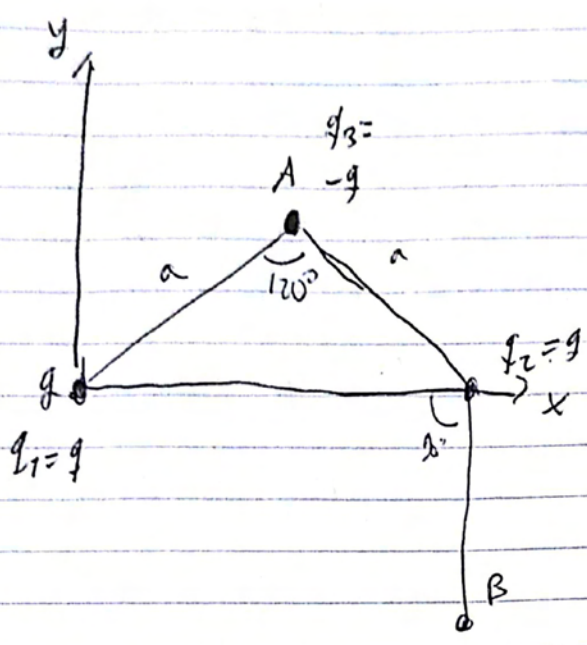


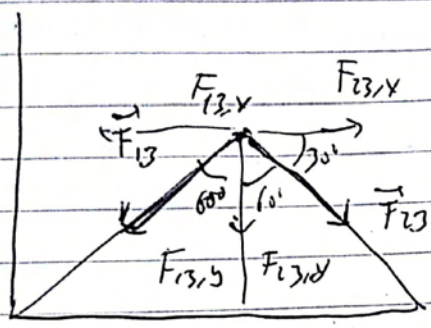
Parcial 1 62. Problema 1 2018



$q > 0$
1) \vec{F} sobre $-q$ en A.

Placemos $q_1 = q$ en $(0,0)$
 q_2 en $(a,0)$; $q_3 = -q$ en A; $q_3 = -q$.

Las fuerzas \vec{F}_{13} y \vec{F}_{23} son atractivas y dada los valores de las cargas y las distancias $|q_1| = |q_2| = |q_3| = q$
 $|\vec{r}_{13}| = |\vec{r}_{23}| = a$, en igualdad de módulos $|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| = k_e \frac{q^2}{a^2}$



Las componentes en: fuerza en forma vectorial

$$\vec{F}_{23,x} = |\vec{F}_{23}| \cos 30^\circ \vec{i} - |\vec{F}_{23}| \sin 30^\circ \vec{j}$$

$$\vec{F}_{13} = -|\vec{F}_{13}| \sin 30^\circ \vec{i} - |\vec{F}_{13}| \cos 30^\circ \vec{j}$$

Con $|\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}|$ las fuerzas en la dirección x a cancelar y:

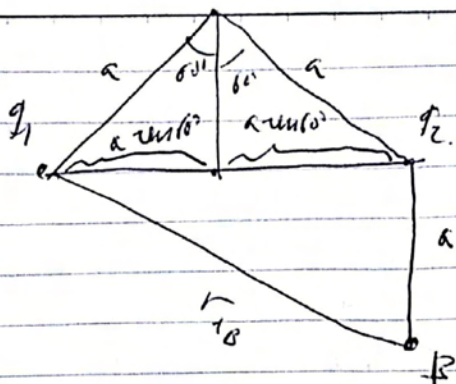
$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -2 |\vec{F}_{13}| \sin 30^\circ \vec{j} = -2 / k_e \frac{q^2}{a^2} \frac{1}{2} \vec{j} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F} = -k_e \frac{q^2}{a^2} \vec{j}}$$

b) El trabajo que hay que realizar por las fuerzas externas para trasladar una carga en igual al aumento de energía potencial
 $W_{AB} = V_B - V_A = q_3 V_B - q_3 V_A = q_3 (V_B - V_A) = -q (V_B - V_A) = q (V_A - V_B)$

