

F.F.I. Boletín Tema 5**Generador de corriente alterna**

1. Un generador sencillo de corriente alterna consiste en una bobina girando en un campo magnético uniforme. La variación temporal del flujo que atraviesa a la bobina da lugar a la aparición de una fem inducida en la misma, de acuerdo con la ley de Faraday. En la figura se ha representado una bobina de N espiras circulares de radio R que gira a velocidad angular constante, ω (rad/s), en un campo magnétostático uniforme de módulo B perpendicular al eje de giro. Tomando como $t = 0$ el momento en el que la dirección normal a la bobina forma un ángulo δ con la dirección del campo (ángulo inicial), determinar: **(a)** el flujo, $\Phi(t)$, que atraviesa la bobina y la fuerza electromotriz inducida en la misma $\varepsilon(t)$; **(b)** el valor máximo y el valor eficaz de $\varepsilon(t)$ si la bobina tiene 200 vueltas de 1 cm de radio y gira a 50 revoluciones por segundo siendo el campo magnético 0,5 T.

Sol.: (a) $\Phi(t) = NB\pi R^2 \cos(\omega t + \delta)$ y $\varepsilon(t) = NB\pi R^2 \omega \sin(\omega t + \delta)$; (b) $\varepsilon_{\text{máx.}} \simeq 9,87$ y $\varepsilon_{\text{ef.}} \simeq 6,98$ V.

Fasores

2. Obtener los fasores asociados a las siguientes señales armónicas y expresarlos en forma binómica y módulo/argumento: $8 \cos(\omega t)$, $6 \cos(\omega t + \pi/3)$, $4 \cos(\omega t + 2\pi/3)$, $2 \cos(\omega t - 3\pi/4)$, $2 \cos(\omega t + \pi)$ y $8 \sin(\omega t + \pi/3)$.

Sol.: $8 = 8 \angle 0^\circ$, $3 + 3\sqrt{3}j = 6 \angle 60^\circ$, $-2 + 2\sqrt{3}j = 4 \angle 120^\circ$, $-\sqrt{2} - \sqrt{2}j = 2 \angle -135^\circ$, $-2 = 2 \angle 180^\circ$ y $4\sqrt{3} - 4j = 8 \angle -30^\circ$.

3. Encontrar las señales armónicas de frecuencia angular ω asociadas a los fasores siguientes: 2 , -7 , $-3j$, $(1 + j)$, $(-1 - j)$, $(\sqrt{3} + j)$ y $(2 - \sqrt{12}j)$.

Sol.: $2 \cos(\omega t)$, $7 \cos(\omega t + \pi)$, $3 \cos(\omega t - \pi/2)$, $\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/4)$, $\sqrt{2} \cos(\omega t - 3\pi/4)$, $2 \cos(\omega t + \pi/6)$ y $4 \cos(\omega t - \pi/3)$.

4. En un nudo de una red concurren cuatro ramas, como se indica en la figura. Las intensidades que recorren tres de ellas son: $I_1(t) = 2 \cos(\omega t)$ A, $I_2(t) = 4 \cos(\omega t + \pi/3)$ A e $I_3(t) = 8 \cos(\omega t + 2\pi/3)$ A. Partiendo de que $\sum I_i(t) = 0$, de acuerdo con la ley de Kirchhoff de los nudos, y utilizando la técnica de fasores, determinar la intensidad $I_4(t)$.

Sol.: $\tilde{I}_1 = 2$, $\tilde{I}_2 = (2 + 2\sqrt{3}j)$, $\tilde{I}_3 = (-4 + 4\sqrt{3}j)$ e $\tilde{I}_4 = -(\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 + \tilde{I}_3) = -6\sqrt{3}j$, luego $I_4(t) = 6\sqrt{3} \cos(\omega t - \pi/2)$ A.

