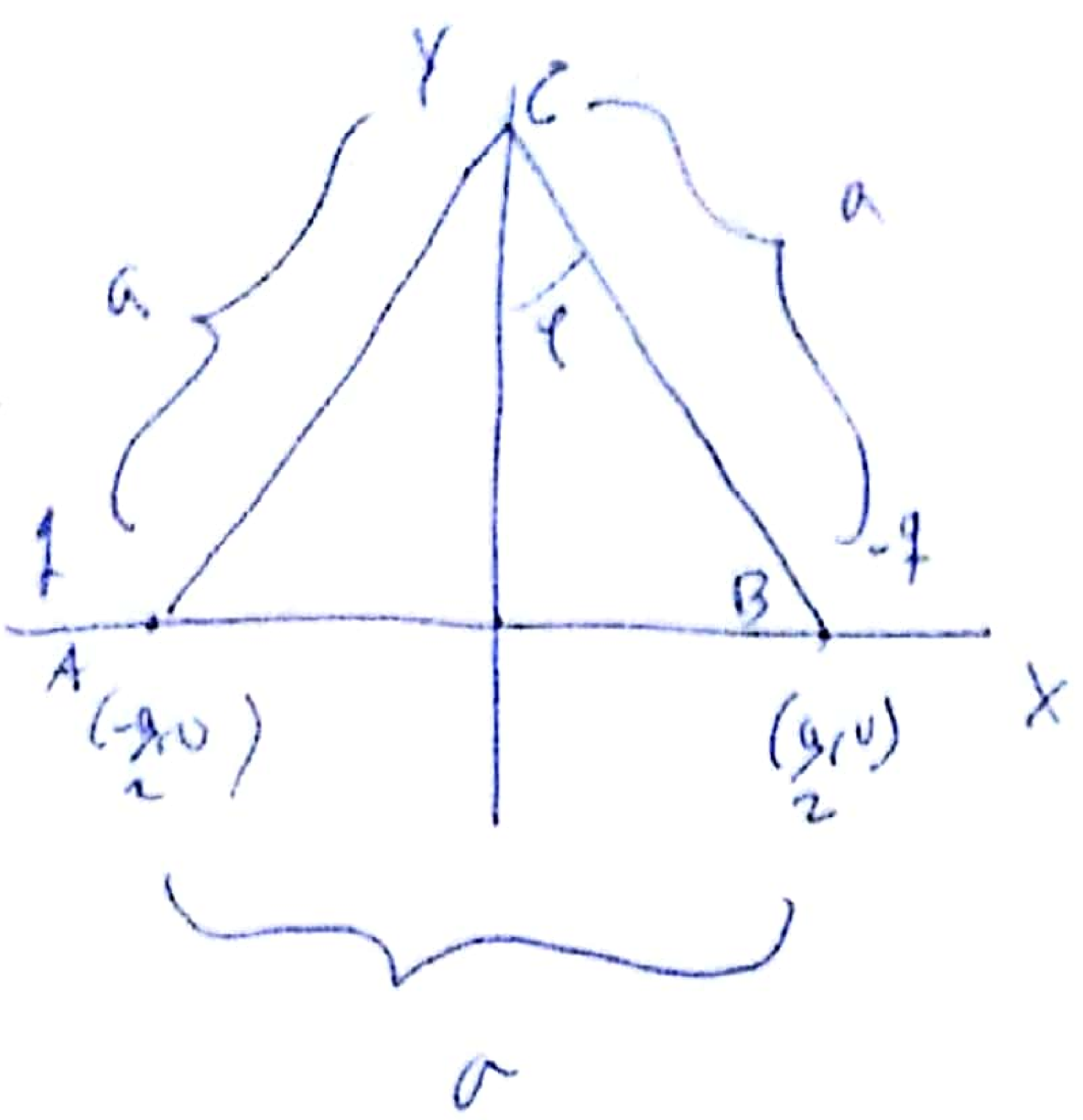


4.- La espira conductora cuadrada de lado 25 cm de la figura se encuentra en un campo magnetostático uniforme $\vec{B} = 0{,}5\,\hat{k}\,\mathrm{T}$ y está circulada por una intensidad $I = 16\,\mathrm{A}$ en el sentido indicado. Determinar: (**a**) la fuerza (vector) sobre cada lado de la espira (respete la numeración indicada en la figura para los lados); (**b**) el momento de las fuerzas que actúan sobre la espira;

5.- Un solenoide ideal de longitud l y $N = 500$ espiras tiene un coeficiente de autoinducción $L = 120\,\mathrm{mH}$. Por el solenoide circula una intensidad inicial de I_0=2 A, que en cierto instante, que tomaremos como $t = 0$, comienza a crecer con ritmo constante de forma que su valor se duplica al cabo de 0,8 segundos. Determinar: (**a**) la fuerza electromotriz inducida (valor absoluto), $|\mathcal{E}|$, en el solenoide; (**b**) el flujo magnético, Φ, que atraviesa una espira del solenoide en el instante inicial $t = 0$; **(c)** Realice un dibujo del solenoide, la intensidad inicial y el campo magnético producido por el solenoide; **(d)** Deduzca por la ley de Lenz el sentido de la fuerza electromotriz inducida y dibuje el campo magnético inducido.

6.- Una onda electromagnética plana de longitud de onda de 1 m se propaga en sentido positivo del eje y con su campo magnético oscilando en la dirección del eje x con una amplitud de 20 nT. (**a**) Escriba las expresiones completas de los campos eléctrico y magnético de la onda. (**b**) Obtenga la intensidad promedio de la onda así como el correspondiente vector de Poynting. (**c**) Calcule la energía, U, que incide al cabo de 30 minutos sobre una superficie de $0{,}25\,\mathrm{m}^2$ dispuesta perpendicularmente al eje y.

