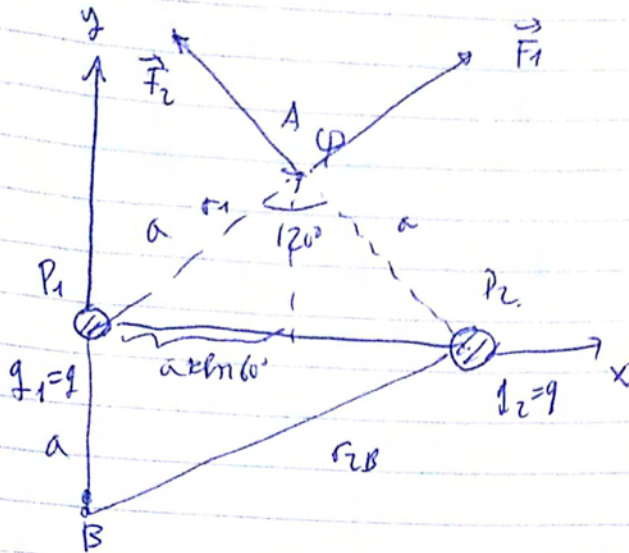


Practical 1. Problems 1 & 1



La fuerza que ejercen q_1 y q_2 sobre q es repulsiva y en la dirección entre del vector que une cada par de cargas, tal como se ve en la figura.

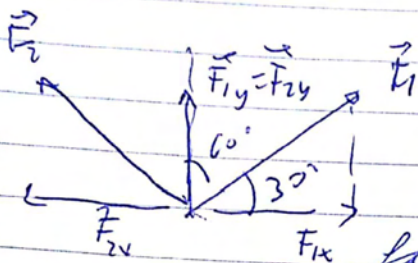
Los módulos de \vec{F}_1 y \vec{F}_2 son iguales

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = k_e \frac{|q_1||q|}{|r_{11}|^2} = k_e \frac{q^2}{a^2}$$

Las componentes x de \vec{F}_1 y \vec{F}_2 se anulan entre si por simetría

$$\vec{F}_{1x} = +|\vec{F}_1| \cos 30^\circ \vec{i} ; \vec{F}_{2x} = -|\vec{F}_2| \cos 30^\circ \vec{i}$$

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = 0 \text{ por } |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$



Las componentes verticales se suman por tener el mismo sentido

$$\vec{F} = \vec{F}_y = 2\vec{F}_{1y} = 2|\vec{F}_1| \sin 30^\circ \vec{j} = 2|\vec{F}_1| \frac{1}{2} \vec{j} = 2k_e \frac{q^2}{a^2} \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{F} = k_e \frac{q^2}{a^2} \vec{j}}$$

b) El trabajo realizado por el campo es igual a la disminución de la energía potencial $W_{AB} = U_A - U_B = qV_A - qV_B$ calculamos V_A y V_B

$$V_A = k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2} = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{q}{a} \Rightarrow V_A = 2k_e \frac{q}{a}$$

$$V_B = k_e \frac{q_1}{r_{1B}} + k_e \frac{q_2}{r_{2B}} = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{q}{r_{2B}} \text{ , necesitamos calcular } r_{2B}$$

$$\vec{r}_{2B} = \vec{OP}_2 - \vec{OB} = (2a \cos 60^\circ) \vec{i} - (0, -a) \vec{j} = (2a \frac{\sqrt{3}}{2}, a) = (\sqrt{3}, 1)a$$

$$|\vec{r}_{2B}| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} a = \sqrt{4} a = 2a. \text{ Sustituyendo: } V_B = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{q}{2a} \text{ y}$$

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = q \left(2k_e \frac{q}{a} - k_e \frac{q}{a} - k_e \frac{q}{2a} \right) = k_e \frac{q^2}{a} \left(2 - 1 - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \boxed{W_{AB} = k_e \frac{q^2}{2a}}$$

$$(9) \quad \vec{F} = k_e \frac{q_1 q_2}{a^2} \hat{j} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{1 \times 10^{-6} \text{ C} \times 2 \times 10^{-6} \text{ C}}{(3 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \hat{j} = \frac{9}{9} \frac{10^{-12}}{10^{-2}} \text{ N} \hat{j}$$

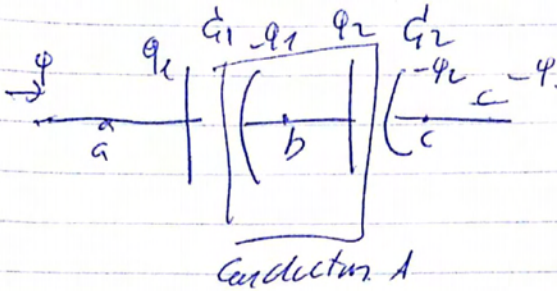
$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = 0.1 \text{ N} \hat{j}}$$

$$U_{AB} = k_e \frac{q_1 q_2}{r_a} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C} \times 1 \times 10^{-6} \text{ C}}{2 \times 3 \times 10^{-2} \text{ m}} = \frac{9}{2 \times 3} \frac{10^{-12}}{10^{-1}} \text{ J} = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$U_{AB} = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J} \Rightarrow \boxed{U_{AB} = 0.015 \text{ J}}$$

② Paralelo G1

a) Capacidad equivalente a G_1 y G_2 en serie.