Impedancia

5. Calcular la impedancia de una asociación que consiste en el paralelo de una bobina de 12 mH con un condensador de $250 \mu\text{F}$ si la frecuencia angular de trabajo es de 10^3 rad/s. Si se impone entre los extremos de la asociación una tensión eficaz $V_{\text{ef.}} = 36$ V, determinar la intensidad eficaz que atravesaría la asociación. Indicar también el valor de la frecuencia, f (Hz), de trabajo.

Sol.: $Z = (12j \parallel -4j) = -6j \Omega$; $I_{\text{ef.}} = V_{\text{ef.}}/|Z| = 36/6 = 6$ A; $f = \omega/(2\pi) = 159,15$ Hz.

6. Si entre los extremos de la asociación en serie de dos elementos la tensión es $V(t) = 4\sqrt{2} \cos(10^5 t + \pi/4)$ V, cuando la intensidad que circula vale $I(t) = 2 \cos(10^5 t)$ mA, determinar la impedancia de la asociación a la frecuencia de trabajo así como los valores de los dos elementos que constituyen la asociación.

Sol.: $Z = (2 + 2j) \text{ k}\Omega$, luego se trata de una resistencia $R = 2 \text{ k}\Omega$ en serie con una bobina tal que $j\omega L = 2j \text{ k}\Omega$ siendo $\omega = 10^5$ rad/s, por tanto, $L = 20 \text{ mH}$.

7. En la asociación en serie de una bobina de 10 mH y un condensador de $12,5 \mu\text{F}$ circula un corriente de valor eficaz 0,5 A. Sabiendo que la tensión eficaz que se mide en el condensador es de 10 V, encontrar la frecuencia de trabajo f (Hz) así como la tensión eficaz en la bobina y entre los extremos de la asociación completa. Comprobar que la tensión eficaz total no es la suma de las tensiones eficaces de los dos elementos y explicar por qué.

Sol.: $V_{C,ef.} = I_{ef.}/(\omega C)$, despejando $\omega = 4 \times 10^3$ rad/s y $f = 636,62$ Hz ; $V_{L,ef.} = \omega L I_{ef.} = 20V$; $V_{ef.} = |Z| I_{ef.} = |X_L - X_C| I_{ef.} = |40 - 20| 0,5 = 10 \text{ V} \neq 10 + 20 \text{ V}$. Dado que las tensiones instantáneas en los dos elementos *no* están en fase, la amplitud de la tensión suma (tensión total) *no* será la suma de las amplitudes de las tensiones en los elementos. Igual ocurre con los valores eficaces, que son proporcionales a las amplitudes de las señales.

8. Entre los extremos de una asociación en serie R-L por la que circula una corriente alterna de frecuencia 955 Hz se mide una tensión eficaz de 10 V. Sabiendo que la resistencia es de 80Ω y que la tensión eficaz en la misma es de 8 V: **(a)** obtener la potencia media consumida en la asociación, la tensión eficaz en la bobina y su autoinducción; **(b)** representar un diagrama de fasores para las tensiones tomando fase cero para la intensidad.

Sol.: 0,8 W, 6 V, $L = 9,99 \text{ mH} \sim 10 \text{ mH}$.

9. Por una asociación en paralelo de una resistencia $R = 80 \Omega$ y una bobina $L = 8 \text{ mH}$ circula una intensidad alterna de valor eficaz 250 mA. Sabiendo que la frecuencia angular de trabajo es 10^4 rad/s, determinar: **(a)** la tensión $V(t)$ del paralelo y las intensidades por cada elemento, $I_R(t)$ e $I_L(t)$ (tome fase cero en $V(t)$); **(b)** la potencia media consumida en la asociación.

Sol.: (a) $V(t) = 20 \cos(\omega t) \text{ V}$, $I_R(t) = 250 \cos(\omega t) \text{ mA}$, $I_L(t) = 250 \cos(\omega t - \pi/2) \text{ mA}$. (b) 2,5 W.