1) Sep 2018



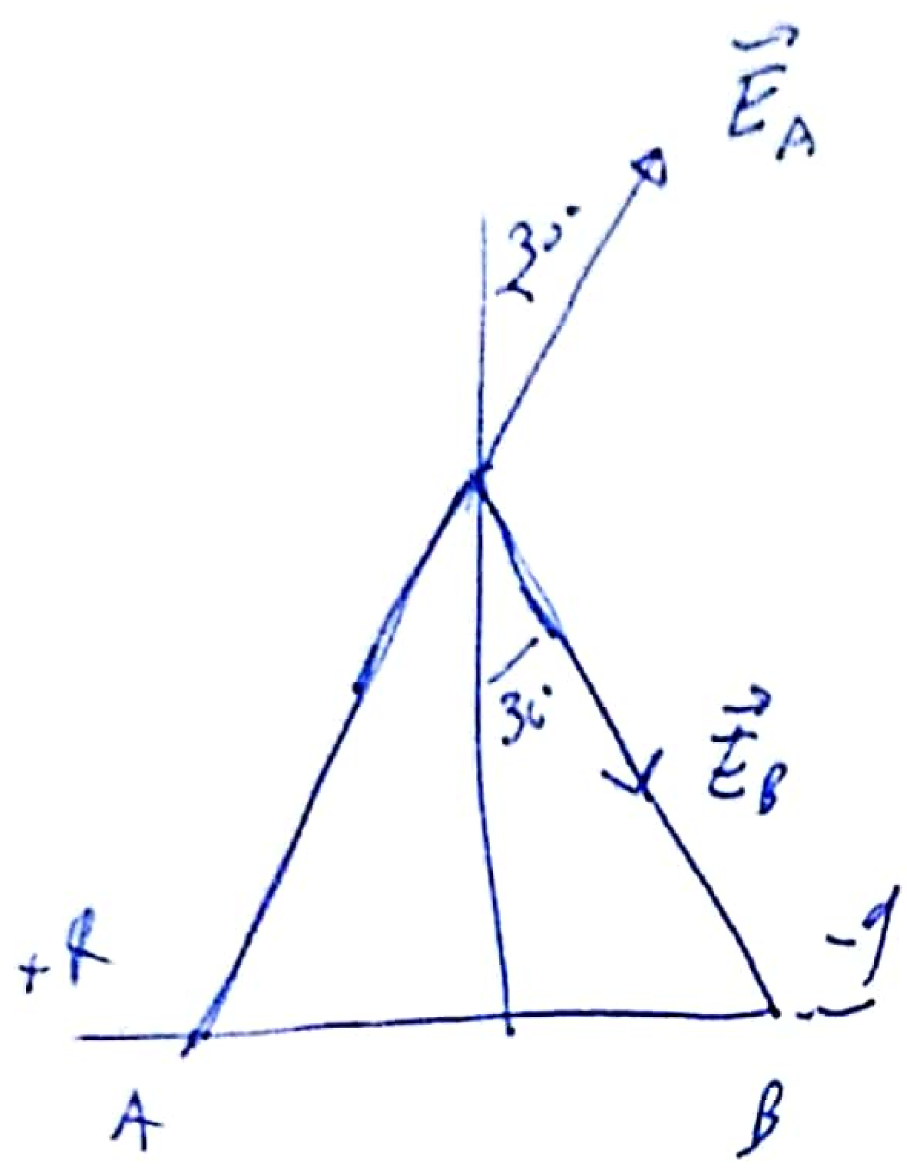
El ángulo φ es $\frac{60°}{2} = 30°$, o puede calcularse $\operatorname{sen}\varphi = \frac{a/2}{a} \rightarrow \operatorname{sen}(\varphi) = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30°$

(a) Los campos creados por q en A y $-q$ en B tienen dirección AC y BC respectivamente y siempre alejándose de la carga + y acercándose a la −. Luego:

Sus módulos son iguales $E_A = k\frac{|q|}{a^2}$

$E_B = k\frac{|-q|}{a^2} = E_A$. Sus componentes son:

$$\vec{E}_A = E_A \operatorname{sen}30°\, \vec{i} + E_A \cos 30°\, \vec{j}$$
$$\vec{E}_B = E_A \operatorname{sen}30°\, \vec{i} - E_A \cos 30°\, \vec{j} \qquad (E_B = E_A)$$



Luego $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 2E_A \operatorname{sen}30°\, \vec{i} = 2E_A \frac{1}{2}\vec{i} \rightarrow$

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{|q|}{a^2}\vec{i}}$$

(b) El trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga q que desplaza su punto de aplicación del punto 1 al punto 2 es

$W_{12} = q(V_1 - V_2)$, donde $V_1 - V_2$ es la disminución del potencial.

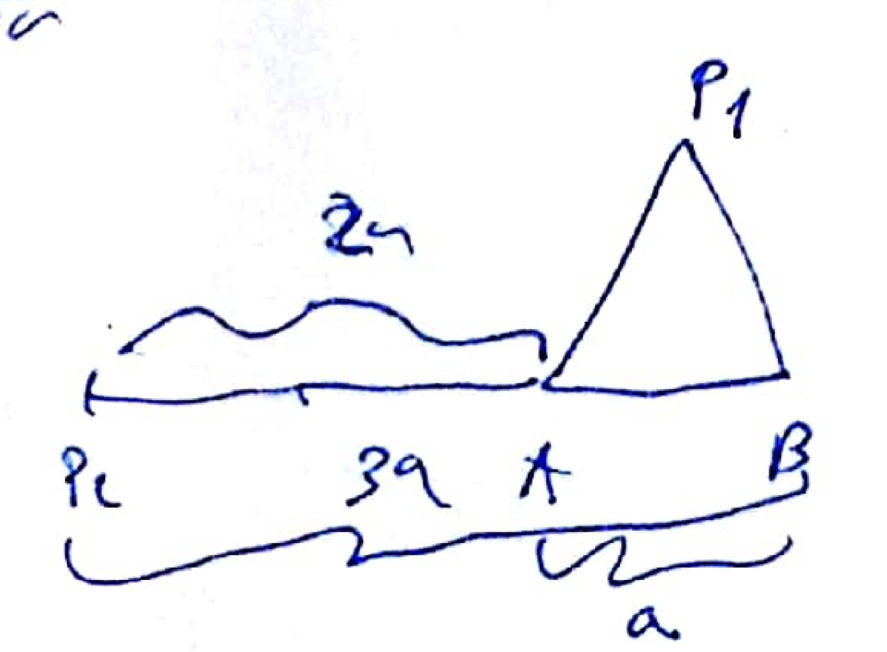
En nuestro problema V_1 y V_2 están creados por las cargas puntuales A y B:

$$V_1 = V_{1A} + V_{1B} = k\frac{q_A}{r_{1A}} + k\frac{q_B}{r_{1B}} = k\frac{q}{a} + k\frac{-q}{a} = 0$$

$$V_2 = V_{2A} + V_{2B} = k\frac{q_A}{r_{2A}} + k\frac{q_B}{r_{2B}} = k\frac{q}{2a} + k\frac{-q}{3a} = \frac{kq}{a}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \Rightarrow$$

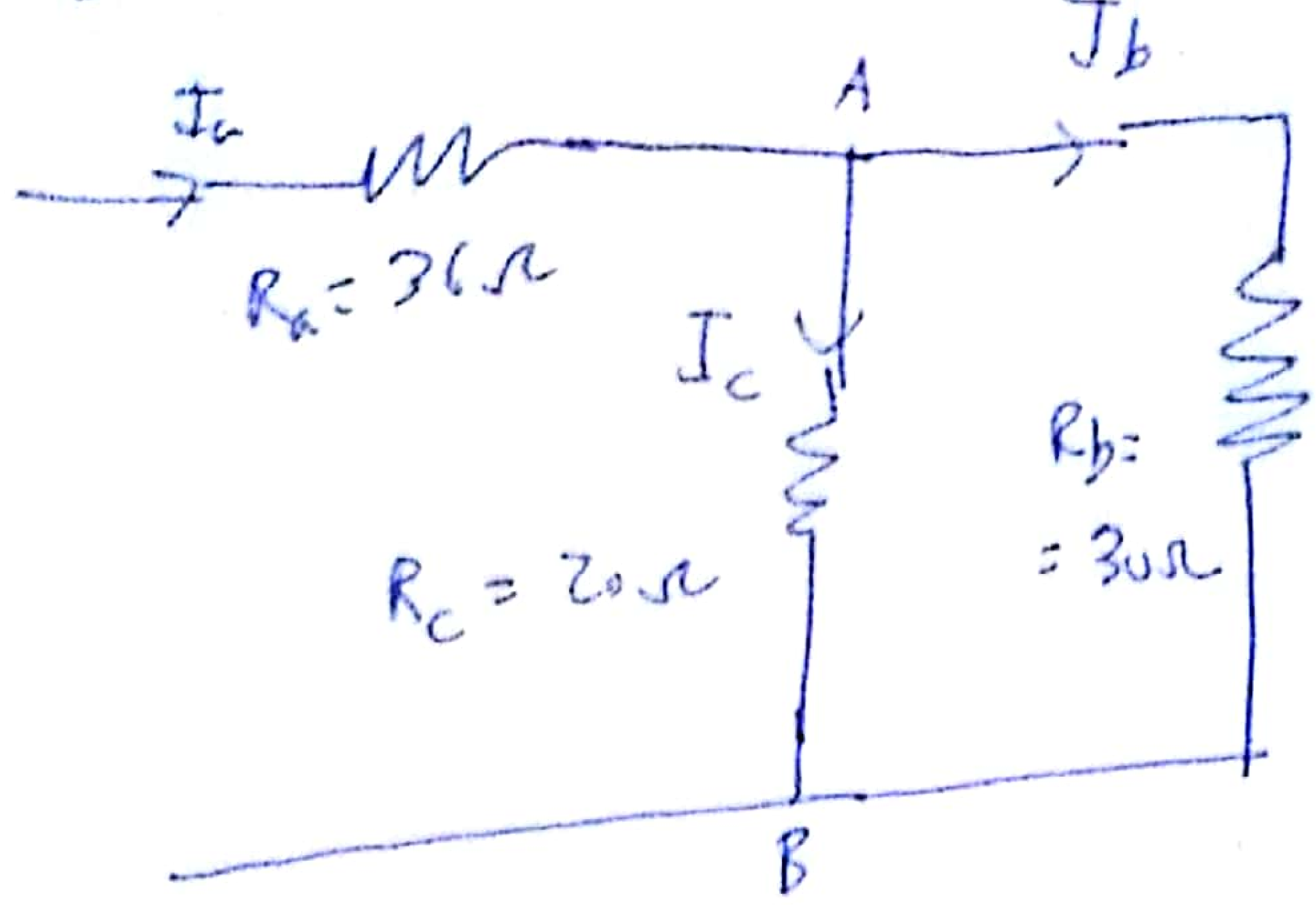
$V_2 = \frac{kq}{a}\left(\frac{3-2}{6}\right) = \frac{1}{6}\frac{kq}{a} \Rightarrow V_1 - V_2 = -\frac{1}{6}\frac{kq}{a} \rightarrow \boxed{W_{12} = q(V_1 - V_2) = -\frac{kqq}{6}}$