En el conjunto de conductores A (armadura unidas de los condensadores G_1 y G_2) la carga neta es nula, pues antes de cargar el condensador G_1 y G_2 con cargas q_1 nulas y q_2 nulas.

Llega carga al conjunto A al estar separado por dieléctricos o el vacío de cualquier otro conductor. Luego $q_1 = q_2$. Aplicamos la carga que llega por la izda al condensador G_1 , q es la misma que va a almacenar en su armadura positiva, luego $q = q_1$.

En definición

$$q = q_1 = q_2$$

, por q es la carga neta de la asociación.

Por otra parte, la diferencia de potencial en la asociación:

$$V = V_a - V_c = (V_a - V_b) + (V_b - V_c) = V_1 + V_2. \quad \text{y} \quad q_1 = G_1 V_1, \quad q_2 = G_2 V_2$$

Por $q = q_1 = q_2$ $V = \frac{q}{G_1} + \frac{q}{G_2}$. Por definición de capacidad

$$\text{equivalente } G, \quad G = \frac{q}{V} \Rightarrow \frac{q}{G} = \frac{q}{G_1} + \frac{q}{G_2} = \frac{q}{G_1} + \frac{q}{G_2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{G} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2}}$$

$$b) \quad G_1 = 10 \text{ nF}, \quad G_2 = 15 \text{ nF} \Rightarrow \frac{1}{G} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{15+10}{150} \Rightarrow$$

$$G = \frac{150}{25} \text{ nF} \Rightarrow \boxed{G = 6 \text{ nF}}$$

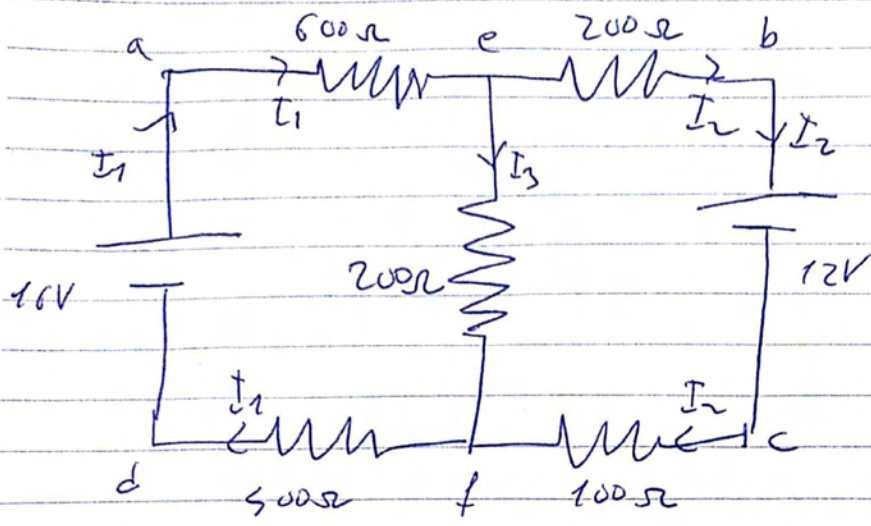
Sobrecarga que $q_1 = q_2 = q$ y $q = G V = 6 \text{ nF} \cdot 10 \text{ V} = 60 \text{ nC} \Rightarrow$

$$\boxed{q_1 = q_2 = q = 60 \text{ nC}} \quad \text{Además:}$$

$$V_1 = \frac{q_1}{G_1} = \frac{60 \text{ nC}}{10 \text{ nF}} = 6 \text{ V}; \quad V_2 = \frac{q_2}{G_2} = \frac{60 \text{ nC}}{15 \text{ nF}} = 4 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_1 = 6 \text{ V}, V_2 = 4 \text{ V}}$$

lógicamente $V_1 + V_2 = V = 10 \text{ V}$.