Calculamos V_A y V_B :

$$V_A = k_e \frac{q_1}{r_{1A}} + k_e \frac{q_2}{r_{2A}} = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{q}{a} \Rightarrow V_A = 2k_e \frac{q}{a}$$



$$V_B = k_e \frac{q_1}{r_{1B}} + k_e \frac{q_2}{r_{2B}} = k_e \frac{q}{r_{1B}} + k_e \frac{q}{r_{2B}}$$

En coordenada de B van

$$\vec{r}_B = (2a \cos(\alpha), a) = (2a \frac{\sqrt{3}}{2}, a)$$

$$\vec{r}_1 = (0, 0) \Rightarrow$$

$$\vec{r}_{1B} = \vec{r}_B - \vec{r}_1 = (1.5a, a) \quad y$$

$$r_{1B} = \sqrt{(1.5a)^2 + a^2} = \sqrt{4} a = 2a.$$

Entonces $V_B = k_e \frac{q}{2a} + k_e \frac{q}{2a} = \frac{3}{2} k_e \frac{q}{a}$

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = q\left(2k_e \frac{q}{a} - \frac{3}{2} k_e \frac{q}{a}\right) = q\left(\frac{4}{2} k_e \frac{q}{a} - \frac{3}{2} k_e \frac{q}{a}\right) \Rightarrow$$

$$W_{AB} = k_e \frac{q^2}{2a}$$

c) (a) y (b) para $a = 0,3m$, $q = 1 \mu C = 10^{-6} C$ y $k_e = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

$$\vec{E} = -k_e \frac{q^2}{a^2} \vec{j} = -9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \frac{(1 \times 10^{-6} C)^2}{(3 \times 10^{-1} m)^2} \vec{j} = -9 \frac{10^9 \times 10^{-12}}{10^{-2}} N \vec{j} \Rightarrow$$

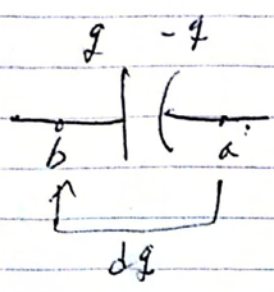
$$\vec{E} = -10^1 N \vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -0,1 N \vec{j}}$$

$$W_{AB} = k_e \frac{q^2}{2a} = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \frac{(1 \times 10^{-6} C)^2}{2 \times 3 \times 10^{-1} m} = \frac{9 \times 10^{-12} \times 10^9}{2 \times 3 \times 10^{-1}} J = 1,5 \times 10^{-2} J$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{AB} = 0,015 J}$$

Parcial 1, 62. Problema 2 2018

a) Reducir la energía de un condensador de capacidad C y carga q .



En un estado intermedio de carga q , aumente la carga, llevando dq de a a b (de menor potencial a más potencial y aumentando $q \rightarrow q + dq$ y $-q \rightarrow -q - dq$

Para este proceso hay que dar una energía.
 $dW = dq(V_b - V_a)$, pero $V_b - V_a = V$ la diferencia de potencial en el condensador $V_c = \frac{q}{C}$, con $C = \frac{q}{V}$

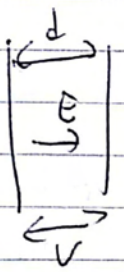
$dW = dq \frac{q}{C} = \frac{1}{C} q dq$, la energía del condensador cargado

con carga q es igual al trabajo realizado para cargarlo de $0 \rightarrow q$.

$$W = \int_{q=0}^q dW = \int_{q=0}^q \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^q \rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}}$$

