Ecuaciones diferenciales ordinarias.

1. Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias de variables separables:

   a) $y' + y\cos t = 0$
   b) $yy' + (1 + y^2)\,\mathrm{sen}\, t = 0$
   c) $y' = 3y - y^2$
   d) $y' = \dfrac{2}{e^{3t}}$
   e) $y^2y' + (1 + y^3)\cos t = 0$
   f) $(2 + t^2)y' = ty$
   g) $3^{-y}(1 + y') = 1$
   h) $y' = 5^{t+y}$
   i) $(1 + e^t)yy' = e^t$

2. Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $y' - y = 0$
   b) $y' = y - 2y^2$
   c) $y' = ty$
   d) $y' - 3ty = 0$
   e) $y' = -\dfrac{y}{t}$
   f) $y' = 3y - 2y^2$
   g) $y' + \dfrac{3t}{t^2 + 1}y = 0$
   h) $y' - 3y = 0$

3. Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $y' - y = 2t$
   b) $y' = ty + 3t$
   c) $y' = y + \cos t$
   d) $y' = ty + \mathrm{sen}\, t$
   e) $y' - 3ty = t$
   f) $y' = -\dfrac{y}{t} + t$
   g) $y' + \dfrac{3t}{t^2 + 1}y = \dfrac{6t}{t^2 + 1}$
   h) $y' - 3y = e^{2t}$
   i) $y' + \dfrac{y}{t} = \cos t$
   j) $y' = 2 - 3y$

4. La ley de enfriamiento de Newton afirma que el ritmo de cambio de la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y el medio que lo rodea. Si una cámara frigorífica se mantiene a temperatura constante de 35°F y un objeto que estaba a 70°F pasa a 50°F en 30 minutos, ¿qué tiempo se necesita para que el objeto adquiera una temperatura de 40°F?

5. Una noche de verano con una temperatura de 20°C miembros del Seprona encuentran el cadáver de un lince, aparentemente atropellado, cuya temperatura es de 35°C. Si al cabo de una hora su temperatura ha descendido a 34°C, y suponiendo que en el momento de la muerte la temperatura del cuerpo era de 36°C, ¿a qué hora se produjo atropello?

6. Se sabe que una determinada población de bacterias (medida en millones) sigue el modelo de crecimiento de Verhulst. Si denotamos por $V(t)$ el número de bacterias en el instante de tiempo t, el modelo satisface la siguiente ecuación diferencial $V'(t) = 3V(t) - V^2(t)$, con $t \geq 0$.

   a) Calcular el número de bacterias en cada instante, sabiendo que $V(0) = 2$.
   b) ¿Qué número de bacterias se espera que haya cuando $t \to \infty$?

7. Un vino que está a 8°C se saca de una bodega y se deja reposar en un cuarto con temperatura ambiente 23°C.

   a) Sabiendo que la ley de enfriamiento de Newton es
   $$T'(t) = k(m - T(t)),$$
   donde $T(t)$ es la temperatura del vino en el instante t, m es la temperatura ambiente y k es una constante, expresar la temperatura del vino en función del tiempo y k.
   b) Si transcurridos 10 minutos el vino alcanzó los 15°C, ¿en qué momento la temperatura del vino llega a 18°C?

8. Se considera la ecuación diferencial
   $$y' = -ty + t^3$$
   Se pide:

   a) Hallar la función $y(t)$ que verifica la ecuación diferencial anterior con condición inicial $y(0) = 2$.
   b) Calcular $\lim_{t\to\infty} y(t)$.