1. Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias:

   (a) $y' = \text{sen}x$ (b) $y' = \dfrac{-3x}{3+x^2}$ (c) $y' = \dfrac{2}{e^{2x}}$

   (d) $yy' + (1+y^2)\text{sen}\,x = 0$ (e) $(1+2x^3)y' = 3x^2y$ (f) $\mathrm{e}^{-y}(1+y') = 1$

   (g) $y' - y = 4x$ (h) $y' = xy + 4x$ (i) $y' = y + \text{sen}x$

   (j) $y' = xy + x^3$ (k) $y' - 2xy = x$ (l) $y' = 2^{x+y}$

2. En 1970 se arrojaron a un lago 1000 ejemplares de una especie de peces. En 1977 se calculó que la cantidad de peces de esta especie que había era de 3000. Suponiendo que la tasa de crecimiento es constante, calcular la cantidad de peces en 1980 y 1991.

3. Si el número de bacterias contenida en 1 litro de leche se duplica en 4 horas, calcular en cuanto tiempo se hará 25 veces mayor, suponiendo que la tasa de multiplicación es constante.

4. La ley de enfriamiento de Newton afirma que el ritmo de cambio de la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del aire que lo rodea. Si una habitación se mantiene a temperatura constante de 70^o F y un objeto que estaba a 350^o F pasa a 150^o F en 45 minutos, ¿qué tiempo se necesita para que el objeto adquiera una temperatura de 80^o F?

5. El comisario Maigret, mientras pasea por una calle a 20^o C, encuentra un cadáver cuya temperatura es de 35^o C. Si al cabo de una hora su temperatura ha descendido a 34^o C, y suponiendo que en el momento de la muerte la temperatura del cuerpo era de 37^o C, ¿a qué hora se produjo el crimen?

6. Las moléculas de una sustancia A se descomponen en moléculas más pequeñas. La velocidad de descomposición es proporcional a la cantidad sustancia que no ha experimentado descomposición. Si la cantidad inicial de sustancia A era A_0, calcular la constante de proporcionalidad si transcurridos 30 días sólo queda la mitad de la cantidad inicial.

7. Un depósito contiene 100 litros de una disolución salina cuya concentración es de 2'5 gramos de sal por litro. Una disolución conteniendo 2 gramos de sal por litro entra en el depósito a razón de 5 litros por minuto y la mezcla (que se hace uniforme e instantáneamente) sale a la misma velocidad. Encontrar la cantidad de sal que hay en cada instante en el depósito.

8. La corriente sanguínea lleva un medicamento hacia el interior de un órgano a razón de 3 cm^3/sg y sale de él a la misma velocidad. El órgano tiene un volumen de líquido de 125 cm^3. Si la concentración del medicamento en la sangre que entra en el órgano es de 0'2 gr/cm^3, se pide:

   (a) ¿Cuál es la concentración del medicamento en el órgano en cada instante si inicialmente no había vestigio alguno del medicamento?

   (b) ¿Cuándo la concentración del medicamento en el órgano será igual a 0'1 gr/cm^3?

9. En una habitación que contiene 300 m^3 de aire limpio se va a celebrar una fiesta. En un instante dado t=0 algunas personas comienzan a fumar, de modo que el humo empieza a invadir la habitación a una velocidad de 3 m^3/h, conteniendo una concentración de 0'04 gr/m^3 de monóxido de carbono. Al mismo tiempo, abrimos una ventana por la que sale el humo a la misma velocidad. Si pide:

   (a) Establecer y resolver una ecuación diferencial que modele la cantidad de humo $y(t)$ que hay en la habitación en cada instante t.

   (b) Considerando que el monóxido de carbono comienza a ser peligroso con una concentración superior a 0'0002 gr/m^3, ¿cuándo debería una persona prudente abandonar la fiesta?

10. Sea $y(t)$ el número de miembros, medidos en miles, de una población de cierta especie en el instante t. Siguiendo el modelo de Verhulst, se observa que el crecimiento de la población responde a la siguiente ecuación diferencial $y'(t) = y(t) - y^2(t)$, con $t \geq 0$.

    (a) Determinar el número de miembros de la población en cada instante, sabiendo que $y(0) = 2$.

    (b) ¿Qué número de individuos se espera que haya en la especie cuando $t \to \infty$?

11. Se supone que la cantidad de herbívoros en una zona de la sabana africana crece con velocidad constante igual a 10 por año, y que al comienzo del estudio hay 100 de estos animales. Su presencia hace disminuir la cantidad de hierba en la zona, siendo la velocidad de destrucción proporcional a la suma de la cantidad de hierba (en Tm) y del número de herbívoros. Se pide:

    (a) Establecer y resolver una ecuación diferencial para el número de herbívoros.

    (b) Establecer y resolver una ecuación diferencial para la cantidad de hierba.

    (c) Sabiendo que al inicio había 300 Tm de hierba y que la constante de proporcionalidad es -1, calcular la cantidad de hierba que habrá al cabo de 1 año. ¿Llega a desaparecer la hierba?

12. Acabada la cosecha de trigo en cierta localidad, un propietario llena su granero con una cantidad g_0 de kilogramos de trigo. Alrededor del granero vive una especie de roedores que se alimentará del trigo recién almacenado. Un estudio realizado sobre la cantidad de roedores, $r(t)$, muestra que crecen con una velocidad $r'(t)$ constante igual a 2, siendo r_0 el número inicial de roedores.

    Igualmente se ha concluido que, a causa de la presencia de los roedores, el ritmo de decrecimiento de la cantidad de trigo $g(t)$ es proporcional (con constante de proporcionalidad igual a -1) al producto entre la cantidad de roedores y la cantidad de trigo. Se pide:

    (a) Escribir y resolver una ecuación diferencial para la cantidad de roedores en cada instante t.

    (b) Escribir y resolver una ecuación diferencial para la cantidad de trigo en cada instante t.

    (c) Si $r_0 = 2$, ¿cuánto tiempo tardarán los roedores en consumir $\dfrac{1}{4}$ de la cantidad de trigo inicial? ¿cuánto tardarían en comerse todo el trigo?

13. *(Examen Septiembre-03)* Un vino que está a 10°C se saca de una bodega y se deja reposar en un cuarto con temperatura ambiente 23°C.

    (a) Sabiendo que la ley de enfriamiento de Newton es

    $$T'(t) = k(m - T(t)),$$

    donde $T(t)$ es la temperatura del vino en el instante t, m es la temperatura ambiente y k es una constante, expresar la temperatura del vino en función del tiempo y k.

    (b) Si transcurridos 10 minutos el vino alcanzó los 15°C, ¿en qué momento la temperatura del vino llega a 18°C?

14. *(Examen Febrero-04)* Se considera la ecuación diferencial

    $$y' = 2ty + t + e^{t^2}$$

    Se pide:

    (a) Hallar la función $y(t)$ que verifica la ecuación diferencial anterior con condición $y(0) = 1/2$.

    (b) Calcular $\lim_{t \to \infty} y(t)$.