3 pascal 61



$I_1 = 10 \text{ mA}$
 $I_2 = -20 \text{ mA}$
 $I_1 = 0,01 \text{ A}$
 $I_2 = -0,02 \text{ A}$

Entonces, en el nodo e:
 $I_3 + I_2 - I_1 = 0 \Rightarrow$
 $I_3 = I_1 - I_2 = 0,01 - (-0,02) \text{ A} \Rightarrow$
 $I_3 = 0,03 \text{ A}$

a) $V_{ac} = V_a - V_c$ por dos caminos.
 Usamos la ley de Kirchhoff para la caída del potencial en un camino.
 En general:
 $V_{AB} = V_A - V_B = (\sum I_i \cdot R_i) - (\sum \mathcal{E}_i)$ donde I_i y \mathcal{E}_i aparecen con un signo + delante si van en el sentido del camino $A \rightarrow B$ y viceversa

Camino: a e b c:

$V_a - V_c = 600 I_1 + 200 I_2 - (-12) = 600 \times 0,01 + 200 \times (-0,02) + 12 = 6 - 4 + 12 \text{ V} \Rightarrow$
 $V_a - V_c = 14 \text{ V}$

Camino: a e f c: $V_a - V_c = 600 I_1 + 200 I_3 - 100 I_2 = 600 \times 0,01 + 200 \times 0,03 - 100 \times (-0,02)$

$\Rightarrow V_a - V_c = 6 + 6 + 2 \Rightarrow V_a - V_c = 14 \text{ V}$

Camino: a d f c:

$V_a - V_c = -500 I_1 - 100 I_2 - (-16) = -500 \times 0,01 - 100 \times (-0,02) + 16 \Rightarrow$
 $V_a - V_c = -5 + 2 + 16 \text{ V} \Rightarrow V_a - V_c = 13 \text{ V}$ Como el signo sale el mismo valor.

b) Entre e y f para I_3 , y le equivalencia $R_{ef} = 200 \Omega \Rightarrow$

$P_{ef} = I_3^2 R_{ef} = 0,03^2 \times 200 \text{ W} \Rightarrow P_{ef} = 3^2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^2 \text{ W} \Rightarrow P_{ef} = 0,18 \text{ W}$

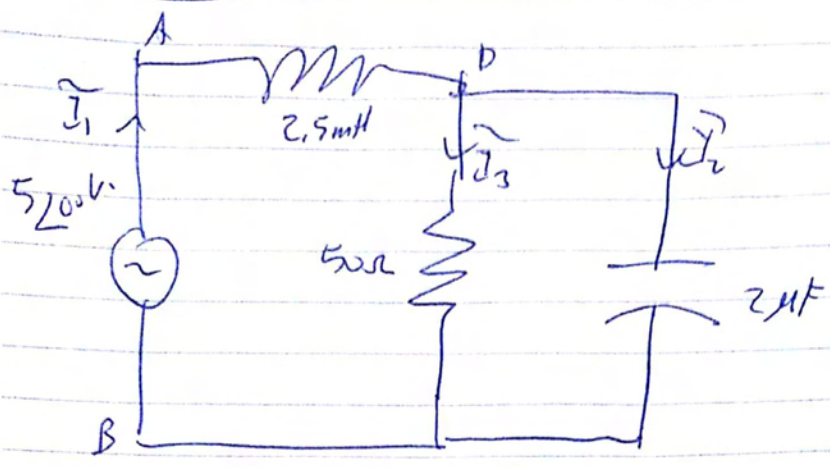
c) El de 16V está atravesado por I_1 en sentido positivo, luego genera potencia

$P_{16} = 16 \times I_1 \text{ W} = 16 \times 0,01 \text{ W} \Rightarrow P_{16} = 0,16 \text{ W}$

En principio P_{12} consume potencia. $P_{12} = I_2 \times R \times (-0,02) \times 12 \text{ W} = -0,29 \text{ W}$.

Como es negativa en general. $P_{12} = 0,29 \text{ W}$ [o bien, definiendo $I_2' = -I_2 = 0,02 \text{ A}$ en sentido opuesto]

4 parcial 61



$L = 2,5 \text{ mH}$
 $C = 2 \mu\text{F}$
 $R = 50 \Omega$
 $\tilde{v} = 5 \angle 0^\circ = 5 \text{ V}$
 $\omega = 10^5 \text{ rad/s}$

a) ~~Obtener~~ obtener $\tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \tilde{I}_3$; \tilde{Z}_{AB} ?

Primero calculamos las impedancias de cada elemento.

$\tilde{Z}_R = R = 50 \Omega$, $\tilde{Z}_L = j\omega L = j 10^5 \times 2,5 \times 10^{-3} \Omega \Rightarrow \tilde{Z}_L = 25j \Omega$.