No necesitamos hacer un dibujo pues nos dan directamente r_{2A} y r_{2B} pero sería



(2) Sep. 2018

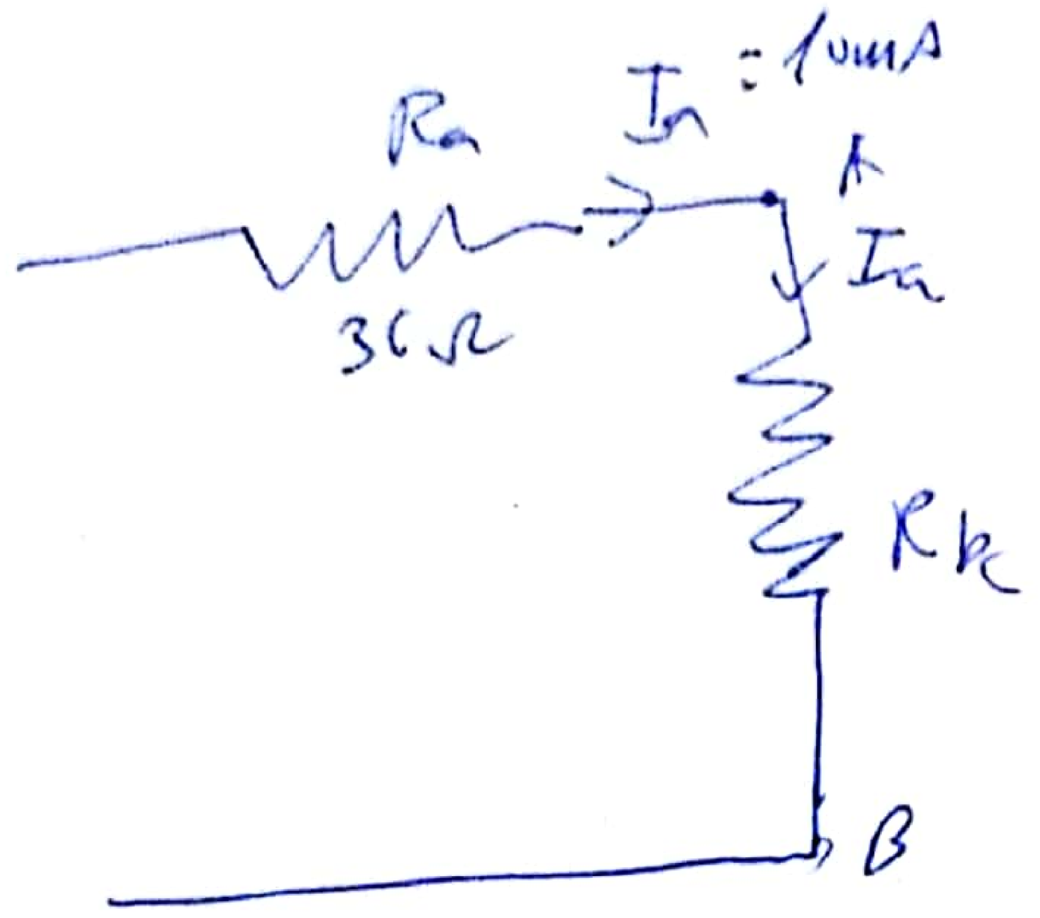
Datos $I_a = 10\,mA$



(a) R_{eq}? R_b y R_c están en paralelo pues sus extremos A y B están a la misma diferencia de potencial (son los mismos). Luego:

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{3+2}{60} = \frac{5}{60}$$

$$\Rightarrow R_{bc} = \frac{60}{5}\Omega \Rightarrow \underline{R_{bc} = 12\Omega}$$



R_a y R_{bc} están en serie, pues las recorre la misma intensidad I_a. Luego:

$$R_{abc} = R_a + R_{bc} = (36+12)\Omega \Rightarrow$$
$$\boxed{R_{abc} = 58\Omega}$$

(b) obtener I_b e I_c.

En la segunda figura, vemos que $V_A - V_B = R_{bc} I_a$ y en la primera que $V_A - V_B = I_c R_c$ y $V_A - V_B = I_b R_b$, luego:

$I_c = \frac{V_A - V_B}{R_c}$; $I_b = \frac{V_A - V_B}{R_b}$. Necesitamos calcular $V_A - V_B$:

$$V_A - V_B = R_{bc} I_a = 12\Omega \; 10\,mA \left(\frac{1A}{10^3\,mA}\right) \Rightarrow \underline{V_A - V_B = 0{,}12\,V}.$$ Luego:

$$I_c = \frac{V_A - V_B}{R_c} = \frac{0{,}12V}{20\Omega} = 0{,}006\,A \Rightarrow \boxed{I_c = 6mA}$$ (Conviene dar el resultado en las unidades que nos dan)

