

## Datos básicos de la asignatura

---

<b>Titulación:</b>	Grado en Matemáticas
<b>Año plan de estudio:</b>	2009
<b>Curso implantación:</b>	2009-10
<b>Centro responsable:</b>	Facultad de Matemáticas
<b>Nombre asignatura:</b>	Variedades Diferenciables
<b>Código asignatura:</b>	1710046
<b>Tipología:</b>	OPTATIVA
<b>Curso:</b>	4
<b>Periodo impartición:</b>	Primer cuatrimestre
<b>Créditos ECTS:</b>	6
<b>Horas totales:</b>	150
<b>Área/s:</b>	Geometría y Topología
<b>Departamento/s:</b>	Geometría y Topología

## Coordinador de la asignatura

---

QUINTERO TOSCANO, ANTONIO RAFAEL

## Profesorado (puede sufrir modificaciones a lo largo del curso por necesidades organizativas del Departamento)

---

### Profesorado del grupo de actividad principal

QUINTERO TOSCANO, ANTONIO RAFAEL

## Objetivos y resultados del aprendizaje

---

### OBJETIVOS:

El objetivo fundamental de la asignatura Variedades Diferenciables es proporcionar al estudiante una formación avanzada en Geometría Diferencial como disciplina científica, orientada a la preparación para el ejercicio de actividades de carácter profesional, con capacidad para aplicar las destrezas adquiridas en distintos ámbitos, que incluyen tanto la docencia y la investigación, como sus aplicaciones.

De manera específica se pretende:

- Conocer la naturaleza, métodos y fines de la Geometría Diferencial, junto con cierta

perspectiva histórica de su desarrollo. En particular, conocer y manejar los conceptos fundamentales de la teoría de las variedades diferenciables.

- Desarrollar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de las variedades diferenciables.
- Capacitar para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.
- Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos geométricos.

RESULTADOS DEL PROCESO DE FORMACIÓN Y APRENDIZAJE QUE APARECEN EN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO UNIVERSITARIO OFICIAL DEL GRADO EN MATEMÁTICAS POR LA UNIVERSIDAD DE SEVILLA, V02, APROBADA POR CONSEJO DE GOBIERNO EL 23/03/2022

C02: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las Matemáticas.

HD02: Reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas de índole científica (principalmente).

HD03: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Ser capaz de enunciar proposiciones, construir demostraciones y transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

HD04: Ser capaz de asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y de utilizar este objeto en diferentes contextos.

HD05: Saber abstraer las propiedades estructurales de objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

HD06: Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y las restricciones de tiempo y recursos.

HD07: Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

HD10: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

HD12: Transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.

COM02: Empezar estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

## Contenidos o bloques temáticos

---

- \* Variedades diferenciables.
- \* Espacio tangente.
- \* Subvariedades.
- \* Campos y formas.

## Relación detallada y ordenación temporal de los contenidos

---

LECCIÓN 0.- Complementos de Topología general. (0 horas)

LECCIÓN 1.- Variedades diferenciables: Cartas, atlas, estructuras diferenciables. Ejemplos. (10 horas)

LECCIÓN 2.- Aplicaciones diferenciables entre variedades diferenciables. Funciones diferenciables. (8 horas)

LECCIÓN 3.- Espacio tangente a una variedad en un punto. Curvas diferenciables en una variedad. Espacio cotangente. (6 horas)

LECCIÓN 4.- Diferencial de una aplicación diferenciable. La codiferencial o diferencial dual. Inmersiones y sumersiones. Subvariedades. Teorema de la Función Inversa en Variedades. Equivalencia de subvariedades. Factorización de aplicaciones. Lema de Factorización. Teorema de la Función Implícita en variedades. (12 horas)

LECCIÓN 5.- Campos de vectores diferenciables en una variedad diferenciable. El producto corchete de campos. El Álgebra de Lie de los campos diferenciables. Campos f-relacionados. (10 horas)

LECCIÓN 6.- Campos de tensores diferenciables en una variedad diferenciable. Expresiones locales. Formas diferenciales. (6 horas)

Nota: En el cómputo aproximado de horas sólo se han tenido en cuenta las horas presenciales, no las que corresponden al trabajo personal del estudiante.

