Esta colección de ejercicios tiene como objetivo principal recordar, a través de la práctica, algunos conceptos básicos y propiedades elementales de frecuente utilización en la asignatura *Matemáticas Aplicadas a la Biología*. Se recomienda a los estudiantes, para un mejor aprovechamiento de la materia impartida, la realización de estos ejercicios durante los primeros días de clase. Los estudiantes que encuentren especiales dificultades en la realización de estos ejercicios deberían plantearse un serio repaso de las Matemáticas de Bachillerato.

Operaciones con expresiones fraccionarias.

En las siguientes expresiones, opera y simplifica todo lo posible:

1) $\dfrac{4}{1+x}+\dfrac{x}{1-x^2}+\dfrac{x+1}{x-1}$

2) $\left(\dfrac{1+x}{1-x}+\dfrac{1-x}{1+x}\right)\left(\dfrac{3}{4x}-\dfrac{x}{4}-x\right)$

3) $\left(x+\dfrac{x}{x-1}\right):\left(x-\dfrac{x}{x-1}\right)$

Resolución de ecuaciones de segundo grado

Resuelve las siguientes ecuaciones:

4) $4(2x-1)+15=6-2(-5+x)$

5) $2x-2(x-2)+3(x-1)=4(2x-2)$

6) $2(x-1)+x(x+1)=x^2-1$

7) $\dfrac{5x+4}{5x-4}+\dfrac{5x-4}{5x+4}=\dfrac{13}{6}$

8) $\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x-1}{x-2}=\dfrac{2x+1}{x+1}$

9) $\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x+2}{x-2}=1$

Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales y comprueba las soluciones (recuerda que, al elevar al cuadrado los dos miembros de una ecuación pueden aparecer soluciones «falsas»):

10) $x+3=\sqrt{15+x}$

11) $4\sqrt{x-2}=x+2$

12) $x-\sqrt{169-x^2}=17$

Ecuaciones logarítmicas y exponenciales

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

13) $3\ln x=\dfrac{3}{2}\ln(5x)-6$

14) $-\ln\left(\dfrac{x}{2}\right)+2\ln x=\ln 32$

15) $-\ln x+\ln(2-x)=0$

16) $3^{2x+2}-28\cdot 3^x+3=0$

17) $5^{2x}-6\cdot 5^x+5=0$

18) $9^x-2\cdot 3^x-3=0$

19) $12\left(1-e^{-\dfrac{x}{100}}\right)=1$

20) $70+200\,e^{-x/2}=80$

21) $200+50e^{-x/20}=230$

Obtén explícitamente la expresión de y en función de la variable t:

22) $-\ln(20+y)=3t-2$

23) $\ln(2-3y)=1+t^2$

24) $\dfrac{1}{3}\ln(1-y)=\ln t$

25) $\ln\left(\dfrac{y}{1-3y}\right)=t+2$

26) $\dfrac{1}{3}\ln\left(\dfrac{y}{3-2y}\right)=2t-1$

27) $2\ln\left(\dfrac{y+2}{y}\right)=1-t$

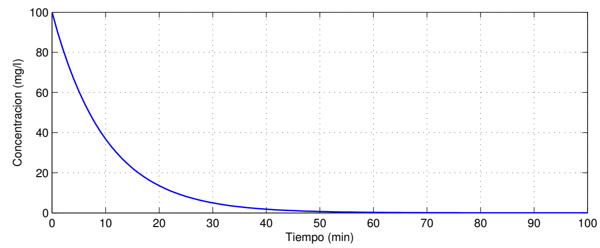
28) $\dfrac{12t}{1-e^{-\dfrac{y}{100}}}=1$

29) $20t+15e^y=30$

30) $\dfrac{t}{1-e^{-\frac{3y}{125}}}=\dfrac{1}{2}$

Interpretación de gráficas

31) Se sabe que la concentración en sangre de un cierto tipo de anestesia viene dada por la gráfica siguiente:



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

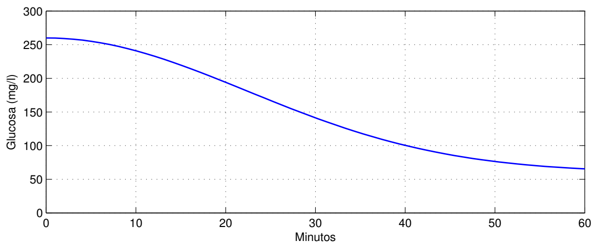
b) ¿Cuál es la dosis inicial?

c) ¿Qué concentración hay aproximadamente al cabo de 10 minutos? ¿Y al cabo de una hora?

d) A medida que pasa el tiempo, ¿la concentración en sangre de la anestesia aumenta o disminuye?

e) Si la concentración aceptable para operar al paciente debe estar por encima de 15 mg/l ¿de cuánto tiempo se dispone para la operación?

32) Una embarazada se hace la curva de azúcar en el cuarto mes de gestación. La concentración de glucosa en sangre viene dada por la gráfica siguiente:



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

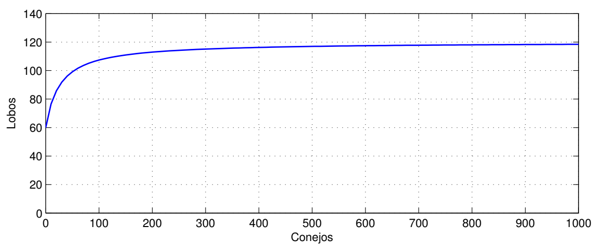
b) ¿Cuál es la concentración inicial?

c) ¿Qué concentración hay aproximadamente al cabo de 15 minutos? ¿Y al cabo de una hora?

d) A medida que pasa el tiempo, ¿la concentración aumenta o disminuye?

e) Se considera que debe aplicarse tratamiento si su concentración de glucosa está por encima de 120 mg/l al cabo de cuarenta minutos ¿se le debe aplicar el tratamiento a esta embarazada?

33) La cantidad de lobos en un monte de la Sierra de Gredos sigue la siguiente gráfica en función del número de conejos



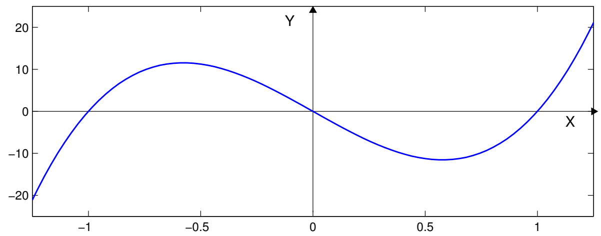
a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) ¿Para qué número de conejos se alcanza el mínimo?

c) ¿Hay peligro de que la especie desaparezca?

d) ¿A qué cantidad de lobos tiende la población cuando hay muchos conejos?

34) La gráfica de una función viene dada por



a) ¿Cuántas soluciones tiene $f(x) = 0$ y cuáles son?

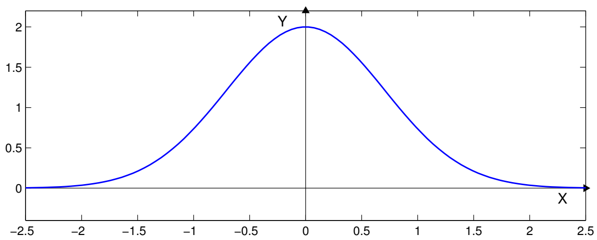
b) ¿Dónde es la función positiva y dónde negativa?

c) ¿Hay máximo y mínimo? ¿Son absolutos?

d) ¿Dónde crece y dónde decrece la función?

e) ¿Tiene solución la ecuación f(x)=8?

35) La gráfica de una función viene dada por



a) ¿Cuántas soluciones tiene $f(x) = 0$ y cuáles son?

