1. Efectuar las siguientes sumas de números complejos:

   a) $(7+i)-4$
   b) $(4-2i)+(9+4i)$
   c) $(6-4i)+(2+5i)$
   d) $i-(3-i)$
   e) $(1+i)-(1-i)$

2. Efectuar los siguientes productos de números complejos:

   a) $3(5+3i)$
   b) $(6-i)(6+i)$
   c) $(-4-3i)(4+2i)$
   d) $i(2-5i)$
   e) $(1+3i)(-1-i)$
   f) $(\sqrt{2}+2i)(-2+i\sqrt{2})$

3. Calcular los siguientes cocientes de números complejos:

   a) $\dfrac{20+30i}{1+3i}$
   b) $\dfrac{2+5i}{1+i}$
   c) $\dfrac{-4+5i}{4-3i}$
   d) $\dfrac{3-2i}{i}$
   e) $\dfrac{1}{i}$
   f) $\dfrac{i}{2-6i}$
   g) $\dfrac{\sqrt{2}+2i}{-2+i\sqrt{2}}$
   h) $\dfrac{-3+i}{-2+i}$
   i) $\dfrac{2-i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{2}}$

4. Calcular las potencias de los números complejos:

   a) $(1+i)^5$
   b) $(2+2\sqrt{3}i)^2$
   c) $(1+i)^{20}$
   d) $(-2+2\sqrt{5}\,i)^6$
   e) $\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}i\right)^3$
   f) $\dfrac{i^7-i^{-7}}{2i}$
   g) $\dfrac{1}{i^3}$

5. Calcular el módulo y el argumento principal de los siguientes números complejos:

   a) $1+i$
   b) $-2+i$
   c) $-1-i$
   d) $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
   e) $-2-3i$
   f) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
   g) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
   h) $2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$
   i) $-\dfrac{1}{2}$

6. Escribir de todas las formas posibles los siguientes números complejos:

   a) $4+4\sqrt{5}i$ *b*) i *c*) 6_{225° *d*) $-5-9i$ *e*) $2-\sqrt{3}i$ *f*) $-3+4i$

7. Calcular el producto de los siguientes números complejos en forma polar:

   a) $5_{\frac{\pi}{8}}\cdot 22_{\frac{\pi}{16}}$ *b*) $8_{-52^\circ}\cdot 1_{33^\circ}$ *c*) $1_{\frac{\pi}{2}}\cdot 1_{\frac{\pi}{4}}$ *d*) $4_{125^\circ}\cdot 5_{\frac{\pi}{6}}$ *e*) $3_{2^\circ}\cdot 7_{5^\circ}$

8. Efectuar el cociente de los siguientes números complejos en forma polar:

   a) $2_{0^\circ}:1_{1^\circ}$ *b*) $4_{-\frac{\pi}{2}}:2_{\frac{\pi}{6}}$ *c*) $10_{\frac{\pi}{2}}:7_{\frac{\pi}{6}}$ *d*) $9_{15^\circ}:18_{30^\circ}$ *e*) $9_{12^\circ}:3_{7^\circ}$

9. Escribir las operaciones y resultados de los dos ejercicios anteriores en forma fasorial.

10. Calcular las potencias de los siguientes números complejos en forma polar:

    a) $(3_{13^\circ})^3$ *b*) $(1_{7^\circ})^7$ *c*) $(\frac{3}{2}_{-\frac{\pi}{6}})^2$ *d*) $(4_{\frac{\pi}{5}})^4$ *e*) $(5_{0^\circ})^3$

11. Calcular las raíces de los siguientes números complejos:

    a) $\sqrt[4]{1+i}$
    b) $\sqrt{-36}$
    c) $\sqrt[3]{-27}$
    d) $\sqrt[6]{729i}$
    e) $\sqrt[4]{16(\cos(180^\circ)+\sin(180^\circ)i)}$

12. Hallar todas las soluciones reales e imaginarias de las siguientes ecuaciones:

a) $z^8 - 1 = 0$
b) $2z^2 - 6z + 9 = 0$
c) $z^3 + 1 = 0$
d) $z^6 - 9z^3 + 8 = 0$
e) $z^3 - 3z^2 + 9z - 27 = 0$

