F.F.I. Boletín Tema 1

Campo electrostático de cargas puntuales

1. Comparar la fuerza de atracción gravitatoria entre dos electrones ($F = Gm_em_e/r^2$ con $G = 6{,}672 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2) con la fuerza de repulsión eléctrica entre los mismos, sabiendo que la carga del electrón es $e = 1{,}602 \times 10^{-19} C$ y su masa $m_e = 9{,}1095 \times 10^{-31}$ kg.
Sol. $F_e/F_g = Ke^2/(Gm_e^2) \simeq 4{,}17 \times 10^{42}$, luego la atracción gravitatoria entre ellos es totalmente depreciable frente a su repulsión eléctrica.

2. Sea una carga $q = +1$ mC situada en el origen de coordenadas. Determinar: (**a**) el campo electrostático generado en un punto cualquiera de coordenadas (x, y, z); (**b**) la forma de la superficie de potencial constante (equipotencial) con $V = 45$ MV así como la ecuación matemática de la misma; (**c**) el módulo de la fuerza ejercida sobre una carga $Q = +1$ μC situada en dicha superficie (**d**) y el trabajo realizado por el campo sobre Q en dos casos: (d.1) si se desplaza desde dicha superficie hasta la superficie equipotencial con $V = 20$ MV y (d.2) si se desplazase desde la superficie de 45 MV hasta el infinito ($r \to \infty$).
Sol. (a) $\vec{E} = (9 \times 10^6/r^2)\ \vec{u}_r$ N/C, donde $r^2 = (x^2 + y^2 + z^2)$ m^2 y $\vec{u}_r = (x, y, z)/r$; (b) esfera de radio 20 cm, ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 0,2^2$, donde x, y y z están en metros; (c) $F = 225$ N; (d.1) $W = -\Delta E_p = 25$ J; (d.2) $W = -\Delta E_p = 45$ J.

3. Dos cargas puntuales de igual valor, q, se encuentran dispuestas en los puntos de coordenadas $(a, 0)$ y $(-a, 0)$ (**a**) Calcular el potencial y el campo eléctrico generado por dichas cargas en un punto cualquiera de la parte positiva del eje y. (**b**) Aproximar las expresiones obtenidas en (a) para puntos del eje y muy lejanos del origen de coordenadas despreciando a^2 frente a y^2, y comprobar que se transforman en las correspondientes a una carga de valor $2q$ (carga total del sistema) situada en el origen de coordenadas.
Sol. (a) $V(0, y) = 2kq(a^2 + y^2)^{-1/2}$, $\vec{E}(0, y) = 2Kqy(a^2 + y^2)^{-3/2}\ \vec{j}$; (b) $V = k2q/y$ y $\vec{E} = k2q/y^2\ \ \vec{j}$, que corresponden al potencial y campo creados en la parte positiva del eje y por una carga puntual $2q$ situada en el origen de coordenadas.

4. Repetir los apartados (**a**) y (**b**) del problema anterior suponiendo que las cargas tienen distinto signo, es decir, una carga positiva q colocada en $(-a, 0)$ y otra negativa, $-q$, en $(a, 0)$. (**c**) Determinar el trabajo que debemos realizar para, manteniendo la carga positiva fija, alejar la negativa hasta puntos muy lejanos ($x \to +\infty$); ¿qué trabajo realiza la fuerza eléctrica atractiva ejercida por la carga fija durante este proceso?
Sol. (a) $V(0, y) = 0$, luego es equipotencial (el plano $x = 0$ es una superficie equipotencial) y $\vec{E}(0, y) = 2Kqa(a^2+y^2)^{-3/2}\vec{i}$; (b) $V = 0$ y $\vec{E} = k2qa/y^3\ \ \vec{i}$, en este caso el campo decae como la distancia al cubo (más rápido que la distancia al cuadrado) lo que es característico en un dipolo. (c) realizamos $W_{\text{externo}} = kq^2/2a$ y la fuerza eléctrica realiza $W_{\text{campo}} = -kq^2/2a$.

5. Un sistema está formado por dos cargas puntuales, $q_1 = +125$ μC y $q_2 = -64$ μC, situadas respectivamente en los puntos de coordenadas $(0, 3)$ m y $(0, 0)$ m. (**a**) Determinar el módulo de la fuerza con la que se atraen dichas cargas. (**b**) Obtener la fuerza, $\vec{F}$, que ejercen sobre una tercera carga $Q = +1$ μC situada en el punto $(4, 0)$ m. Realizar un dibujo de la fuerza ejercida por cada carga sobre Q y de la fuerza total resultante. (**c**) Si partiendo del reposo en el punto $(4, 0)$ se deja libre la carga Q, calcular el trabajo que realiza la fuerza total ejercida por q_1 y q_2 sobre Q así como la velocidad final que adquiere cuando alcanza el infinito (punto muy lejano de q_1 y q_2) si su masa es de 2 gramos.
Sol. (a) $F_{12} = F_{21} = 8$ N. (b) $\vec{F} = -27\,\vec{j}$ mN. (c) $W = 81$ mJ y $v = 9$ m/s.