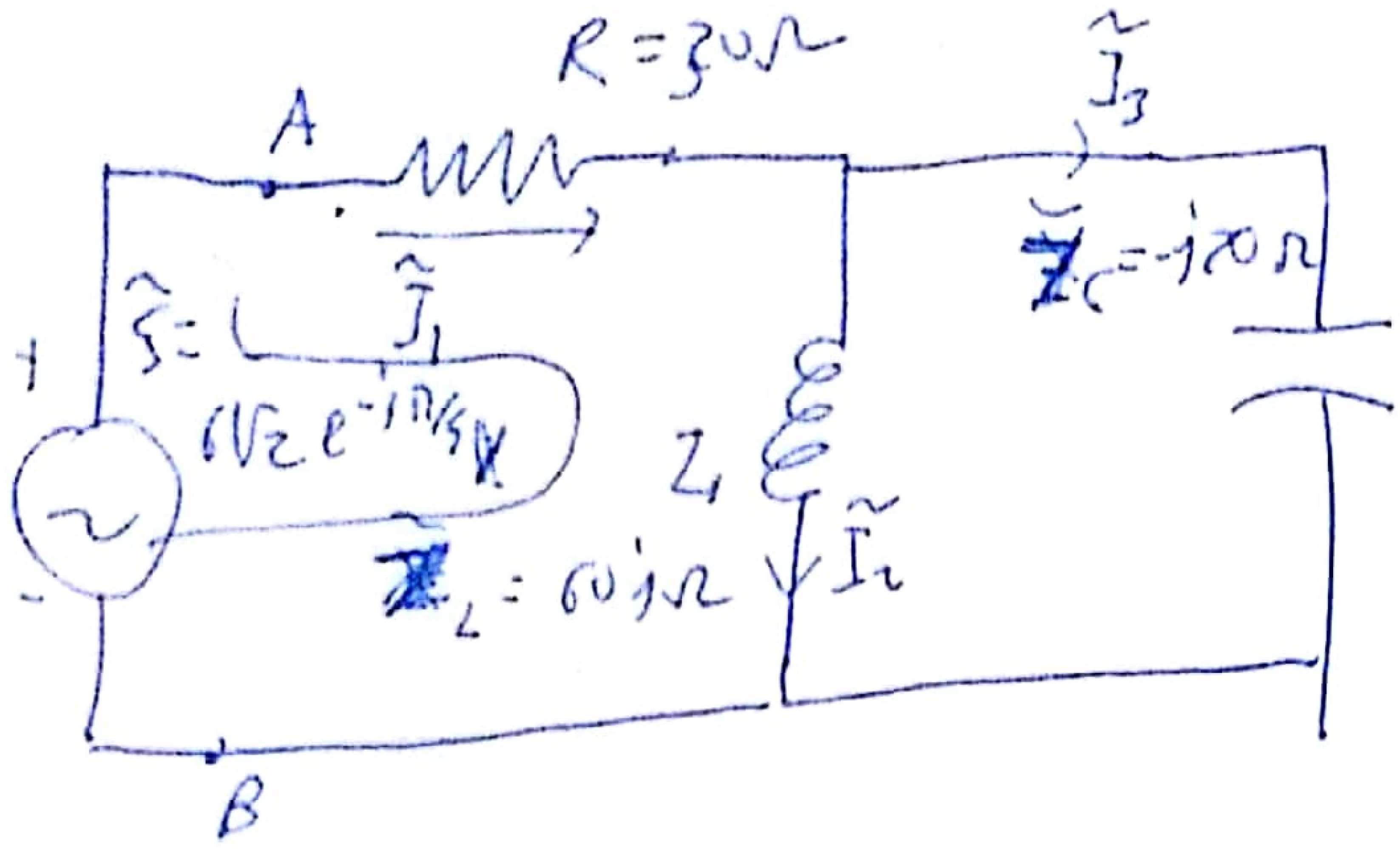
$$I_b = \frac{V_A - V_B}{R_b} = \frac{0{,}12V}{30\Omega} = 0{,}004\,A \Rightarrow \boxed{I_b = 4mA}$$

Como comprobación, podemos ver en el nudo A, que se cumple la regla de Kirchhoff $\sum I_i = 0$ (+ las que salen):

$$I_c + I_b - I_a = (6+4-10)\,mA = 0.$$

③ Sept 2018

Datos $\xi(t) = 6\sqrt{2}\cos(2000t - \pi/4)$ V.
$R = 30\Omega$; $X_L = 60\Omega$, $X_C = 20\Omega$



(a) $\tilde{Z}_i$?

Son respectivamente:

$\tilde{Z}_R = R \Rightarrow \boxed{\tilde{Z}_R = 30\Omega}$

$\tilde{Z}_L = X_L j \Rightarrow \boxed{\tilde{X}_L = 60j\Omega}$

$\tilde{Z}_C = -X_C j \Rightarrow \boxed{\tilde{X}_C = -20j\Omega}$

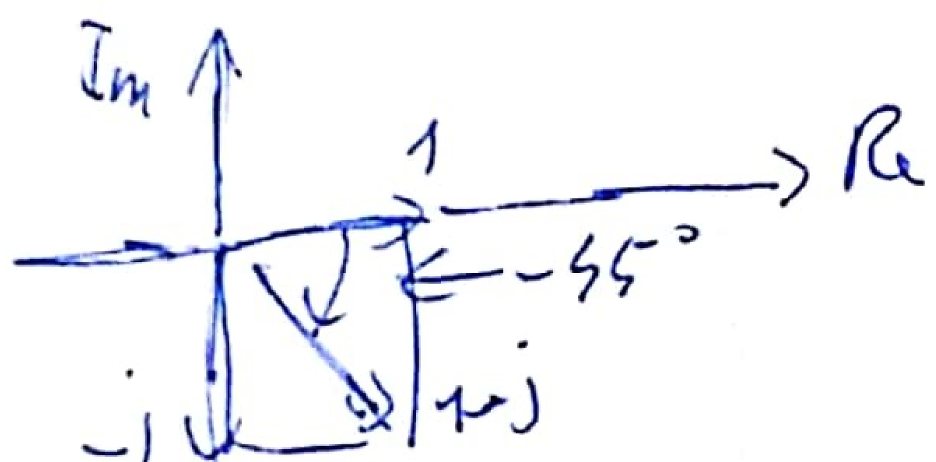
(b) El fasor de $\xi(t)$ es $\boxed{\tilde{\xi} = 6\sqrt{2}e^{-j\pi/4}V}$

(c) Necesitamos obtener la impedancia total, que es el camino más fácil de resolverlo. Sólo hay una fuente, por lo que aplicar las reglas de Kirchhoff es más largo.

$\tilde{Z}_C$ y $\tilde{Z}_L$ están en paralelo. Luego $\frac{1}{\tilde{Z}_{CL}} = \frac{1}{\tilde{Z}_C} + \frac{1}{\tilde{Z}_L} = \frac{1}{-j20} + \frac{1}{j60} \Rightarrow$

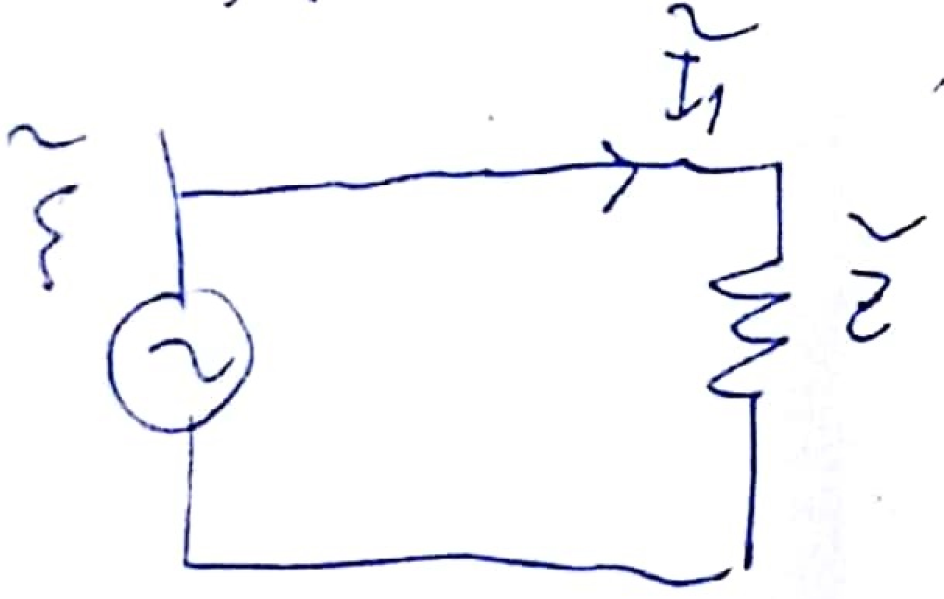
$$\frac{1}{\tilde{Z}_{CL}} = \frac{1}{j}\left(\frac{1}{-20} + \frac{1}{60}\right) = \frac{1}{j}\left(\frac{-3+1}{60}\right) = \frac{-2}{j60} = -\frac{1}{j30} \Rightarrow \tilde{Z}_{CL} = -30j$$