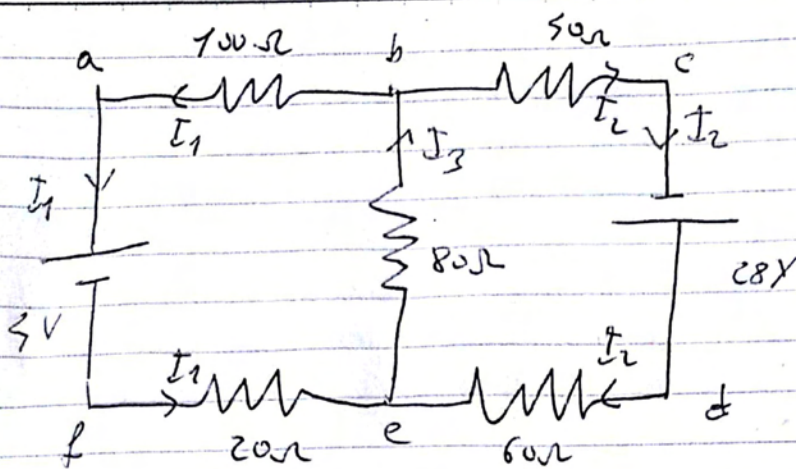
b) Si $d = 1 \text{ cm}$, $C = 10 \text{ nF}$ y $V = 10 \text{ V}$ en un condensador plano. Calcular U y $E = |\vec{E}|$ (campo eléctrico)

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{CV}{C} \right)^2 = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} 10 \times 10^{-9} \text{ F} \times 10^2 \text{ V} = 50 \times 10^{-9} \text{ J} \Rightarrow \boxed{U = 50 \text{ nJ}}$$



En un condensador plano \vec{E} es uniforme y perpendicular a las placas, ley. $V = Ed \Rightarrow$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{10 \text{ V}}{0,01 \text{ m}} \Rightarrow \boxed{E = 1000 \text{ V/m}}$$



$$I_1 = -100 \text{ mA} = -0,1 \text{ A}$$

$$I_2 = 200 \text{ mA} = 0,2 \text{ A}$$

Calculamos I_3 en el nodo b

$$I_2 + I_1 - I_3 = 0 \rightarrow$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = (-100 + 200) \text{ mA} \rightarrow$$

$$I_3 = +100 \text{ mA} = 0,1 \text{ A}$$

a) Calcular $V_a - V_b$ por dos caminos diferentes:

Usamos la ley de Kirchhoff de la caída de potencial en un camino.

$V_{AB} = V_A - V_B = \sum I_i R_i - (\sum \mathcal{E}_i)$, donde escribimos v_i y \mathcal{E}_i + delante de I_i y \mathcal{E}_i si van en el sentido $A \rightarrow B$ y viceversa. Hay tres caminos:

Camino a b e d:

$$V_a - V_b = -100 I_1 - 80 I_3 - 60 I_2 = -100 \times (-0,1) - 80 \times 0,1 - 60 \times 0,2 = 10 - 8 - 12 = -10 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_a - V_b = -10 \text{ V}}$$

Camino a b c d

$$V_a - V_b = -100 I_1 + 50 I_2 - (28) = -100 \times (-0,1) + 50 \times 0,2 - 28 = 10 + 10 - 28 = -10 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_a - V_b = -10 \text{ V}}$$

Camino a f e d

$$V_a - V_b = 20 I_1 - 60 I_2 - (-3) = 20 \times (-0,1) - 60 \times 0,2 + 3 = -2 - 12 + 3 = -10 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_a - V_b = -10 \text{ V}}$$

Como se tienen el resultado es el mismo.

b) P_{be} : $R_{be} = 80 \Omega$ es recorrida por $I_3 \Rightarrow P_{be} = R_{be} I_3^2 = 80 \times 0,1^2 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_{be} = 0,8 \text{ W}}$

c) Potencia producida en cada generador:

En $\mathcal{E} = 28 \text{ V}$, la corriente I_2 va en sentido positivo $P_{28} = \sum_{\mathcal{E}} I_2 = 28 \times 0,2 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_{28} = 5,6 \text{ W}}$. En $\mathcal{E} = 3 \text{ V}$, $I_1 = -0,1 \text{ A}$, definimos $I_1' = 0,1$ que va