Campos electrostáticos uniformes

6. Sea un campo electrostático uniforme $\vec{E} = -5\,\vec{\imath}$ kV/m. (**a**) Obtener el valor de la diferencia de potencial, $V_A - V_B$, entre un punto cualquiera (A) y el origen de coordenadas (B). A la vista del resultado obtenido, ¿cuáles serían pues las superficies equipotenciales? (**b**) ¿Cuánto caería el potencial si nos moviésemos una distancia de 3 m siguiendo una línea de campo?, ¿y si nos moviéramos la misma distancia pero formando un ángulo de 60º con las líneas de campo?
Sol. (a) $V_A - V_B = \vec{E} \cdot \vec{l}_{\text{AB}} = 5x$ kV (x en metros). Sólo depende de la coordenada x, luego los planos perpendiculares al eje x son superficies equipotenciales. (b) $-\Delta V = El\cos(0^{\text{o}}) = 15$ kV, y $-\Delta V = El\cos 60^{\text{o}} = 7,5$ kV.

7. Un electrón ($m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg y $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C) es lanzado con una velocidad de 2×10^6 m/s paralelamente a las línea de un campo eléctrico uniforme de 5000 V/m. Determine: (**a**) la distancia recorrida cuando su velocidad ha disminuido a $0,5 \times 10^6$m/s; (**b**) la variación de energía potencial que tiene lugar en ese recorrido.
Sol. (a) 2.13 mm; (b) $17{,}06 \times 10^{-19}$ J $=10,67$ eV.

8. Un electrón que viaja a una velocidad inicial de módulo $v_0 = 1$ Mm/s penetra perpendicularmente a un campo electrostático uniforme de 2 kV/m como se indica en la figura. Transcurrido 10 ns atraviesa la zona de campo. (**a**) Determinar la anchura de la zona de campo y cuánto se habrá desviado el electrón de la dirección inicial con la que penetró. (**b**) Calcular el incremento de la energía cinética del electrón que tiene lugar durante su paso por la zona de campo.
Sol. (a) 1 cm y 1,76 cm. (b) 35.16 eV.

Conductores y Condensadores

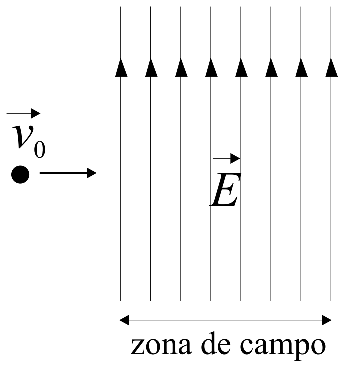
9. Sabiendo que el campo de ruptura del aire es de 3 MV/m, calcular la carga máxima que puede poseer una esfera metálica de radio 9 cm antes de que se produzca la ruptura dieléctrica del aire que la rodea y la consecuente corriente de descarga.
Sol.: El campo en la superficie de un conductor es $E = \sigma/\epsilon_0$. Por su geometría, en una esfera la densidad de carga será uniforme $\sigma = Q/S = Q/(4\pi R^2)$, y $E = Q/(\epsilon_0 4\pi R^2) = kQ/R^2$. Utilizando el valor E del campo de ruptura y $R = 9$ cm obtenemos $Q = 2{,}7$ μC.

10. Se construye un condensador plano de placas paralelas mediante dos chapas metálicas de 1 m^2 separadas 1 cm. Determinar: (**a**) la capacidad del condensador; (**b**) la constante dieléctrica relativa del material que debería colocarse entre las placas si se desea aumentar su capacidad para que sea de 10 nF; (**c**) la energía almacenada en cada caso (con y sin dieléctrico) si se fija un potencial de 100 V entre placas.
Sol.: (a) $C = 8,85 \times 10^{-10}$ F $\simeq 0,9$ nF; (b) $\varepsilon_r \simeq 11,3$; (c) $4,43$ μJ en vacío y 50 μJ con dieléctrico.

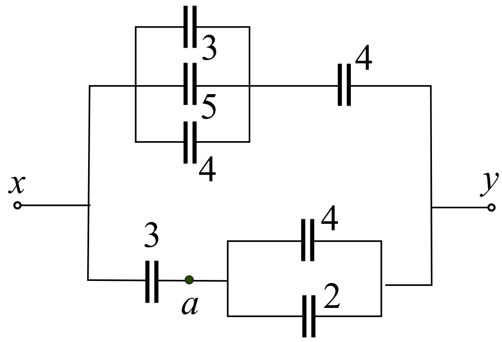
11. Se desea construir un condensador plano de 1 nF utilizando dos chapas metálicas de área 0,01 m^2. (**a**) Calcular la distancia que debe haber entre placas si están separadas por aire. ¿Cuál sería el voltaje máximo que podemos aplicar entre placas sin que haya ruptura dieléctrica, teniendo en cuenta que el campo eléctrico de ruptura en el aire es de 3MV/m? ¿Cuál sería, pues, la energía máxima que podría almacenar sin que se produzca ruptura dieléctrica? (**b**) Repetir los cálculos anteriores si en lugar de aire colocásemos entre placas como dieléctrico vidrio con una constante dieléctrica $5\varepsilon_0$ y siendo su campo de ruptura de 15 MV/m.
Sol.: (a) 88,5 μm; menor de 265,5 V y $35,2$ μJ. (b) 442 μm, menor de 6631 V y 22 mJ.

12. Las capacidades de los condensadores de la figura están expresadas en μF. (**a**) Determinar la capacidad equivalente entre los puntos x e y; (**b**) si la carga en la placa izquierda del condensador de 5 μF es de $+120$ μC, encontrar el valor de la diferencia de potencial entre los puntos x y a.
Sol.: (a) $C_{\text{eq}} = 5$ μF; (b) $V_{xa} = 64$ V.

Figuras Bol. Tema 1



Prob. 8



Prob. 12