R y $\tilde{Z}_{CL}$ están en serie. Luego $\tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_L = 30 - 30j = 30(1-j) = 30\sqrt{2}e^{-j\pi/4}\Omega$



$\tilde{Z} = 30\sqrt{2}e^{-j\pi/4}\Omega = 30 - 30j$

$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{\xi}}{\tilde{Z}} = \frac{6\cancel{\sqrt{2}}\cancel{e^{-j\pi/4}}V}{30\cancel{\sqrt{2}}\cancel{e^{-j\pi/4}}\Omega} = 0{,}2\,A \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_1 = 0{,}2A = 0{,}2\angle 0°\,A}$



Como $\tilde{I}_2 = \frac{\tilde{V}_{LC}}{\tilde{Z}_L}$ e $\tilde{I}_3 = \frac{\tilde{V}_{LC}}{\tilde{Z}_C}$, calculamos $\tilde{V}_{LC}$

$\tilde{V}_{LC} = \tilde{I}_1 \tilde{Z}_{LC} = 0{,}2A(-30j)\Omega \Rightarrow \tilde{V}_{LC} = -6jV = 6e^{-j\pi/2}V$

Entonces $\tilde{I}_2 = \frac{\tilde{V}_{LC}}{\tilde{Z}_L} = \frac{-6\cancel{j}}{60\cancel{j}}A \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_2 = -0{,}1A = 0{,}1e^{-j\pi}A}$

y $\tilde{I}_3 = \frac{\tilde{V}_{LC}}{\tilde{Z}_C} = \frac{-6jV}{-20j\Omega} \Rightarrow \boxed{\tilde{I}_3 = 0{,}3A = 0{,}3e^{j0}A}$

Podemos ver que se cumple $\tilde{I}_1 = \tilde{I}_2 + \tilde{I}_3$ pues $0{,}2 = -0{,}1 + 0{,}3$.

(c) En c.a., solamente disipa energía la resistencia: $P_R = I_{ef}^2 R = \left(\frac{0{,}2}{\sqrt{2}}\right)^2 30 \Rightarrow$ $\boxed{P_R = 0{,}6W}$ $\boxed{P_C = P_L = 0}$. La potencia suministrada debe ser pues $P_\xi = P_R$, pero podemos calcularla directamente $P_\xi = \xi_e I_e \cos(\varphi) = \frac{1}{2}\xi_0 I_0 \cos(\varphi) \Rightarrow$

$P_\xi = \frac{1}{2}6\sqrt{2}\,0{,}2\cos\left(-\frac{\pi}{4} - 0\right) = \frac{1}{2}6\sqrt{2}\,0{,}2\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}6W \Rightarrow \boxed{P_\xi = 0{,}6W}$ como debe ser.

(5) Sep 2018

Datos: $a = 25\,cm$, $\vec{B} = 0{,}5\,\vec{k}\,T$; $I = 16\,A$

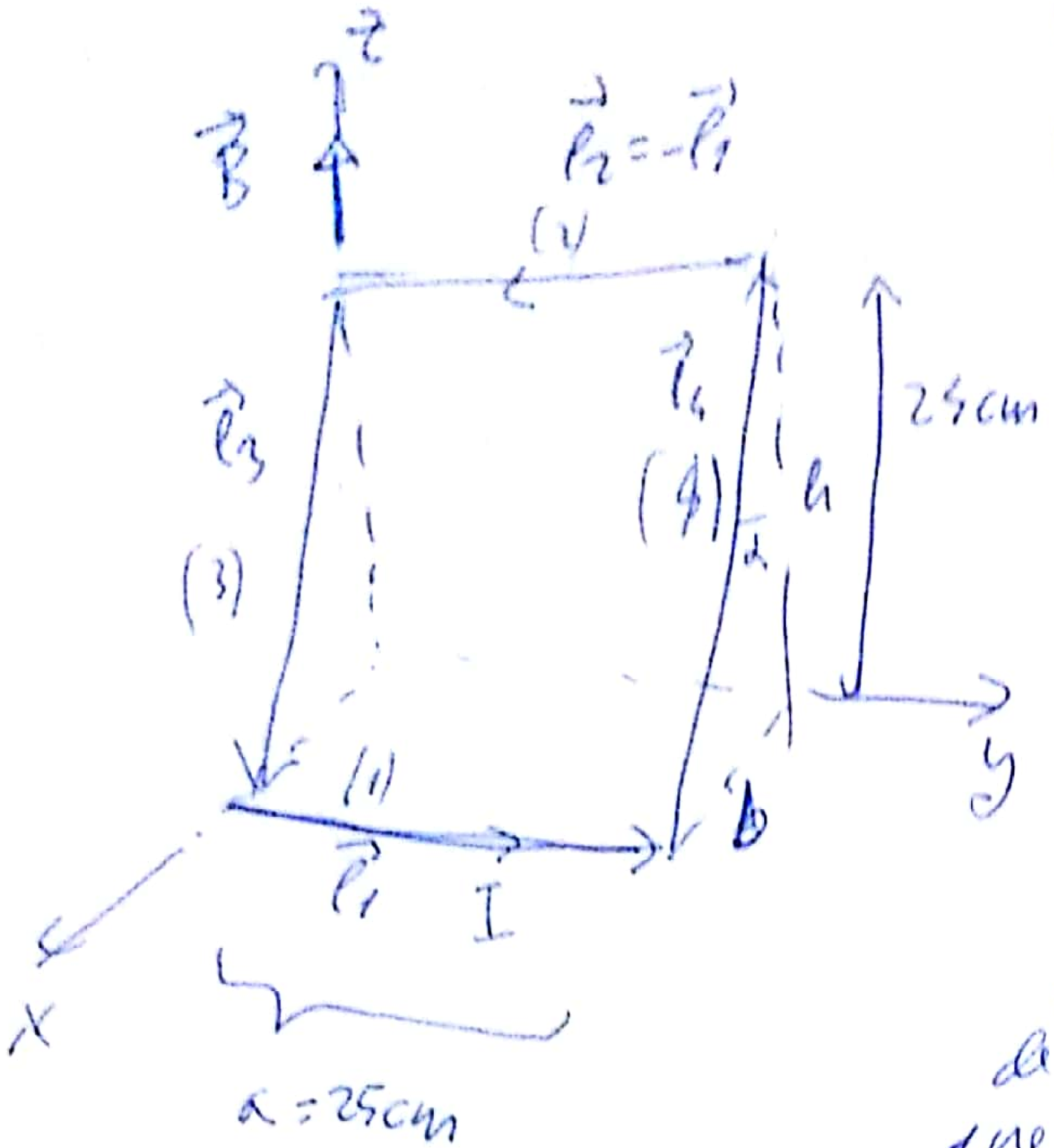
$h = 24\,cm$.

(a) $\vec{F}_i$?

Primero calculamos d.