## Actividades formativas y horas lectivas

---

Actividad	Horas
B Clases Teórico/ Prácticas	60

## Idioma de impartición del grupo

---

ESPAÑOL

## Sistemas y criterios de evaluación y calificación

---

Del volumen de trabajo total del alumno en una asignatura, una gran parte corresponde al trabajo individual o en grupo que el alumno ha de realizar sin la presencia del profesor. En estas horas de trabajo se incluye la preparación de las clases, el estudio, ampliación y síntesis de información recibida, la resolución de ejercicios, la elaboración y redacción de trabajos, la escritura, verificación y comprobación de programas informáticos, la preparación y ensayo de exposiciones, la preparación de exámenes.

El rendimiento del alumno en la materia cursada depende, entre otros, de la combinación de dos factores: el esfuerzo realizado y la capacidad del propio alumno. La forma en que lo evaluamos condiciona el método de aprendizaje e influye en el aprendizaje mismo. El proceso de aprendizaje puede contribuir de forma decisiva a estimular al alumno a seguir el proceso y a involucrarse más en su propia formación. En este sentido, se puede contemplar un criterio general de evaluación para todas las asignaturas que cuente con dos instrumentos: la evaluación continua y el examen y/o prueba final. En cualquier caso, se ha de respetar lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla al respecto: "los sistemas de evaluación contemplarán la posibilidad de aprobar una asignatura por curso de manera previa a la prueba final, caso de que la hubiere".

La evaluación debe servir para verificar que el alumno ha asimilado los conocimientos básicos que se le han transmitido y adquirido las competencias generales del título. En este sentido, en el Grado en Matemáticas, el examen escrito es una herramienta eficaz. Pero la evaluación también debe ser el instrumento de comprobación de que el estudiante ha adquirido las competencias prácticas del título. Por ello, es recomendable que, además del examen escrito o como alternativa al mismo, se utilicen métodos de evaluación distintos (exposiciones orales preparadas de antemano, explicaciones cortas realizadas por los alumnos en clase, manejo práctico de bibliografía, trabajo en equipo, etc.) que permitan valorar si el alumno ha adquirido las competencias previstas.

En consecuencia, el criterio general deja la puerta abierta para que el profesor pueda desarrollar el esquema de evaluación continua que estime adecuado a los contenidos, a las competencias y los resultados del aprendizaje previstos. Dicho esquema deberá estar explicitado detalladamente en el proyecto docente y hecho público con antelación al inicio de la actividad docente. Dicho criterio general se explicita como sigue:

La evaluación constará de procedimientos que permitan la evaluación continua y un examen final. La evaluación continua se realizará a través de pruebas escritas, trabajos personales (individuales y/o grupales), participación en las actividades presenciales u otros medios explicitados en la programación previa de la asignatura. Los profesores fijarán en la guía docente anual el sistema de ponderación de cada una de las actividades contempladas en la misma, respetando lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla: "los sistemas de evaluación contemplarán la posibilidad de aprobar una asignatura por curso de manera previa a la prueba final, caso de que la hubiere".

En resumen, el sistema de evaluación podrá basarse en las siguientes técnicas:

¿ Exámenes de carácter teórico y/o práctico.

¿ Trabajos desarrollados durante el curso.

¿ Exposiciones de ejercicios, temas y trabajos.

¿ Pruebas escritas desarrolladas durante el curso.

## Metodología de enseñanza-aprendizaje

---

Clases teóricas

La clase teórica y/o práctica en la pizarra, no entendida exclusivamente como lección magistral, sino procurando una fuerte implicación del alumno en el desarrollo de la misma. En muchas ocasiones es útil complementar el uso simultáneo del video-proyector.

La resolución de problemas por parte del alumno, bien de forma individual o en grupo, que puede ser presentada por escrito o de forma oral ante la clase o grupo.