Análisis de circuitos

10. El circuito de la figura opera a una frecuencia angular $\omega = 10^4/3$ rad/s. **(a)** Aplicando las leyes Kirchhoff determinar las intensidades por las ramas. Representar los fasores intensidad en un diagrama. **(b)** Calcular la impedancia total vista desde los terminales y utilizarla para calcular la intensidad que circula con la misma, comparar con el resultado obtenido en el apartado anterior. **(c)** Obtener los valores de L y C .

Sol.: (a) $I_1(t) = 4 \cos(10^4 t/3) \text{ A}$, $I_2(t) = 2\sqrt{5} \cos(10^4 t/3 - 0,464) \text{ A}$, $I_3(t) = 2 \cos(10^4 t/3 + \pi/2) \text{ A}$. (b) $Z = 7,5 \Omega$, $I_1(t) = 4 \cos(10^4 t/3) \text{ A}$ coincide con el obtenido antes. (c) $L = 0,9 \text{ mH}$, $C = 20 \mu\text{F}$.

11. En el circuito de la figura se muestran las impedancias de los elementos a la frecuencia de trabajo de 1 kHz. **(a)** Usando las fórmulas de asociación de impedancias, calcular la impedancia equivalente de la asociación vista desde los terminales A-B de la fuente y, usando el resultado obtenido, determinar la intensidad, $I(t)$, que atraviesa la fuente. **(b)** Obtener los valores de la bobinas y los condensadores utilizados.

Sol.: (a) $Z = 12 + 12j \Omega$; $I(t) = \sqrt{2} \cos(2\pi \times 10^3 t - \pi/4) \text{ A}$; (b) 1,91 mH 0,796 mH, 13,26 μF y 5,31 μF .

12. Sabiendo que la frecuencia angular del circuito de la figura es 10^3 rad/s, determinar: **(a)** las intensidades por las ramas y representar los fasores intensidad en un diagrama; **(b)** las caídas de tensión $V_{AB}(t)$ y $V_{BC}(t)$; **(c)** la potencia promedio (activa) suministrada por la fuente y la consumida en la resistencia, verificando su igualdad.

Sol.: (a) $I_1(t) = \sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi/4) \text{ A}$, $I_2(t) = \sqrt{2} \cos(10^3 t + 3\pi/4) \text{ A}$ e $I_3(t) = 2\sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi/4) \text{ A}$; (b) $V_{AB}(t) = 4\sqrt{2} \cos(10^3 t + \pi/4) \text{ V}$, $V_{CB}(t) = 8 \cos(10^3 t) \text{ V}$; (c) Suministro $P_e = 8I_1 \cos(0 - \pi/4)/2 = 4 \text{ W}$ y consumo $P_R = 4I_1^2/2 = 4 \text{ W}$, siendo $I_1 = \sqrt{2}$.

13. El circuito de la figura opera a una frecuencia angular $\omega = 400$ rad/s. Determinar: **(a)** la impedancia Z_{ab} ; **(b)** la intensidad, $I(t)$, que atraviesa la fuente; **(c)** la potencia activa suministrada y la potencia media consumida (verificar el balance de las mismas); **(d)(*)** el elemento que debe conectarse entre los puntos *a* y *b* para que la intensidad y tensión en la fuente estén en fase. Determinar la nueva intensidad suministrada por la fuente así como la potencia suministrada por la fuente y consumida en la resistencia tras haber colocado el nuevo elemento, verificando que dichas potencias coinciden con las calculadas en el apartado anterior ¹.