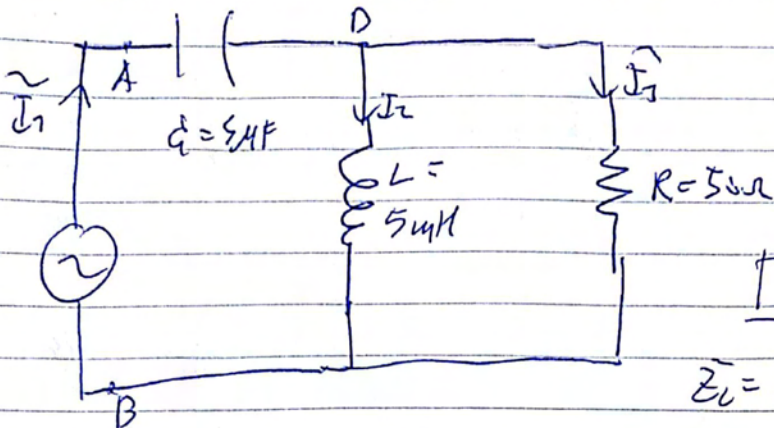
en el sentido positivo de \mathcal{E}_3 $\Rightarrow P_3 = \sum_{\mathcal{E}} I_1' = 3 \times 0,1 \Rightarrow \boxed{P_3 = 0,3 \text{ W}}$

Problema 5, Parcial 1 62, 48 2018

No.

Date.

$i(t) = 5 \cos(10^4 t) \rightarrow \omega = 10^4 \text{ rad/s}$



a) Determina \tilde{Z}_{AB}
 Primero calculamos las impedancias de cada elemento:

$\tilde{Z}_R = R = 50 \Omega$

$\tilde{Z}_L = j\omega L = j10^4 \times 5 \times 10^{-3} \Omega \Rightarrow \tilde{Z}_L = 50j \Omega$

$\tilde{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{10^4 \times 5 \times 10^{-6}} \Omega = -\frac{100}{5} j \Omega \Rightarrow \tilde{Z}_C = -25j \Omega$

Alora obtenemos la resistencia equivalente a \tilde{Z}_L y \tilde{Z}_R en paralelo:

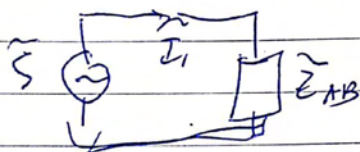
$\frac{1}{\tilde{Z}_{LR}} = \frac{1}{\tilde{Z}_L} + \frac{1}{\tilde{Z}_R} = \frac{1}{50j} + \frac{1}{50} = \frac{1}{50}(-j+1) \Rightarrow \tilde{Z}_{LR} = \frac{50}{1-j} = \frac{50(1+j)}{(1-j)(1+j)}$

$\Rightarrow \tilde{Z}_{LR} = 25 + 25j \Omega = 25\sqrt{2} e^{j\pi/4} \Omega$

Como \tilde{Z}_C esta en serie con \tilde{Z}_{LR} : $\tilde{Z}_{AB} = \tilde{Z}_C + \tilde{Z}_{LR} = -25j + (25 + 25j) \Rightarrow$

$\tilde{Z}_{AB} = 25 \Omega$ real

b) obtener \tilde{I}_1 . En el circuito equivalente a la fuente \tilde{V}_1 con \tilde{Z}_{AB} en serie.