## Horarios del grupo del proyecto docente

---

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/horarios>

## Calendario de exámenes

---

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/examenes>

## Tribunales específicos de evaluación y apelación

---

Presidente: ANTONIO RAFAEL QUINTERO TOSCANO

Vocal: MANUEL ENRIQUE CARDENAS ESCUDERO

Secretario: MARIA TRINIDAD VILLAR LIÑAN

Suplente 1: ALFONSO CARRIAZO RUBIO

Suplente 2: DESAMPARADOS FERNANDEZ TERNERO

Suplente 3: PABLO SEBASTIAN ALEGRE RUEDA

## Sistemas y criterios de evaluación y calificación del grupo

---

### Criterio de calificación

Se efectuará un examen final en cada convocatoria que consistirá en la resolución de ejercicios teórico-prácticos, calificado sobre 10 puntos, siendo necesario alcanzar 5 puntos para aprobar la asignatura. No obstante, se facilitará a los alumnos la realización de pruebas de evaluación parcial o total no obligatorias, también consistentes en la resolución de ejercicios

teórico-prácticos que les permitan aprobar la asignatura sin necesidad de realizar el examen final. Todas las pruebas serán valorada sobre 10 puntos como el examen final.

## Bibliografía recomendada

---

### Bibliografía General

A Course in Differential Geometry

Autores: T. Aubin

Edición: 2001

Publicación: AMS

ISBN: 9788448142957

A First Course in Geometric Topology and Differential Geometry

Autores: E. D. Bloch

Edición: 1997

Publicación: Birkhäuser

ISBN: 9788448142957

An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry

Autores: W. M. Boothby

Edición: 1986

Publicación: Academic Press

ISBN: 9788448142957

Lectures on Differential Geometry

Autores: S. S. Chern, W. H. Chen, K. S. Lam

Edición: 2000

Publicación: World Scientific

ISBN: 9788448142957

Differential Forms and Applications

Autores: M. P. do Carmo

Edición: 1994

Publicación: Springer-Verlag

ISBN: 9788448142957

Analysis and Algebra on Differentiable Manifolds: A Workbook for Students and Teachers

Autores: P. M. Gadea,, J. Muñoz Masqué

Edición: 2001

Publicación: Kluwer Academic Publishers

ISBN: 9788448142957

Iniciación al Estudio de la Variedades Diferenciables

Autores: J. M. Gamboa, J. M. Ruiz



UNIVERSIDAD  
DE SEVILLA

**PROYECTO DOCENTE**  
**Variedades Diferenciables**  
**Variedades Diferencialbes (1)**  
**CURSO 2025-26**

Edición: 1999

Publicación: Ed. Sanz y Torres

ISBN: 9788448142957

Introduction to Smooth Manifolds

Autores: J. M. Lee

Edición: 2003

Publicación: Springer-Verlag

ISBN: 9788448142957

A Short Course in Differential Topology

Autores: B.I. Dundas

Edición: 2018

Publicación: Cambridge Univ. Press

ISBN: 9781108425797

Foundations on Differential Geometry

Autores: S. Kobayashi, K. Nomizu

Edición: 1973

Publicación: Interscience Pub.

ISBN: 9788448142957

From Calculus to Cohomology

Autores: I. Madsen, J. Tornehave

Edición: 1997

Publicación: Cambridge Univ. Press

ISBN: 9788448142957

An Introduction to Differential Manifolds

Autores: J. Lafontaine

Edición: 2015

Publicación: Springer-Verlag

ISBN: 9783319207346

Lectures on the Geometry of Manifolds

Autores: L. I. Nicolaescu

Edición: 1996

Publicación: World Scientific

ISBN: 9788448142957

Foundations of Differential Manifolds and Lie Groups

Autores: F. W. Warner

Edición: 1971

Publicación: Scott Foresman Comp.

ISBN: 9788448142957

**Información Adicional**

Página de la asignatura en la plataforma de Enseñanza Virtual de la Universidad de Sevilla.



UNIVERSIDAD  
DE SEVILLA

**PROYECTO DOCENTE**  
**Variedades Diferenciables**  
**Variedades Diferenciables (1)**  
**CURSO 2025-26**