

COMPLEMENTOS DE MODELIZACIÓN Y OPTIMIZACIÓN NUMÉRICA

Trabajo 1

Curso 2015/16

1. Se considera el problema estacionario

$$\begin{cases} -D\Delta u + B \cdot \nabla u + cu = f(x), & x \in \Omega, \\ D \frac{\partial u}{\partial n} + au = h(x), & x \in \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

donde

$$\Omega = (0, 5) \times (0, 10), \quad D = 0.1, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = 1,$$

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{en } B((4, 8); 0.5) \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \quad a = 2, \quad h(x) \equiv 2.$$

Hallar la formulación débil. Aproximar el problema en el sentido de los elementos finitos P_1 -Lagrange. Justificar la existencia y unicidad de solución.

2. * Probar un resultado de convergencia.
3. Escribir un programa **FreeFem** que resuelva este problema. Deberán utilizarse triangulaciones con al menos 1000 nodos.
4. Se considera también el problema de evolución análogo

$$\begin{cases} u_t - D\Delta u + B \cdot \nabla u + cu = f(x), & (x, t) \in \Omega \times (0, T), \\ D \frac{\partial u}{\partial n} + au = h(x), & (x, t) \in \partial\Omega \times (0, T), \\ u(x, 0) = u_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

donde $T = 5$ y

$$u_0(x) \equiv 10 \exp\left(-\frac{|x - x_0|^2}{\sigma}\right), \quad x_0 = (1, 2), \quad \sigma = 0.05.$$

Determinar la formulación débil. Aproximar el problema en tiempo (esquema de Gear con paso constante) y después en espacio (de nuevo elementos finitos P_1 -Lagrange).

5. Escribir un programa **FreeFem** que resuelva el problema aproximado. Las triangulaciones deberán contener de nuevo, al menos, 1000 nodos. El número de pasos de tiempo deberá ser ≥ 50 .
6. * Analizar el comportamiento de la solución $u(\cdot, t)$ cuando $t \rightarrow +\infty$.

FECHA LÍMITE DE ENTREGA: 22/04/2016