13. *a*) Determinar x para que el producto $(2-3i)(5+xi)$ sea un número real.
b) Determinar x para que el producto $(2-3i)(5+xi)$ sea un número imaginario puro.
c) Dados los números complejos $3 - mi$ y $2 - ni$, hallar los valores de m y n para que el producto de ellos sea igual a $5 - 5i$.
d) Hallar x para que el cociente $\dfrac{x+3i}{3+2i}$ sea un número imaginario puro.
e) Determinar un número complejo cuyo cuadrado sea igual a su conjugado.
f) Comprobar que los números complejos $3 - i$ y $3 + i$ verifican la ecuación $x^2 - 6x + 10 = 0$.
g) Calcular el producto de $-1 + 2i$ por su conjugado y comprobar que su producto es igual al cuadrado del módulo de dicho número.
h) Cómo debe ser un número complejo para que su cuadrado sea un número imaginario puro.
i) Cómo debe ser un número complejo para que su cuadrado sea un número real positivo.
j) Cómo debe ser un número complejo para que su cuadrado sea un número real negativo.

14. Con ayuda de las fórmulas que relacionan la suma o diferencia entre dos ángulos, calcular las siguientes razones trigonométricas:

a) $\cos(\frac{5\pi}{12})$
b) $\cos(\frac{\pi}{12}) = \cos(15°)$
c) $\operatorname{sen}(\frac{7\pi}{12})$

15. Demostrar que cualesquiera que sean los ángulos a, b y c, se verifica:

a) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} + a\right) - \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - a\right) = 2\operatorname{tg}(2a)$
b) $\operatorname{sen} a \operatorname{sen}(b-c) + \operatorname{sen} b \operatorname{sen}(c-a) + \operatorname{sen} c \operatorname{sen}(a-b) = 0$
c) $\cos^2\left(\dfrac{5\pi}{2} - x\right) + \operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = 1$
d) $\operatorname{sen}(3a) = \operatorname{sen} a \left(3\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a\right)$
e) $\dfrac{2\operatorname{sen} a}{\operatorname{tg}(2a)} = \cos a - \dfrac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a}$
f) $\dfrac{\operatorname{sen}(4a) + \operatorname{sen}(2a)}{\cos(4a) + \cos(2a)} = \operatorname{tg}(3a)$

16. Transformar en producto las siguientes expresiones:

a) $\operatorname{sen}(20°) + \operatorname{sen}(40°)$
b) $\cos(46°) + \cos(44°)$
c) $\cos(36°) - \cos(14°)$
d) $\operatorname{sen}(52°) - \cos(8°)$
e) $\operatorname{sen}(48°) - \operatorname{sen}(15°)$
f) $\operatorname{sen}(26°) + \cos(64°)$

17. Transformar en suma los siguientes productos:

a) $\operatorname{sen}(22°) \cdot \operatorname{sen}(28°)$
b) $\operatorname{sen}(34°) \cdot \cos(26°)$
c) $\cos(54°) \cdot \cos(36°)$
d) $\operatorname{sen}(3a) \cdot \operatorname{sen}(5a)$
e) $\cos(4a) \cdot \operatorname{sen}(2a)$
f) $\cos(6a) \cdot \cos(2a)$

18. Un lado de un triángulo rectángulo es a y su ángulo opuesto vale 30°. Hallar a sabiendo que el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo es 3.

19. El ángulo de elevación de una montaña desde un punto A es de $\pi/6$. Si avanzamos 100 metros hacia la montaña, el ángulo aumenta hasta $\pi/4$. ¿Cuál es la altura de la montaña?

20. Dos individuos situados a 4 kilómetros uno de otro (en horizontal) observan un globo que está alzado en un punto intermedio entre ambos. Respecto de uno de ellos, el ángulo de elevación del globo es de $\pi/4$, y respecto del otro $\pi/3$. Hallar la altura del globo y la distancia del globo a cada uno de ellos (en línea recta).

21. Dos fuerzas de $10N$ y $20N$ han dado como resultante un vector de módulo $10\sqrt{7}N$. ¿Qué ángulo forman dichas fuerzas?