$h^2 + d^2 = a^2 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 - h^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} \Rightarrow$

$d = \sqrt{49} = 7 \Rightarrow \underline{\underline{d = 7\,cm}}$.



La fuerza magnética sobre un conductor recto en un campo magnético uniforme viene dada por:

$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$, $|\vec{F}| = IlB\,\text{sen}\,\alpha$,

donde $\vec{l}$ es un vector que tiene el sentido de la intensidad. En el dibujo podemos ver que $\vec{l}_2 = -\vec{l}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ y $\vec{l}_3 = -\vec{l}_4 \Rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$.

Necesitamos, pues, calcular explícitamente $(\vec{l}_1, \vec{F}_1)$ y $(\vec{l}_4, \vec{F}_4)$.

$\vec{l}_1$: $\vec{l}_1 = a\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_1 = I\vec{l}_1 \times \vec{B} = I(a\vec{j}) \times (B\vec{k}) = IaB\,\underbrace{\vec{j} \times \vec{k}}_{\vec{i}}$

$\Rightarrow \vec{F}_1 = IaB\,\vec{i} = 16\,A \cdot 0{,}25\,m \cdot 0{,}5\,T\,\vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 = 2\,\vec{i}\,N}$ $\boxed{\vec{F}_2 = -2\,\vec{i}\,N}$

$\vec{l}_4$.

$\vec{l}_4 = -d\vec{i} + h\vec{k} \Rightarrow \vec{F}_4 = I\,\vec{l}_4 \times \vec{B} = I(-d\vec{i} + h\vec{k}) \times B\vec{k} \Rightarrow$

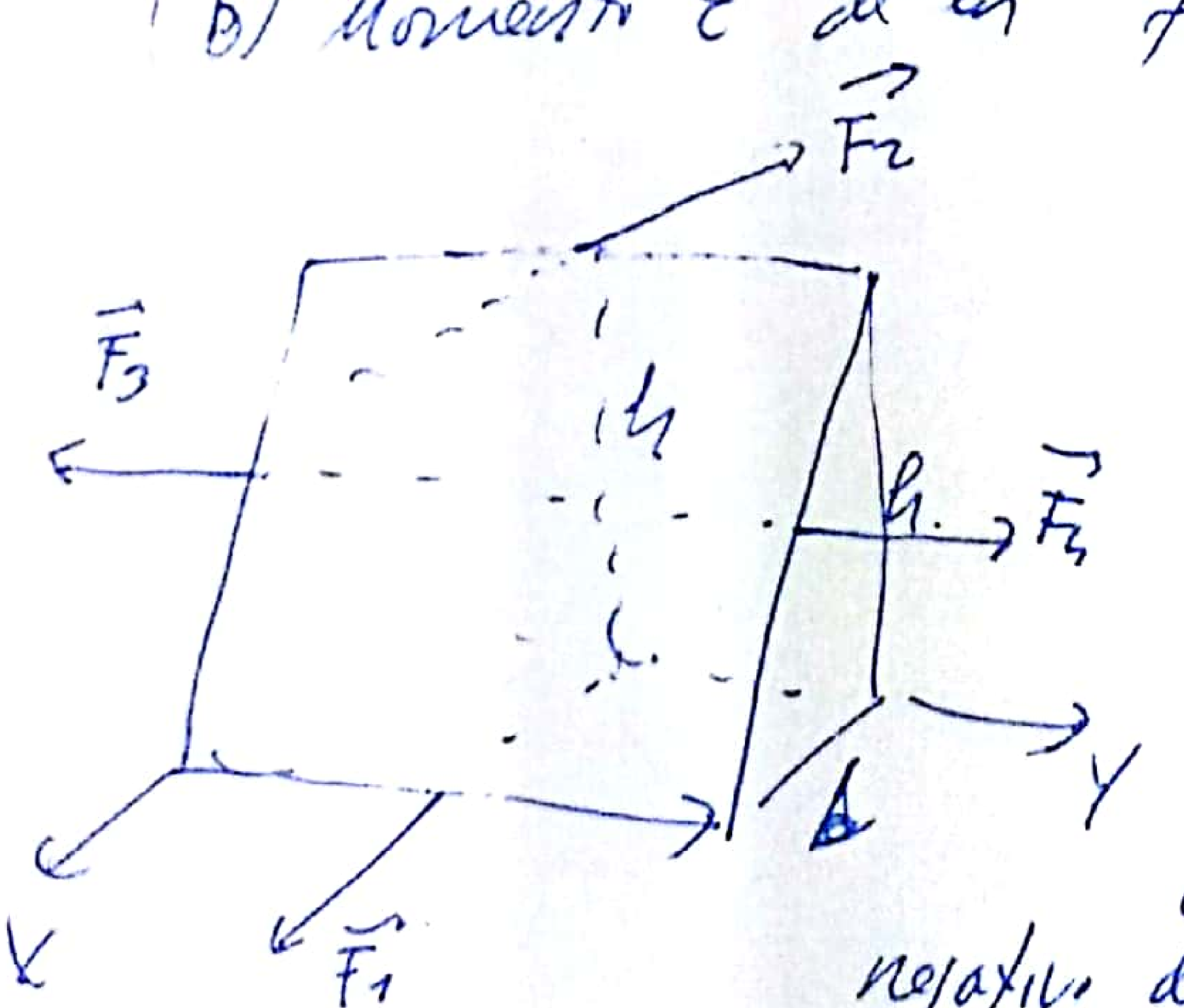
$\vec{F}_4 = -IdB\,\underbrace{\vec{i} \times \vec{k}}_{-\vec{j}} + IhB\,\underbrace{\vec{k} \times \vec{k}}_{0} \Rightarrow \vec{F}_4 = IdB\,\vec{j} \Rightarrow$

$\vec{F}_4 = 16 \cdot 0{,}07 \cdot 0{,}5\,\vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_4 = 0{,}56\,\vec{j}\,N}$ y $\boxed{\vec{F}_3 = -0{,}56\,\vec{j}\,N}$

Nota: podemos obtenerlos y es bueno comprobar las fuerzas con la regla de la mano derecha y el módulo $F = IlB\,\text{sen}\,\alpha$.

$\alpha = 90°$ para l_1 y $\alpha = 16{,}26° = \text{arc sen}\left(\frac{d}{a}\right)$ para $\vec{F}_4$.

(b) Momento $\vec{\tau}$ de las fuerzas que actúan sobre la espira



b1) El momento de un par de fuerzas es $\tau = Fd$, donde d es la distancia entre las líneas de acción de las fuerzas:

$\vec{F}_3$ y $\vec{F}_4$ actúan en la misma línea de acción

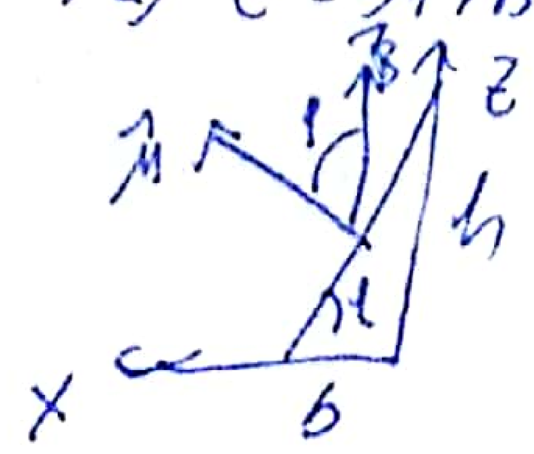
$\tau_{34} = |\vec{F}_3|\underset{0}{\underset{\shortparallel}{d}} = 0$