$\tilde{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{10^5 \times 2 \times 10^{-6}} \Omega = -\frac{10^2}{2} j \Omega \Rightarrow \tilde{Z}_C = -50j \Omega$

Ahora obtenemos la impedancia de la asociación en paralelo R y C:

$\frac{1}{\tilde{Z}_{RC}} = \frac{1}{\tilde{Z}_R} + \frac{1}{\tilde{Z}_C} = \frac{1}{50} + \frac{1}{-50j} = \frac{1}{50} (1 - j) = \frac{1}{50} \left(\frac{j-1}{j} \right) \Rightarrow$

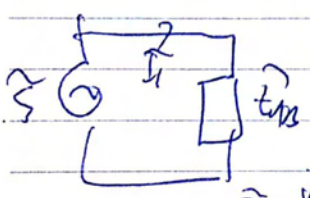
$\tilde{Z}_{RC} = \frac{50j}{-1+j} = \frac{-50j}{1-j} \cdot \frac{(1+j)}{(1+j)} = \frac{-50j^2 - 50j}{1+j^2} = \frac{50 - 50j}{2} \Rightarrow \tilde{Z}_{RC} = 25 - 25j \Omega$

\tilde{Z}_L está en serie con \tilde{Z}_{RC} , luego $\tilde{Z}_{AB} = \tilde{Z}_L + \tilde{Z}_{RC} = 25j + (25 - 25j) \Rightarrow$

$\tilde{Z}_{AB} = 25 \Omega$ (2 real).

(b) obtener \tilde{I}_1 ?

$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{v}}{\tilde{Z}_{AB}} = \frac{5}{25} = 0,2 \text{ A real} \Rightarrow \tilde{I}_1 = 0,2 \text{ A} = 0,2 \angle 0^\circ \text{ A}$

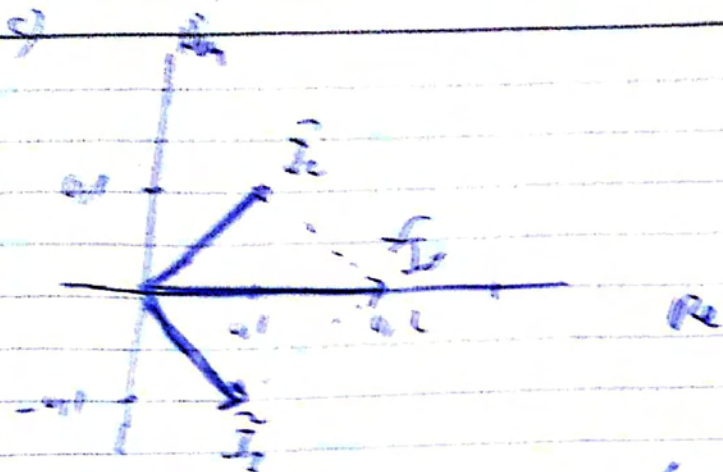


Calculamos \tilde{V}_{DB} : $\tilde{V}_{DB} = \tilde{I}_1 \cdot \tilde{Z}_{RC} = (0,2 \times (25 - 25j)) \text{ V} \Rightarrow$

$\tilde{V}_{DB} = 0,5 - 0,5j \text{ V}$. Entregamos:

$\tilde{I}_3 = \frac{\tilde{V}_{DB}}{50} = \frac{0,5 - 0,5j}{50} \text{ A} \Rightarrow \tilde{I}_3 = 0,01 - 0,01j \text{ A} = 0,01 \sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ A}$

$\tilde{I}_2 = \frac{\tilde{V}_{DB}}{-50j} = \frac{0,5 - 0,5j}{-50j} = \frac{0,5 - 0,5j}{50} \cdot (-j) = \frac{0,5 + 0,5j}{50} \text{ A} \Rightarrow \tilde{I}_2 = 0,01 + 0,01j \text{ A} = 0,01 \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A}$



Relacion con los qd's

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

d) Relacion calculada de los ^{fas} fasores.

1) A traves de $\vec{V}_{AB} = \vec{V}$ e \vec{I}_1 , la potencia consumida en \vec{Z}_{AB} es:

$$P_{AB} = \frac{1}{2} V_{AB} I_1 \cos(\varphi_{AB}) \quad \text{con} \quad \varphi_{AB} = \varphi_{V,AB} - \varphi_{I_1} = 0 - 0 = 0 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow P_{AB} = \frac{1}{2} 5 \times 0,2 \text{ W} = \boxed{P_{AB} = 0,5 \text{ W}}$$

2) A traves de la potencia consumida en la carga resistiva,

$$P_R = \frac{1}{2} I_{R1}^2 R = \frac{1}{2} (0,1 \sqrt{2})^2 \times 50 \text{ W} = \frac{1}{2} 0,01 \times 2 \times 50 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_R = 0,5 \text{ W}}$$

Para un AC solo consume potencia resistiva

3) $\vec{Z}_{AB} = 25 \Omega$, loop es equivalente a una resistencia
 asociada por $\vec{I}_1 = 0,2 \text{ A} \Rightarrow$

$$P_{RAB} = \frac{1}{2} I_1^2 R_{AB} = \frac{1}{2} (0,2)^2 \times 25 \text{ W} = \frac{1}{2} 0,04 \times 25 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_{RAB} = 0,5 \text{ W}}$$