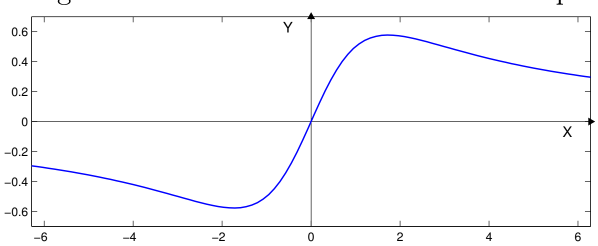
b) ¿Dónde es la función positiva y dónde negativa?

c) ¿Hay máximo y mínimo? ¿Son absolutos?

d) ¿Dónde crece y dónde decrece la función?

e) ¿Tiene solución la ecuación f(x)=20?

36) La gráfica de una función viene dada por



a) ¿Cuántas soluciones tiene $f(x) = 0$ y cuáles son?

b) ¿Dónde es la función positiva y dónde negativa?

c) ¿Hay máximo y mínimo? ¿Son absolutos?

d) ¿Dónde crece y dónde decrece la función?

e) ¿Tiene solución la ecuación f(x)=-2?

37) Construye una gráfica que represente la evolución del caudal de un río durante un año, según los siguientes datos:

Al comienzo de enero el caudal era de $40\,\mathrm{hm}^3$ y fue aumentando hasta mediados del mes de abril, en que era de $60\,\mathrm{hm}^3$, el máximo del año. A partir de este momento, el caudal fue disminuyendo hasta que a final de agosto alcanzó su mínimo, $10\,\mathrm{hm}^3$. Desde ese momento hasta finales de año, el caudal fue aumentando, volviendo a ser, aproximadamente, el mismo que cuando comenzó el año.

38) Construye una gráfica que describa la audiencia de una determinada cadena de televisión durante un día, sabiendo que:

A las 0 horas había aproximadamente 0.5 millones de espectadores. Este número se mantuvo prácticamente igual hasta las 6 de la mañana. A las 7 de la mañana alcanzó la cifra de 1.5 millones de espectadores. La audiencia descendió de nuevo hasta que a las 13 horas había 1 millón de espectadores. Fue aumentando hasta las 21 horas, momento en el que alcanzó el máximo: 6.5 millones de espectadores. A partir de ese momento, la audiencia fue descendiendo hasta las 0 horas, que vuelve a haber, aproximadamente, 0.5 millones de espectadores.

Dominios de definición

Determina el dominio de definición de las funciones siguientes:

39) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

40) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x-1)}}{x-2}$

41) $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

42) $f(x) = \dfrac{1}{e^x - 1}$

43) $f(x) = \dfrac{x-2}{(2^x-4)\sqrt{x}}$

44) $f(x) = e^{\sqrt{1-x^2}}$

45) $f(x) = \ln(x(2-x)(x+3))$

46) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(x-1)}$

47) $f(x) = \dfrac{2}{\ln(x^2) - 3\ln x + 1}$

Asíntotas

Estudia las asíntotas de las siguientes funciones:

48) $y = \dfrac{1}{x^2-1}$

49) $y = \dfrac{2x^2-8}{x^2-16}$

50) $y = \dfrac{2x}{2-x^2}$

51) $y = \dfrac{x^3}{1-x^2}$

52) $y = \dfrac{x^3}{2x^2-8}$

53) $y = \dfrac{3x^2-x+4}{2(x-1)}$

Cálculo diferencial

Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

54) $f(x) = \sqrt{3-x^2}$

55) $f(x) = \ln(x^2-x+1)$

56) $f(x) = e^{-x^2+3}$

57) $f(x) = \sqrt{\cos^3(x^2)}$

58) $f(x) = \sqrt{1-\cos(x^3)}$

59) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{sen}^2(5x)}$

60) $f(x) = e^{\operatorname{sen}(x^2)}$

61) $f(x) = e^{\frac{1+x}{1-x}}$

62) $f(x) = e^{\sqrt{1-x^2}}$

63) $f(x) = 2^x(x^2+x)$

64) $f(x) = \cos\left(2^{x+1}\right)$