Para $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ la distancia es $h \Rightarrow$

$\tau = \tau_{12} = |\vec{F}_1|\,h = 2\,N \cdot 0{,}24\,m \Rightarrow \tau = 0{,}48\,Nm$

Como tiende a ~~hacer~~ girar a la espira en el sentido negativo del eje Y $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{\tau} = -0{,}48\,Nm\,\vec{j}}$

b2) $\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$, con $M = IS = Ia^2$ $\perp$ a la espira, y el sentido relacionado por la regla de Maxwell



$\tau = MB\,\text{sen}\,\varphi = ISB\,\text{sen}(\varphi) = Ia^2B\,\frac{h}{a} = 16 \cdot 0{,}25 \times 0{,}5 \times 0{,}24 \Rightarrow \tau = 0{,}48\,N\cdot m$

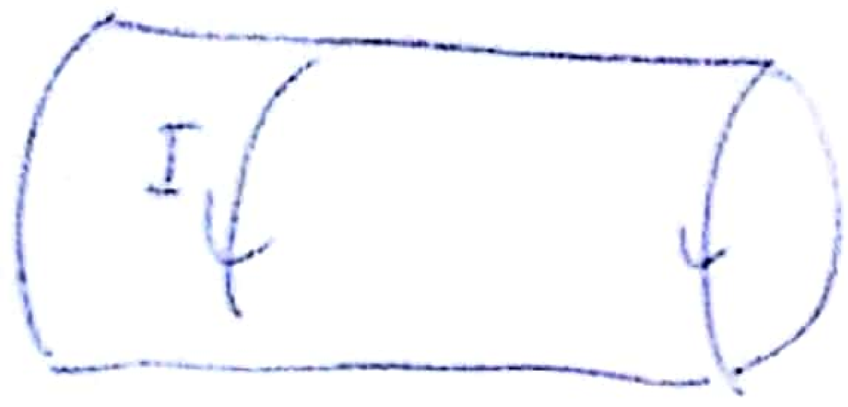
Y por Maxwell, el sentido y dir es $-\vec{j}$ $\boxed{\vec{\tau} = -0{,}48\,N\cdot m\,\vec{j}}$

(5) Sept 2018

$N = 500$ espiras, $L = 120\,mH$, longitud ℓ.

En $t=0$, $I_0 = 2A$ y crece con $\frac{dI}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2A}{0{,}8s}$

(Aumenta de $2A \to 4A$ en $0{,}8s \Rightarrow \Delta I = 2A$)

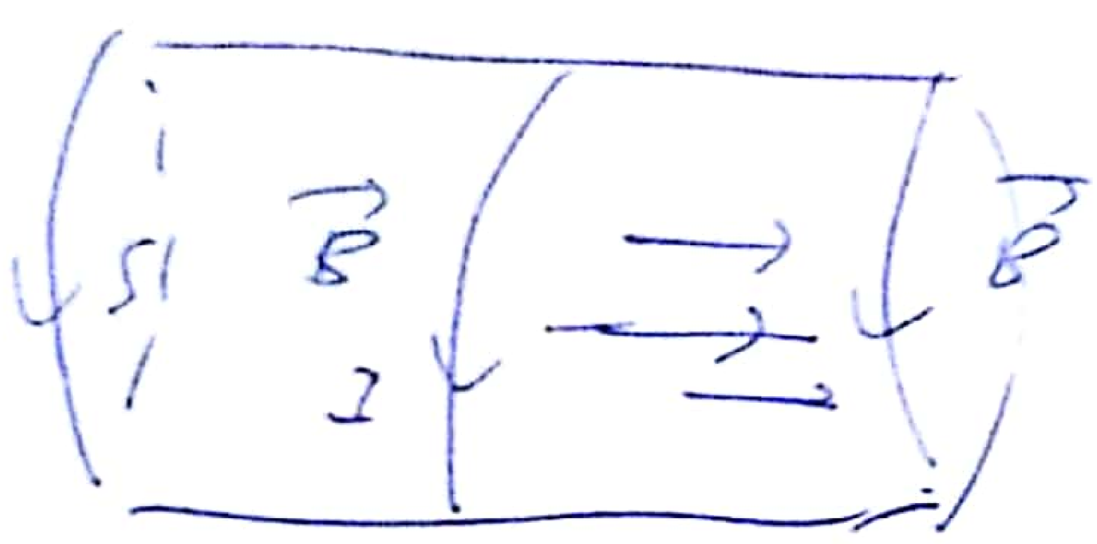


a) $|\xi| = \left|L \frac{dI}{dt}\right| = |L| \left|\frac{dI}{dt}\right| = 0{,}12\,H \cdot \frac{2A}{0{,}8s} \Rightarrow \boxed{|\xi| = 0{,}3\,V}$

(b) Φ_m en $t=0$. Es decir cuando $I = I_0 = 2A$.

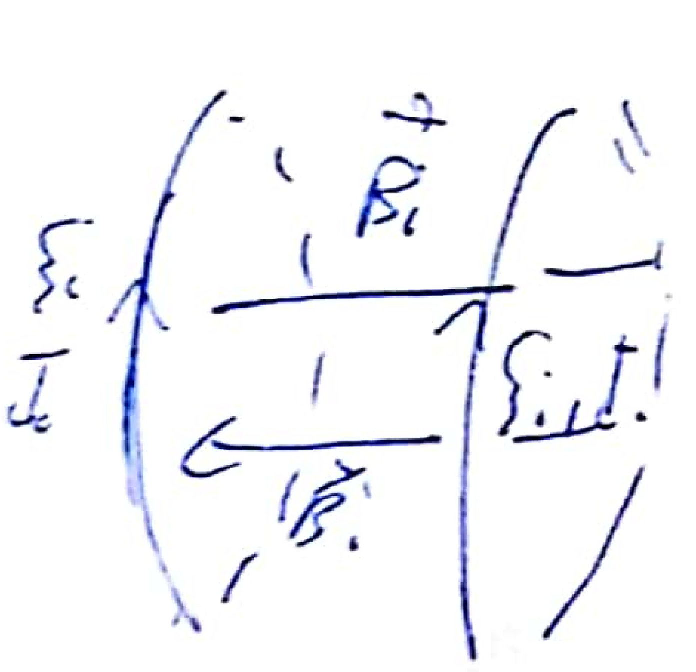
$\Phi_m = L I \Rightarrow \Phi_m(0) = L I_0 = 0{,}12H \cdot 2A \Rightarrow \boxed{\Phi_m = 0{,}24\,wb}$

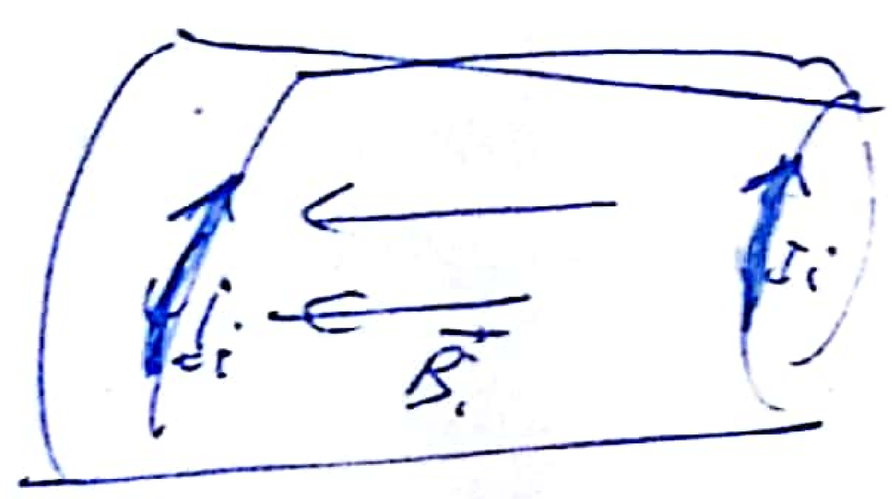
(c)