$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{V}_1}{\tilde{Z}_{AB}} \Rightarrow \tilde{I}_1 = \frac{5 \text{ V}}{25 \Omega} \Rightarrow \tilde{I}_1 = 0,2 \text{ A} = 0,2 \text{ A} \angle 0^\circ$ (real)

Para calcular \tilde{I}_2 e \tilde{I}_3 necesitamos la d.d.p $\tilde{V}_{DB} = \tilde{V}_{LR}$ pues es a la que estan conectados los elementos recorridos por \tilde{I}_2 e \tilde{I}_3 :

$\tilde{V}_{DB} = \tilde{V}_{LR} = \tilde{I}_1 \tilde{Z}_{LR} = 0,2 \times (25 + 25j) \Rightarrow \tilde{V}_{DB} = 5 + 5j \text{ V}$. Entonces

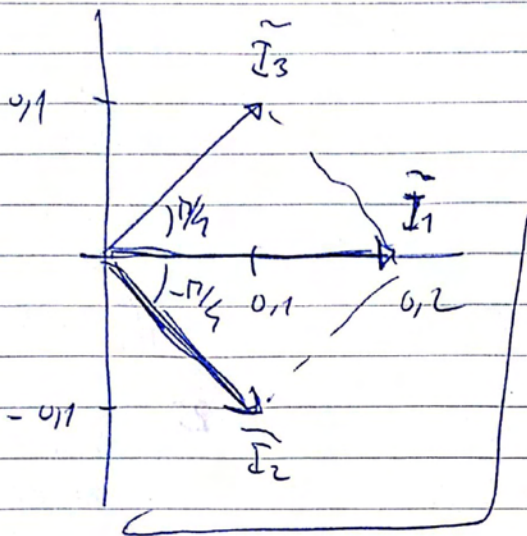
$\tilde{I}_2 = \frac{\tilde{V}_{DB}}{\tilde{Z}_L} = \frac{5 + 5j}{50j} \text{ A} = 0,1 \left(\frac{1+j}{j} \right) \left(\frac{-j}{-j} \right) = 0,1 \frac{1-j}{-j} \text{ A} \Rightarrow$

$\tilde{I}_2 = 0,1 - 0,1j \text{ A} = 0,1 \sqrt{2} e^{-j\pi/4} \text{ A}$

$\tilde{I}_3 = \frac{\tilde{V}_{DB}}{\tilde{Z}_R} = \frac{5 + 5j}{50} \Rightarrow \tilde{I}_3 = 0,1 + 0,1j \text{ A} = 0,1 \sqrt{2} e^{j\pi/4} \text{ A}$

Veremos que se cumple que $\tilde{I}_3 + \tilde{I}_2 = \tilde{I}_1$

c) Representa \vec{I}_i en un diagrama



E igualmente vemos que

$$\vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}_1$$

d) Potencia media consumida:

Hay varias formas:

d1) La potencia solo se consume en la resistencia R , recorrida por \vec{I}_3 , luego:

$$P_3 = RI_{se}^2 = 50 \left(\frac{0,1 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)^2 \Rightarrow \boxed{P_3 = 0,5 \text{ W}}$$

d2) $\vec{Z}_{AB} = 25 \Omega$ real, luego equivale a una resistencia recorrida por $\vec{I}_1 \Rightarrow P_1 = 25 \times I_{1e}^2 = 25 \times \left(\frac{0,2}{\sqrt{2}} \right)^2 \text{ W} = 25 \times \frac{0,04}{2} \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_1 = 0,5 \text{ W}}$

d3) Usando la fórmula de la potencia consumida en una impedancia \vec{Z} recorrida por una intensidad \vec{I} y sometida a una d.d.p \vec{V} : $P = V_e I_e \cos(\varphi)$ con φ el desfase entre \vec{V} e \vec{I} igual al argumento de \vec{Z} .
En nuestro caso $\vec{V} = \vec{V}_{AB} = 5$, $\vec{I} = \vec{I}_1$, $\varphi = 0^\circ \Rightarrow$

$$P = \sum_e I_e \cos(0) = \frac{5 \times 0,2}{2} \text{ W} \Rightarrow \boxed{P = 0,5 \text{ W}}$$

Como en \vec{I}_1 , vale lo mismo.