Sol.: (a) $Z_{ab} = (5 + 5j) \Omega$; (b) $I(t) = 44 \cos(400t - \pi/4) \text{ A}$; (c) $P_{act.} = P_R = 4840 \text{ W}$; (d) Para que estén en fase la nueva

¹El proceso de colocar este elemento no varía la potencia suministrada (y consumida), pero hace que la nueva intensidad por la fuente esté en fase con la tensión de la misma y, como puede comprobarse en el problema, la amplitud de la nueva intensidad suministrada por la

Z total debe ser real (el nuevo circuito debe equivaler globalmente a una resistencia); como el nuevo elemento se conecta en *paralelo*, es más fácil imponer que $Z^{-1} = Z'^{-1} + (5 + 5j)^{-1}$ también debe ser real (donde Z' es la impedancia del nuevo elemento), así imponiendo que la parte imaginaria de Z^{-1} sea nula $\Rightarrow Z' = -10j$, luego es un condensador tal que $1/\omega C = 10 \Omega \Rightarrow C = 250 \mu\text{F}$. Tras colocar el nuevo condensador entre a y b , la nueva impedancia total es ahora $Z = 10 \Omega$. La nueva intensidad será $I(t) = 22\sqrt{2} \cos(400t)$, la potencia suministrada $P_{\text{act.}} = 220 \times 22 \cos(0^\circ) = 4840 \text{ W}$ y la consumida $P_R = 4840 \text{ W}$, ya que la intensidad por la resistencia no varía. Luego coinciden con las potencias del apartado anterior.

Resonancia en circuitos RLC serie y estudio de circuitos en función de la frecuencia

14. Un receptor de radio se sintoniza para detectar la señal emitida por una estación de radio. El circuito de sintonía –que puede esquematizarse como un circuito RLC serie– utiliza un condensador de $32,3 \text{ pF}$ y una bobina de $0,25 \text{ mH}$. Calcular la frecuencia de emisión de la estación de radio.

Sol.: $1,77 \text{ MHz}$.

15. Una bobina de $0,1 \text{ H}$ está conectada en serie con un condensador y una resistencia de 10Ω . El condensador se elige de forma que el circuito esté en resonancia al conectarlo a una fuente de alterna de 60 Hz . Determinar el valor de condensador así como las caídas de potencial en cada uno de los elementos cuando se conecte el circuito a una fuente de alterna cuya tensión máxima sea 100 V y que opere a la frecuencia de resonancia (nota: elegir fase 0° en la fuente).

Sol.: $C = 70,4 \mu\text{F}$; $V_R = 100 \cos(120\pi t)$, $V_C(t) = 120\pi \cos(120\pi t - \pi/2)$ y $V_L(t) = 120\pi \cos(120\pi t + \pi/2) = -V_C(t)$. Note que, como era de esperar, $V_L(t) = -V_C(t)$ en resonancia, esto es, $V_L(t) + V_C(t) = 0$, y la impedancia de la serie L-C será nula, quedando la impedancia total determinada por la resistencia.

16. (a) Sea un circuito serie RC conectado a una fuente de alterna. Suponiendo que mantenemos fija la amplitud de la fuente, $V_{\text{ef.}}$, y variamos sólo su frecuencia, obtener la expresión la tensión eficaz en el condensador en función de la frecuencia angular, $V_{C,\text{ef.}}(\omega)$, y representarla gráficamente. **(b)** Repetir el estudio anterior para un circuito serie RL.

Sol.: (a) $V_{C,\text{ef.}}(\omega) = V_{\text{ef.}}/\sqrt{1 + (RC\omega)^2}$. (b) $V_{L,\text{ef.}}(\omega) = V_{\text{ef.}}/\sqrt{1 + (R/(L\omega))^2}$.

fuerza es menor ($22\sqrt{2} \text{ A} < 44 \text{ A}$). Este hecho es tecnológicamente ventajoso en el caso de conectar algún dispositivo a la red eléctrica, ya que por una parte no se modifica la potencia suministrada al circuito y, por otra parte, al ser menor el módulo de la intensidad suministrada se disminuyen las pérdidas que tienen lugar en la resistencia de los cables de la compañía eléctrica que traen la corriente hasta el enchufe (recuérdese que las pérdidas óhmicas en las resistencias dependen del cuadrado de la amplitud de la intensidad).

Figuras Bol. Tema 5