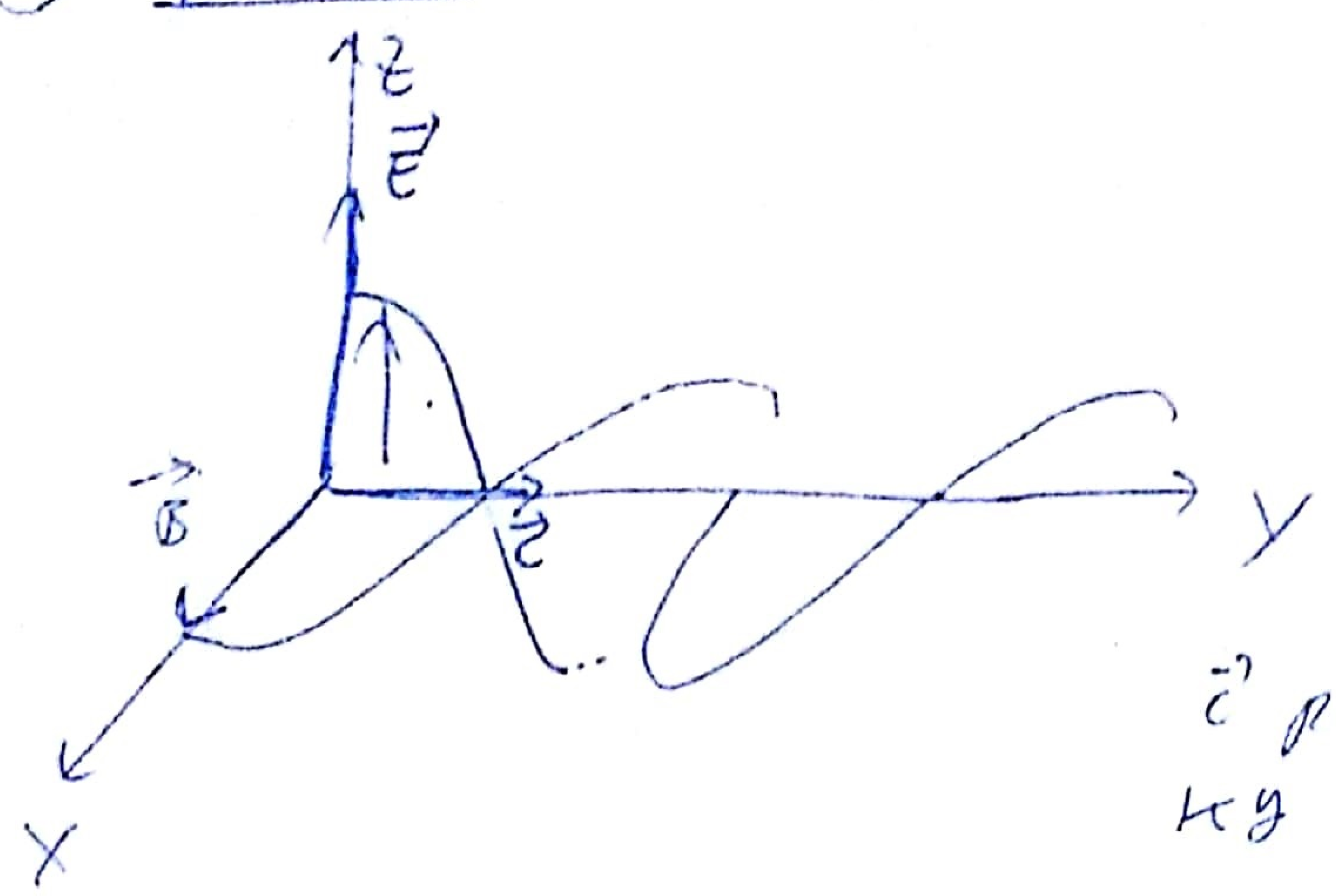
$\vec{B}$ es uniforme, paralelo al eje del solenoide, y relacionado su sentido con el de I por la regla de Maxwell.

(d) La f.e.m inducida produce un $\vec{B}_i$ que se opone al cambio de flujo. Como I aumenta, también aumenta B hacia la dcha y el flujo hacia la derecha $\Phi = NBS$, por lo tanto $\vec{B}_i$ será hacia la izda y la ξ_i (, I_i) con un sentido relacionado con I_i por la regla de Maxwell





(6) Sept 2018 $\lambda = 1\,m$ $\vec{B} = B\,\vec{i}$ $B_0 = 20\,nT$



(a) ¿$\vec{B}$ y $\vec{E}$?

El campo magnético será

$$\vec{B} = B_0 \cos(ky - \omega t)\,\vec{i}$$

$\vec{i}$ porque oscila en el eje x

ky porque se propaga en la dirección del eje x.

$ky - \omega t$ (signos diferentes porque se propaga en el sentido positivo)

Calculamos k y ω, $k = \frac{2\pi}{\lambda\,m} = \frac{2\pi}{1\,m} = 2\pi\,m^{-1}$; $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow$

$\omega = ck = 3\times10^8\,\frac{m}{s}\,2\pi\,m^{-1} \Rightarrow \omega = 6\pi\times10^8\,rad/s$. Luego:

$$\boxed{\vec{B} = 20\,nT \cos\left(2\pi\,m^{-1}\,y - 6\pi\times10^8\,\tfrac{rad}{s}\,t\right)\vec{i}}$$

Sabemos que $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares y ambos perpendiculares a la dir. de propagación. Además $\vec{B}\times\vec{c} = \vec{E}$ (orden alfabético B e por C da E) luego, $Bc = E \Rightarrow B_0 c = E_0 \Rightarrow E_0 = B_0 c = 20\times10^{-9}\,T \times 3\times10^8\,m/s \Rightarrow E_0 = 6\,V/m$.
Además por la regla de Maxwell o matemáticamente $\vec{B}\times\vec{c} = B\vec{i}\times c\vec{j} = Bc\,\vec{i}\times\vec{j} = Bc\,\vec{k}$, luego

$$\boxed{\vec{E} = 6\,V/m \cos\left(2\pi\,m^{-1}\,y - 6\pi\times10^8\,\tfrac{rad}{s}\,t\right)\vec{k}}$$

(b) Intensidad promedio y vector de Poynting $\vec{S}$. $\vec{S}$ tiene la dir de propagación $\vec{S} = \bar{I}\,\vec{j}$ en nuestro caso.

$$\bar{I} = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 = \frac{1}{2\times4\pi\times10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}}\,6\,\frac{V}{m}\,20\times10^{-9}\,T \Rightarrow$$

$\boxed{\bar{I} = 0{,}048\,\frac{W}{m^2}}$ $\boxed{\vec{S} = 0{,}048\,\frac{W}{m^2}\,\vec{j}}$

(c) U 30 min, $A = 0{,}25\,m^2$ ⊥ al eje y

$P = \bar{I}A_\perp = \bar{I}A$, $U = Pt \Rightarrow$

$U = \bar{I}At = 0{,}048\,\frac{W}{m^2}\,0{,}25\,m^2\,30\,min\left(\frac{60\,s}{1\,min}\right) J$.

$\Rightarrow \boxed{U = 21{,}6\,J}$