1. La temperatura de congelación del agua es 0°C o 32°F, mientras que la temperatura de ebullición es 100°C o 212°F. Utiliza esta información para determinar una relación lineal entre la temperatura en °F y la temperatura en °C. ¿Qué incremento de temperatura en °F corresponde con un incremento de temperatura de 1°C?

2. Las ballenas azules recién nacidas miden aproximadamente 73dm de largo y pesan 3 toneladas. A los 7 meses, cuando se destetan, las ballenas jóvenes tienen una sorprendente longitud de 162dm y un peso de 23 toneladas. Sea L la longitud (en dm) y W el peso (en toneladas) de una ballena de t meses de edad. Suponiendo que L y W están relacionas con t linealmente, ¿cuál es el incremento diario en longitud y peso? (1 mes= 30 días)

3. La ley de Charles para los gases afirma que si la presión permanece constante entonces la relación entre el volumen V (en cm^3) ocupado por un gas y su temperatura T (en °C) está dada por
$$V = V_0\left(1+\frac{1}{273}T\right).$$
   (a) ¿Cuál es el significado de V_0?
   (b) ¿Cuánto se tiene que incrementar la temperatura para incrementar el volumen de V_0 a $2V_0$?

4. Los productos farmacéuticos deben especificar las dosis recomendadas para adultos y para niños. Dos de las fórmulas que se han sugerido para obtener las dosis para niños a partir de las de adultos son las siguientes:
$$\text{Regla de Cowling: } y = \frac{t+1}{24}a \qquad \text{Regla de Friend: } y = \frac{2}{25}ta$$
donde a denota la dosis para adultos (en miligramos, mg) y t indica la edad del niño (en años). Suponiendo que para un determinado medicamento $a = 100$, representa gráficamente las dos reglas lineales en un mismo sistema coordenado para $t \in [0, 12]$. ¿Para qué edad las dos fórmulas especifican la misma dosis?

5. Supongamos que el número de semillas que produce una planta es proporcional a su biomasa no enterrada. Obtén una ecuación que relacione ambas cantidades si una planta que pesa 217 g. tiene 17 semillas.

6. Un incendio comienza en un campo abierto y seco, y se extiende en forma de círculo. El radio de tal círculo aumenta a razón de 6m/min. Expresa el área con fuego como una función del tiempo t.

7. Un cable de 30m de largo y 10cm de diámetro está sumergido en el mar. Debido a la corrosión el área de la superficie del cable disminuye a razón de 4685cm^2 por año. Expresa el diámetro del cable como una función del tiempo (desprecia la corrosión en los extremos del cable).

8. Dibuja en el mismo sistema de coordenadas las siguientes funciones:
   (a) $y = e^x,\ y = e^{-x},\ y = e^{2x}$ (b) $y = \ln(x),\ y = \ln(x-1)$ (c) $y = x^{-1},\ y = x,\ y = x^2,\ y = x^{1/2}$.

9. Determina el dominio de definición de las funciones cuya expresión se indica:
   (a) $f(x) = \sqrt{x-2}$ (b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ (c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{(1+3x)(x-1)}$
   (d) $f(x) = \sqrt{x^2+x-2}$ (e) $f(x) = \sqrt{e^x-1}$ (f) $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$
   (g) $f(x) = \ln|x|$ (h) $f(x) = \ln(x(2-x)(x+3))$

10. Dadas las funciones f y g, halla $f \circ g$, $g \circ f$ en cada uno de los casos:
(a) $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$, $\quad g(x) = \dfrac{1}{x}$ $\qquad$ (b) $f(x) = 1 - x$, $\quad g(x) = x^2 + 2x$.

11. Halla la inversa de las siguientes funciones:

$$\text{(a) } f(x) = \frac{3}{4+x} \qquad \text{(b) } f(x) = e^x \qquad \text{(c) } f(x) = \ln(2x)$$

12. Estudia la existencia de los siguientes límites y calcularlos cuando existan:
(a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ $\quad$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x}{x-1}$ $\quad$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x^2+x}$ $\quad$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$
(e) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$ $\quad$ (f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} e^{\frac{|x|}{x}}$ $\quad$ (g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{e^x}{2e^x+4}$ $\quad$ (h) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2}{|x-1|}$
(i) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ $\quad$ (j) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{x^2}$

13. Estudia los puntos de continuidad y las discontinuidades de las funciones:

$$\text{(a) } f(x) = \begin{cases} \ln(x+1) & \text{si } x \geq 0 \\ 2e^{-x^2} - 1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \qquad \text{(b) } f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \\ (x+1)^2 & \text{si } x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

14. Supongamos que el número de bacterias en una placa de Petri viene dada por

$$B(t) = 10000e^{0.1t}$$

donde t mide el número de horas.

(a) ¿Cuántas bacterias hay en $t = 0, 1$ y 3?
(b) Obtén el instante t en el que el número de bacterias alcanza el valor de 100000
(c) ¿Qué ocurre con el número de bacterias cuando pasa mucho tiempo?

15. Idem con

$$B(t) = 40 \cdot 2^t,\ 250000e^{-2t}$$

16. Un meteorólogo encuentra que la temperatura T (en °F) durante un frío día de invierno estuvo dada por

$$T = 0.05t(t-12)(t-24),$$

donde t es el tiempo (en horas) y $t = 0$ corresponde a las 6 a.m.

(a) Determina cuándo la temperatura T estuvo por debajo de 0°.
(b) Demuestra que la temperatura fue de 32°F en algún momento entre las 12 a.m. y la 1 p.m.

17. Prueba que las siguientes ecuaciones tienen al menos una raíz real:
(a) $x - \operatorname{sen} x = 1$, $\quad$ (b) $x + e^x + 1 = 15$, $\quad$ (c) $e^x + \operatorname{sen} x = 0$,
(d) $x\ \ln(x+1) - 2 = x - 2x^2$ $\quad$ (e) $e^x + 2x = 1$ $\quad$ (f) $x - 2^{-x} = 0$.