

1. Calcular las siguientes integrales:

$$a) \int (3x^{-5} + 7x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{3}}) dx \quad b) \int x^{\frac{1}{5}}(3 + 5\sqrt{x})^2 dx \quad c) \int \left(x^2 + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right) dx$$

2. Calcular las siguientes integrales mediante cambio de variable:

$$a) \int \operatorname{tg} x dx \quad c) \int \frac{dx}{5x + 3} \quad e) \int \frac{x}{x^2 + 7} dx$$

$$b) \int \frac{4x}{2x^2 - 1} dx \quad d) \int \frac{x^5}{3 + x^6} dx \quad f) \int 5x^2 e^{x^3} dx$$

3. Calcular las siguientes integrales mediante un cambio de variable:

$$a) \int \frac{\log^4 x}{x} dx \quad b) \int \sqrt{x+1} dx \quad c) \int 3x \sqrt[3]{1-2x^2} dx \quad d) \int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x}} dx$$

4. Calcular las siguientes integrales:

$$a) \int \frac{6 dx}{3x^2 + a} \text{ con } a \neq 0 \quad b) \int \frac{2^x}{\sqrt{1-2^{2x}}} dx \quad c) \int \frac{7}{5x^2 + 3} dx$$

5. Obtener las primitivas de las siguientes funciones racionales:

$$a) \int \frac{x^3 - 3x - 1}{x^3 - 3x + 2} dx \quad c) \int \frac{dx}{2 - x^2} \quad e) \int \frac{9}{2x^2 - 8} dx$$

$$b) \int \frac{7x}{(4+x)^2} dx \quad d) \int \frac{3x^2 + 7}{x^2 + 1} dx \quad f) \int \frac{x^2 + 1}{x^4 - x^2} dx$$

6. Obtener las primitivas de las siguientes funciones aplicando el método de integración por partes:

$$a) \int e^{2x} \cos x dx \quad c) \int x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x dx \quad e) \int x^2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x dx \quad g) \int e^{4x} \cos(5x) dx$$

$$b) \int x^2 \log x dx \quad d) \int x \cos(6x) dx \quad f) \int e^{-x}(x^2 - 5) dx$$

7. Calcular las siguientes primitivas usando un cambio de variable adecuado:

$$a) \int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx \quad c) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx \quad e) \int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx \quad g) \int \frac{1}{x\sqrt{1 - \log x}} dx$$

$$b) \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1-3x)} \quad d) \int \frac{\log(3x)}{x \log(6x)} dx \quad f) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx \quad h) \int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}} dx$$

8. Hallar el área de las siguientes figuras planas:

- La superficie limitada por la parábola $y^2 = 9x$ y la recta $y = 3x - 6$.
- La superficie encerrada por la curva $y = x^5$, el eje OX y las abscisas $x = -a$ y $x = a$, donde $a > 0$.
- La comprendida entre las curvas $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = x^2$ y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$.
- La comprendida entre las curvas $y = 2^x$, $y = 2^{-x}$ y la recta $x = 1$.

9. Dada la función

$$f(x) = \frac{6x^2 - x + 7}{2x + 1}.$$

Calcular el área de la región del primer cuadrante limitada por la curva $y = f(x)$, su asíntota oblicua $y = 3x - 2$ y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 3$.

10. Dada la función $f(x) = \log x$. Calcular el área de la región del primer cuadrante limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y las rectas verticales $x = 1$ y $x = e$.
11. Dada las parábolas $f(x) = x^2$ y $f(x) = 5 - (x - 1)^2$. Hallar el área comprendida entre ambas funciones.
12. Calcular la longitud del arco de curva de la función (catenaria)

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

entre $x = 0$ y $x = 1$. Calcular también la superficie y el volumen del sólido de revolución engendrado al girar el trozo de curva alrededor del eje OX .

13. Calcular el perímetro de la circunferencia de radio $r > 0$,

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Calcular también la superficie y el volumen de la esfera obtenida al girar la semi-circunferencia positiva alrededor del eje OX .

14. Calcular el volumen del sólido de revolución obtenido al girar la hipérbola

$$y = \frac{1}{x}$$

alrededor del eje OX entre los puntos $x = 1$ y $x = 5$.